

НИЛС ХЕНРИК АБЕЛ

(5. 8. 1802. – 6. 4. 1829.)

ПОВОДОМ 200 ГОДИНА ОД РОЂЕЊА

Ратко Тошић, Нови Сад

*Народу и влади Краљевине Норвешке у знак
захвалности за помоћ студентима Југославије.*

Прича о Абелу је једна од најтрагичнијих у историји математике. Нилс Хенрик Абел родио се у Финоју у Јужној Норвешкој. Био је друго од седморо деце и имао је непуне две године кад се његова породица преселила у Гјерстал, где је његов деда Ханс Матијас Абел био лутерански парох од 1785. године. После дедине смрти, 1804. године, парохују је наследио отац Георг Абел. Мајка Ана Марија Симонсен била је из оближњег приморског града. Њен отац Пилс Хенрик Саксилд Симонсен, трговац и бродовласник, школовао се у Лондону и био је најбогатији човек у граду, све док није банкротирао у бурно време 1813–14. године.



Крајем 18. века Норвешка је била у саставу Данске. Покушавајући да остане по страни од ратова које је водио Наполеон, Данска ја 1794. године прогласила неутралност. Акт о неутралности, међутим, Енглеска је схватила као претњу, и 1801. године је енглеска флота напала Копенхаген и том приликом уништила велики део данске флоте. Данска је и после тога успела да избегне уплитање у рат, све до 1807. године. Плашећи се да ће Наполеон користити данску флоту за инвазију, Енглези су поново напали и заробили целу данску флоту. Данска се тада придружила савезу против Енглеске.

Кад је Наполеон завео континенталну блокаду Енглеске, Енглеска је одговорила блокадом Норвешке. То је у Норвешкој изазвало глад и свеопшту беду, јер је земља живела од увоза жита и извоза дрвета. Уследио је напад Шведске на Данску 1813. године и следеће године, уговором у Килу, Норвешка је прикључена

Шведској. Покушај да Норвешка избори независност, пронао је и у јулу 1814. године Швеђани су ставили Норвешку под своју контролу. Додуше, успостављена је унутрашња самоуправа са седиштем владе у Кристијанији (данашњем Ослу). Абел се родио и свој кратак живот проживео у том најтежем периоду у историји Норвешке.

Породица је осиромашила, али је ипак успевала да подиже седморо деце. Рано образовање Абел је стекао у породици, а са 13 година уписао се у катедралну школу у Кристијанији. Наставници математике у тој школи били су сви редом некомпетентни, јер су непосредно пре тога сви иоле добри наставници прешли на тек основани универзитет. Под таквим условима ни Абелов успех није могао бити импресиван. Кад је Абелов наставник математике био отпуштен, јер је на смрт претукао једног ученика у покушају да га дисциплинује, стање се побољшало, јер је наставу математике преузео асистент универзитета Берит Михаел Холмбо. Он је открио Абелове способности за математику, охрабрио га снабдевајући га књигама и математичким проблемима. Ускоро је Абел превазишао свог учитеља у математици, а Холмбо ће му постати близак пријатељ.

Абелов отац извесно време био је важна личност у политичком животу, и после прикључења Норвешке Шведској био је, као члан Стортинга (норвешког парламента), ангажован на писању новог устава. Међутим, његова политичка каријера била је убрзо прекинута, због неумерености у нићу и увреда које је наносио својим колегама у парламенту. Убрзо је и умро, 1821. године, остављајући породицу материјално необезбеђену, тако да је Абелово даље школовање доведено у питање. Стипендија коју је добио од универзитета, захваљујући Холмбоу, већим делом је служила за прехранивање породице. Студирајући, Абел је морао да се брине о мајци и шесторо браће и сестара. Факултет је завршио 1822. године.

За време студија у Кристијанији, финансијску помоћ и подршку Абел је добијао од професора астрономије Кристофера Ханстина, у чијем је дому живео као члан породице. Први рад о функционалним једначинама и интегралима Абел је објавио у научном часопису који је управо тада покренуо Ханстин.

”Млади људи треба да доказују теореме, старији треба да пишу књиге”, написао је Харди у својој *Апологији математике*. ”Ниједан математичар не треба да заборави да је математика, више него било која друга наука или уметност, игра за младе људе. Да то једноставно илуструјемо, наведимо да је просечна старост изабраних у Краљевско друштво најмања код математичара.” И даље: ”Не знам ниједан пример великог математичког открића које је направио човек старији од 50 година.”

Ове Хардијеве речи налазе пуну потврду у случају Абела. Са двадесет година Нилс Абел је сигурно био најбољи норвешки математичар. Иако је усвојио Ојлерова дела. У математичким круговима Европе тада је било веома популарно питање решавања једначине петог степена. Чак су и Ојлерови покушаји решавања тога проблема били неуспешни. Кад је довољно научио математику, Абел се почео бавити тим проблемом.

