

## SU DOKU MANIA

*мр Ана Кајларевић-Малишић, Крагујевац*

Вероватно сте у последње време имали прилике да бар видите, ако не и да решавате \*, једну Судоку мозгалицу. Судоку (су - број, доку - један, скраћено од „број се може појавити само један пут“) је врста логичке игре у којој је циљ допунити делимично попуњену  $9 \times 9$  матрицу бројевима од 1 до 9 тако да се бројеви не смеју понављати унутар једне врсте/колоне, уз додатно ограничење да се не смеју понављати ни унутар  $3 \times 3$  поља (подматрице) на које је издељена цела матрица.

		7	8	3		9		
		5			2	6	4	
		2	6					7
	4							8
	6				3	2		
	2	8	4			5		
				9	6	1		

2	9	4	1	6	5	8	3	7
6	1	7	8	3	4	9	5	2
3	8	5	9	7	2	6	4	1
5	3	2	6	8	1	4	7	9
7	4	1	2	5	9	3	8	6
8	6	9	7	4	3	2	1	5
9	2	8	4	1	7	5	6	3
4	7	3	5	9	6	1	2	8
1	5	6	3	2	8	7	9	4

Ова игра има дугу историју, али и варијације. Тешко је одредити тачно време када се први пут појавила нека њена почетна варијанта, али се претпоставља да је њено појављивање везано за време појављивања првих магичних квадрата. Оно што се поуздано зна јесте време када је актуелизована и када је постала широко популарна. „Модерна“ Судоку мозгалица је први пут постављена 1979. године у њујоршком магазину *Dell Pencil Puzzles and Word Games* под називом *Number Place*, док је у априлу 1984. године објављена у Јапану и тамо мало касније добила назив под којим је сада позната *Su Doku*.

Широку популарност стекла је пре две године. Наиме, 1997. године Wayne Gould, хонгконгшки судија у пензији, је у једној јапанској радњи пронашао делимично попуњен судоку. У наредних шест година успео је да **направи програм којим се брзо генеришу судоку мозгалице спремне за решавање**, на чему се очигледно није зауставио. Наиме, направљено је понудио Британском часопису *The Times*, који га је 2004. објавио. Након тога се зараза брзо ширила. До маја 2005. игра је постала феномен националних размера и свакако се није зауставила у британским оквирима. Први светски шампионат у решавању Судоку проблема одржан је у марту 2006. године у Италији.

Попуњена Судоку матрица је специјалан случај Латинског квадрата † димензија  $9 \times 9$ . Укупан број класичних  $9 \times 9$  Судоку матрица (са захтевима које смо вам описали на почетку текста) је  $6\,670\,903\,752\,021\,072\,936\,960^\ddagger$ , што је негде 10000—ти део укупног броја правилно

\* Ако нисте пробајте, интересантно је и прилично заразно

† код њега матрица није подељена на поља/подматрице

‡ Bertram Felgenhauer, Frazer Jarvis - [www.afjarvis.staff.shef.ac.uk/sudoku](http://www.afjarvis.staff.shef.ac.uk/sudoku)

попуњених Латинских квадрата. Број суштински различитих начина попуњавања је бар према садашњим „сазнањима“ 5 472 730 538.

Када добијете делимично попуњен Судоку може се десити да ће он имати јединствено решење, али не мора. Судоку ентузијаста су се бавили питањима колико ћелија у матрици се може максимално попуњити, а да при томе решење не буде јединствено, као и који је минималан број попуњених ћелија а да решење буде само једно (оба питања се односе на конкретне примере Судоку матрице, дакле цифре не важе за било како постављен Судоку). Одговор на прво питање је  $81 - 4$ . Наиме, ако недостају по два појављивања два броја, при чему ћелије у којима би требало да се нађу представљају „темена“ правоугаоника, а тачно две од те четири ћелије припадају једном пољу, онда постоје два начина попуњавања непопуњене четири ћелије. Коначан одговор на друго питање још увек не постоји, за сад је то 17 за класични Судоку, а 18 за исти са захтевом да распоред задатих поља буде такав да поља буду симетрично распоређена у односу на централно поље матрице.

