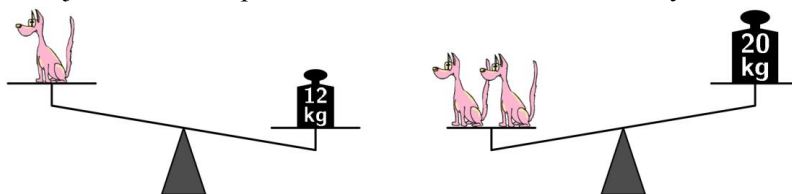


Ристо Малчески  
Скопје

## ПРЕСМЕТУВАМЕ И СПОРЕДУВАМЕ МАСИ

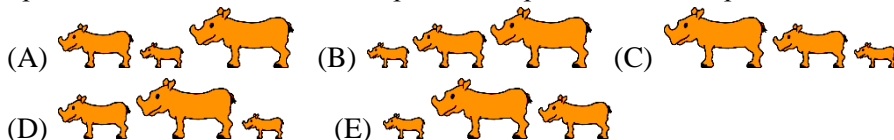
На часовите по математика се запозна со единиците за мерење маса. Во оваа статија ќе разгледаме неколку задачи во кои споредуваме и определуваме маси на предмети и животни.

1. Две кучиња имаат иста маса. Масата на едно куче е природен број. Разгледај ги долните цртежи. Колкава е масата на едно куче?



**Решение.** Од левиот цртеж заклучуваме дека масата на едно куче е помала од  $12\text{ kg}$ . Понатаму, од десниот цртеж заклучуваме дека масата на едно куче е поголема од  $20:2 = 10\text{ kg}$ . Бидејќи масата на едно куче е природен број, а само бројот 11 е поголем од 10 и е помал од 12 заклучуваме дека масата на едно куче е  $11\text{ kg}$ .

2. Носорозите Јан, Кан и Ман отишле на прошетка. Јан оди прв, Кан во средината, а Ман оди последен. Јан има маса  $500\text{ kg}$  повеќе од Кан. Кан има маса  $1000\text{ kg}$  помалку од Ман. На која од следниве слики се прикажани Јан, Кан и Ман подредени во редоследот од прошетката?

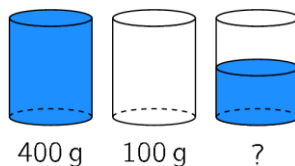


**Решение.** Со  $J, K, M$  да ги означиме масите на Јан, Кан и Ман, соодветно. Од условот на задачата следува  $J = 500 + K$  и  $M = 1000 + K$ . Според тоа,

$$M = 1000 + K = 500 + (500 + K) = 500 + J.$$

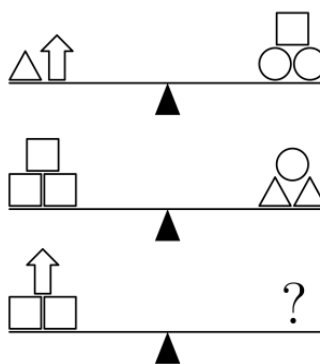
Значи, за масите на Јан, Кан и Ман добиваме  $K < J < M$ . Значи, Јан е средниот носорог, Кан е најмалиот и Ман е најголемиот носорог и во овој редослед тие се прикажани на сликата (A).

3. Полна чаша со вода има маса 400 грама. Празна чаша има маса 100 грама (цртеж десно). Колкава маса има чаша која е до половина полна со вода?



**Решение.** Масата на водат кога чашата е полна е еднаква на  $400 - 100 = 300 \text{ g}$ . Според тоа, масата на водата кога чашата е до половина полна со вода е еднаква на  $300 : 2 = 150 \text{ g}$ . Значи, масата на чаша која е до половина полна со вода е еднаква на  $100 + 150 = 250 \text{ g}$ .

4. Разгледај го цртежот десно. Што треба да се стави на празниот тас на третата вага за да таа биде во рамнотежа?



**Решение.** На десните тасови на првите две ваги заедно има:

3 квадрати, 1 триаголник и 1 стрелка.

На левите тасови на првите две ваги има:

1 квадрат, 2 триаголника и 3 круга.

Ако од двете страни извадиме по

1 квадрат и 1 триаголник,

тогаш рамнотежата нема да се наруши и на десната страна ќе останат 2 квадрати и 1 стрелка, а на левата ќе останат 1 триаголник и 3 круга. Значи, на празниот тас на третата вага треба да ставиме 1 триаголник и 3 круга.

5. Едно јаболко и еден портокал имаат маса исто колку една круша и една праска. Едно јаболко и една круша имаат маса помалку отколку еден портокал и една праска, а една круша и еден портокал имаат маса помалку од едно јаболко и една праска. Кое парче овошје има најголема маса?

**Решение.** Масите на едно јаболко, еден портокал, една круша и една праска да ги означиме со  $x, y, z$  и  $t$ , соодветно. Според условот на задачата имаме  $x + y = z + t$ ,  $x + z < y + t$  и  $y + z < x + t$ . Затоа,

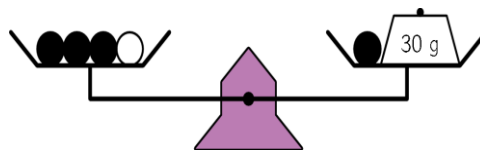
$2x + y + z = (x + y) + (x + z) = (z + t) + (x + z) < (z + t) + (y + t) = 2t + y + z$ , од каде заклучуваме  $x < t$ . Сега од  $x + y = z + t$  и  $x < t$  следува  $z < y$ .