## РЕШАВАЊЕ

Свакоме ко је покушао да реши један Судоку проблем је јасно да се само путем покушаја не може готово нигде стићи. Очигледно је да се за сваку ћелију мора правити листа (у глави :- ) или на папиру) цифара које се могу у њој наћи обзиром на тренутно стање попуњености матрице. Вероватно је да се након прочишћавања матрице у више пролаза стиже и до оног дела где морате да испробавате комбинације различитих вредности по ћелијама, али није исто ако могућности за испробавање има 50, и ако их има 10000. Дакле, вештина решавања се своди на уочавање што већег броја „правила“ за елиминацију појединих кандидата.

1 2 3	1 3	1 3	1 3	1 3	1 3	1 3	1 3	1 3	1 3	1 3	1 3
4 6	8 9	8 9	9 7	9 7	9 7	9 7	9 7	9 7	9 7	9 7	9 7
1 2	1		7 8 3	1	4 5	9	1 2	1 2	1 2	1 2	1 2
4 6							5	7	9 7	2 6 4	1 3
1 3	1 3		5	1	1						1 3
8 9	8 9										7 8
1 3	1 3		2 6	4 5	4 5	4	3	7	1 3	1 3	1 3
5 8	5 8			8 9	8 9				4 5	4 5	9
1 3		1 3	1 2	1 2	1 2	1 3		8	1 3	1 3	1 3
1 5	4		9 7	9 7	9 7	9 7			5 6	5 6	9
7 9											9
1 5	6	1	1	1	4 5	3 2	1 5	1 5	4 5	4 5	9
7 8 9			9 7	9 7	9 7	8					9
1 3	2 8 4	1	1	5		3	3	3	3	3	3
6 7 9			7	7			6 7 9	6 7 9	6 7 9	6 7 9	6 7 9
4 5	3	5 4	3	2 3	9 6 1	2 3	2 3	2 3	2 3	2 3	2 3
7	7		7	7		4 8	4 8	4 8	4 8	4 8	4 8
1 3	1 3	1 3	1 2 3	1 2	1 5 4	3	2 3	2 3	2 3	2 3	2 3
4 5 6	5 4	6 5	5 5	5 5	5 4	7 8	7 8	7 8	7 8	7 8	7 8
7 9	7 9	9 7	9 7	7 8	7 8	7 8	7 8	7 8	7 8	7 8	7 8

Пре него што се позабавимо правилима елиминације, било би добро да се договоримо око назива. Места у матрици ћемо називати ћелијама,  $3 \times 3$  подматрице пољима, ћелије са задатим садржајем као и оне којима су при решавању сведене могућности попуњавања на само једну цифру ћемо називати  $\Phi$ -ћелијама, а оне за које се, у неком тренутку решавања, кандидује више цифара  $K$ -ћелијама. На примеру изнад се види матрица у којој су у  $K$ -ћелијама елиминисане само оне вредности које се већ јављају у одговарајућим врстама, колонама и пољима - назовимо поступак њеног добијања основним чишћењем.

1	2	3	1	3	1	3	1	2	3	1	2	3		
4	6	8	9	8	9	4	6	5	4	5	6	4	5	
1	2	1												
4	6		7	8	3	4	5	9	1	5	1	2		
1	3	1	3	5	1	1		2	6	4	1	3		
8	9	8	9	7	9	7					7	8		
1	3	1	3	2	6	4	5	4	5	4	3	7		
5	8	9	8	9	8	9	8	9	8	9	8	9		
1	3	1	3	4	1	3	1	2	1	2	1	3		
7	9	7	9	9	7	9	7	9	7	9	7	9		
1	5	6	1	1	5	4	5	3	2	1	5	4	5	
7	8	9	9	7	9	7	8	9	7	8	9	7	8	
1	3	1	3	2	8	4	1	1	5	3	3	3		
7	9	7	9	7	9	7	7	7	7	9	7	9		
4	5	3	3	3	2	3	9	6	1	2	3	2	3	
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	
1	3	1	3	1	3	1	2	3	1	2	1	5	4	3
4	5	6	5	4	6	5	5	5	6	4	6	6	6	6
7	9	7	9	9	7	9	7	8	7	8	9	7	8	9

Погледајмо сада матрицу. У њој има К-хелија које садрже само по једног кандидата, тзв. **синглови**. Дакле, те хелије можемо фиксирати, тј. оне постају Ф-хелије. Након фиксирања морамо поновити поступак основног чишћења.

Сада би ваљало потражити тзв. **скривене синглове**. То су оне вредности које се у некој врсти, колони или пољу јављају на само једном месту као могуће иако унутар хелије нису једине. Тако да опет можемо извршити фиксирање одговарајућих хелија, а затим, обавезно, чишћење матрице.

4	3	7	1	3
		8	1	3
2	1	5	4	5
		9	4	5

Ова два корака су најлакша и за неког најлепша из разлога што се у њима директно фиксирају вредности. Скинули смо шлаг, а шта је са тортом? Сада следе технике смањивања броја кандидата у К-хелијама.

1	6	1	5	9	1	2	1	2	4	3	1	5	6
1	3	1	3	7	8	7	8	7	8	7	8	7	8
4	3	1	3	2	6	4	5	1	5	9	5	1	5
4	6	9	4	5	4	5	4	5	3	6	5	6	7

**Кандидатом закључаним унутар врсте/колоне** би могли назвати ону цифру која се унутар једне врсте/колоне налази као кандидат само у хелијама једног поља, онда се из хелија тог истог поља које припадају осталим врстама/колони та цифра може брисати.

На пример, постоје такозвани **кандидати закључани унутар поља**, тј. може се десити да се унутар једног поља нека цифра јавља само у хелијама једне врсте/колоне, онда се та цифра може брисати из свих М-хелија ван уоченог поља које се налазе у одговарајућој врсти/колони.

8	7	5	1	2	2	5	6	2	3	4
4	5	6	4	5	3	4	5	8	1	5
2	4	5	4	5	5	6	1	4	5	7

Могу се јавити и парови везаних двочланих К-хелија, које припадају истој врсти/колони/пољу, а садрже исте две цифре као кандидате. Та чињеница доводи до закључка да се поменуте две цифре морају наћи у те две везане хелије па се могу избацити из осталих хелија у уоченој врсти/колони/пољу.

7	<sup>1 2</sup> 4 5	<sup>1</sup> 4 5	<sup>2</sup> 4 5	9	<sup>6</sup> 8	<sup>6</sup> 8	<sup>1</sup> <del>6</del>	3
---	-----------------------	---------------------	---------------------	---	-------------------	-------------------	------------------------------	---

Као што постоје парови везаних двочланих ћелија, тако могу постојати тројке и четворке везаних ћелија у једној врсти/колони/пољу, с напоменом да везане ћелије могу садржати сва три, односно четири броја али и мање.

<sup>1</sup> 6	<del>5</del>	<del>5</del>	
<del>3</del>	<del>3</del>	<del>3</del>	2
<sup>1</sup> 4	6	9	<sup>1</sup> 4

<sup>5</sup> 7	<sup>1</sup> 4	<del>4</del>	<sup>1</sup> 4	<del>6</del>
2	3	1	8	
<sup>2</sup> 5	<sup>2</sup> 5		6	8

Даље, могу постојати и **скривени парови** цифара унутар ћелија једне врсте/колоне/поља, такви да се јављају у само две ћелије, па се остали кандидати из те две ћелије могу брисати. Такође, се понекад могу уочити и скривене тројке/четворке цифара које се јављају у само три/четири ћелије једне врсте/колоне/поља, па се остали кандидати у те три/четири ћелије могу уклонити.

7	<sup>2 3</sup>	<sup>2 3</sup> 5
<del>1</del>	8	4
<del>1</del>	6	<sup>3</sup> 5

1 2	1 2	1 2	<del>3</del>	2	<del>6</del>	<del>3</del>	5	4	9
4	8	8 9	<del>7</del>	4	8	<del>7</del>			

<del>6</del>	<sup>2</sup>	<sup>3</sup>	<sup>1</sup>	<sup>3</sup>	<sup>3</sup>	<sup>1</sup>	<sup>3</sup>	<sup>2</sup>	<del>6</del>
<del>6</del>	<del>7</del>	<del>9</del>	8	4 5	4 5	4 5	4 5	8	<del>7</del>

Наравно, после сваког елиминисања кандидата из неких ћелија корисно је урадити проверу, да ли је у некој К-ћелији остао само један кандидат не би ли се ћелија фиксирала, а матрица прочистила. Листа уочених правила елиминације овим није завршена, али ћемо ми овде стати. Прави Судоку поклоници нису стали. Шта је све уочено, какви све готови програми за решавање већ постоје или одговор на неко друго питање везано за ову игру можете наћи на огромном броју места у Web-галаксији, а програм и упутство за решавање који су коришћени при писању овог текста можете наћи на адреси [angusj.com/sudoku](http://angusj.com/sudoku).

2006/07