Слично,

$2y + x + z = (x + y) + (y + z) = (z + t) + (y + z) < (z + t) + (x + t) = 2t + x + z$ , од каде заклучуваме  $y < t$ . Сега од  $x + y = z + t$  и  $y < t$  следува  $z < x$ .

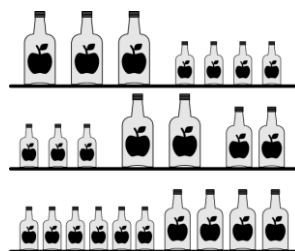
Сега од  $z < x$  и  $x < t$  следува  $z < t$  и како  $y < t$  заклучуваме дека најголема е масата  $t$ , односно најголема маса има една праска.

6. Павел има шест идентични црни топчиња и три идентични бели топчиња. Тој на вага поставил четири црни и едно бело топче и како на цртежот десно. Колкава е вкупната маса на деветте топчиња на Павел?



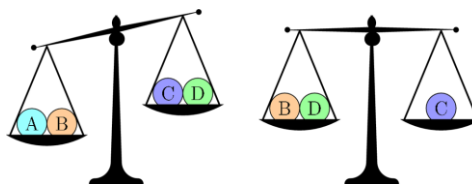
**Решение.** Ако од секој тас од вагата извадиме по едно црно топче, тогаш вагата ќе остане во рамнотежа. Значи, масата на 2 црни и 1 бело топче е еднаква на 30 g. Но, масата на 6 црни и 3 бели топчиња е три пати поголема, што значи дека таа е еднаква на  $3 \cdot 30 = 90$  g.

7. Секоја полица на цртежот десно содржи вкупно 64 децилитри јаболков сок. На полиците има шишиња во три големини: големо, средно и мало шише. Колку децилитри јаболков сок содржи средното по големина шише?



**Решение.** На третата полица има 6 мали и 4 средни шишиња, што значи дека 3 мали и 2 средни шишиња соржат  $64 : 2 = 32$  децилитри сок. Сега, од втората полица добиваме дека 2 големи шишиња содржат  $64 - 32 = 32$  децилитри сок. Значи, 1 големо шише содржи  $32 : 2 = 16$  децилитри сок. Сега, од првата полица добиваме дека 4 мали шишиња содржат  $64 - 3 \cdot 16 = 16$  децилитри сок, што значи дека 1 мало шише содржи  $16 : 4 = 4$  децилитри сок. Но, 2 средни и 3 мали шишиња содржат 32 децилитри сок, па затоа 2 средни шишиња содржат  $32 - 3 \cdot 4 = 20$  децилитри сок. Конечно, 1 средно шише содржи  $20 : 2 = 10$  децилитри сок.

8. Ако има четири топки кои тежат 10 g, 20 g, 30 g и 40 g. Тој два пати ставил топки на вага со тасови и ги добил состојбите прикажани на долните цртежи.



Опреди ги масите на топките?

**Решение.** Бидејќи само  $10 + 20 = 30$  и  $10 + 30 = 40$ , а втората вага е во рамнотежа заклучуваме дека топката  $C$  тежи  $30\text{ g}$  или  $40\text{ g}$ . Ако топката  $C$  тежи  $30\text{ g}$ , тогаш топката  $D$  може да има најмногу  $20\text{ g}$ , па во овој случај првата вага треба да е во рамнотежа, што не е случај. Според тоа, топката  $C$  мора да има  $40\text{ g}$ . Сега топката  $D$  има  $10\text{ g}$  или  $30\text{ g}$ . Ако  $D$  има  $10\text{ g}$ , тогаш првата вага треба да е во рамнотежа, што не е случај. Според тоа, топката  $D$  има  $30\text{ g}$ , а топката  $B$  има  $10\text{ g}$ . Конечно, топката  $A$  има  $20\text{ g}$ .

9. Пет топки тежат  $30\text{ g}$ ,  $50\text{ g}$ ,  $50\text{ g}$ ,  $50\text{ g}$  и  $80\text{ g}$ . На цртежот десно се прикажани три ваги со тасови, на секоја од кои се поставени некои од топките.



Определи ги масите на топките? Најди ги сите решенија.

**Решение.** Масите на топките  $A, B, C, D, E$  ги означуваме со  $a, b, c, d, e$  соодветно. Од условот на задачата имаме

$$c + d < a + b,$$

$$e + b < a + c,$$

$$a + d = e + b + c.$$

Од равенството  $a + d = e + b + c$  заклучуваме дека масите  $a$  и  $d$  се  $80$  и  $50\text{ g}$ , во некој редослед, а масите  $b, c$  и  $e$  се  $30, 50$  и  $50\text{ g}$  во некој редослед. Ако  $d = 80\text{ g}$ , тогаш

$$c + d \geq 30 + 80 = 110 > 100 = 50 + 50 \geq a + b,$$

што противречи на положбата на тасовите на првата вага. Затоа  $d = 50\text{ g}$  и  $a = 80\text{ g}$ . Понатаму, од положбата на тасовите на првите две ваги заклучуваме дека масите на преостанатите три топки може да се произволно распределени, па затоа решенија на задачата се:

	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$
Прво решение	$80\text{ g}$	$30\text{ g}$	$50\text{ g}$	$50\text{ g}$	$50\text{ g}$
Второ решение	$80\text{ g}$	$50\text{ g}$	$30\text{ g}$	$50\text{ g}$	$50\text{ g}$
Трето решение	$80\text{ g}$	$50\text{ g}$	$50\text{ g}$	$50\text{ g}$	$30\text{ g}$