Алгебарска једначина може се решити помоћу радикала (корена), тј. алгебарски, ако постоји формула којом се решења изражавају преко коефицијената једначине применом операција сабирања, одузимања, множења, дељења и извлачења корена. Веома брзо, још као ученик, Абел се појавио са формулом

koja je davala rešenje. Matematičari koji su analizirali njegov rad nisu uočili nikakvu grešku, ali je sam Abel uskoro uočio da je formula pogrešna. Zaključio je da ako formula nije nađena, onda ona i ne postoji, i bacio se na posao da to i dokaže. Zbog toga je počeo da proučava Lagranžova dela, koji je od svih evropskih matematičara bio otišao najdalje i izučavaњу toga problema.

Démonstration

de l'impossibilité de la résolution générale des équations du cinquième degré.

Les géomètres se sont beaucoup occupés de la résolution générale des équations algébriques, et plusieurs d'entre eux ont cherché à en prouver l'impossibilité; mais si je ne me trompe pas, on n'a pas y réussi jusqu'à présent. J'ose donc espérer que les géomètres veulent recevoir avec bienveillance ce mémoire qui a pour but de remplir cette lacune dans la théorie des équations algébriques.

Soit

$$y^5 - ay^4 + by^3 - cy^2 + dy - e = 0$$

l'équation générale du cinquième degré et supposons qu'elle est résoluble algébriquement c'est-à-dire qu'on peut exprimer y par une fonction des quantités a b c d et e , formée par des radicaux. Il est clair qu'on peut dans ce cas mettre y sous cette forme:

$$y = p + p_1 R^{\frac{1}{m}} + p_2 R^{\frac{2}{m}} + \dots + p_{m-1} R^{\frac{m-1}{m}}$$

m étant un nombre premier et R p p_1 p_2 etc. des fonctions de la même forme que y , et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on parviendra à des fonctions rationnelles des quantités a b c d et e . On peut aussi supposer qu'il est impossible d'exprimer $R^{\frac{1}{m}}$ par une fonction rationnelle des quantités a b etc. p p_1 p_2 etc., et en mettant $\frac{R}{p_1}$ au lieu de R il est clair qu'on peut faire $p_1 = 1$. On aura donc:

$$y = p + R^{\frac{1}{m}} + p_2 R^{\frac{2}{m}} + \dots + p_{m-1} R^{\frac{m-1}{m}}$$

Prva strana Abelovog rada o jedначinama petog stepena

Уочи Божића 1823. године доказ је био завршен. Овог пута није било грешке. Резултат је гласио: "Алгебарска једначина петог степена не може се у општем слушају решити кореновањем." То је одговор на питање које су столећима покушавали да нађу многи математичари, међу њима и Дел Феро, Тарталја, Кардано, Ферари, Бомбели, Чирихаус, Ојлер, Вандермонд, Лагранж, Руфини... Написао је на француском језику "Расправу о алгебарским једначинама" у којој је доказана немогућност решавања опште једначине петог степена. Како је морао да је штампа о свом трошку, Абел је резултате изложио веома сажето, на шест страница. Рад је упутио великим европским математичарима, између осталих Гаусу. После Гаусове смрти, међу његовим папирима пронађен је и Абелов рад. Гаус се није потрудио ни да га отвори.

Овај Абелов рад почиње речима: "Математичари су били преокупирани тражењем општег решења алгебарских једначина, а неки од њих су покушавали да докажу да опште решење не постоји. Ако се не варам, они у томе до сада нису успели. Зато се усуђујем да се надам да ће математичари прихватити овај мемоар добронамерно, јер је његова сврха да попуни ту празнину у теорији алгебарских једначина."

У међувремену је Абел написао нови рад о интеграцији, који је приложио уз молбу за универзитетску стипендију. Рад је изгубљен и никад није пронађен. Ипак је Абел добио стипендију норвешке владе да би отпутовао у иностранство, 1825. године. Претходно је морао две године да учи француски и немачки. По савету Ханстина требао је да отпутује у Париз.

Крај 18. и почетак 19. века је време Француске револуције и Наполеоновог царства. То је истовремено и време највеће концентрације великих математичара у историји једне земље. У Паризу су у то време живели и стварали Коши, Брианшон, Понсле, Фурје, Карно, Ампер, Поасон, Лежандр, Лаплас и други велики математичари. Еварист Галоа, који је тада имао 14 година и који ће умрети само шест година касније, још није био познат у математичким круговима. И на европској сцени то је било време великих математичара. У трећој деценији 19. века, која представља време Абелове математичке активности, Гаус је стварао диференцијалну геометрију, Бебиц је почињао конструкцију своје "диференцијалне машине", Лобачевски у Казању и Јанош Бољаи у Темишвару развијали су неевклидску геометрију, Навиер је радио на данас добро познатој "Навиер-Стоксовој једначини" за нестишљиве флуиде, Фојербах је открио кружницу девет тачака, Јакоби је дошао до својих открића о елиптичним функцијама (на којима је, независно од њега, радио и Абел), Коши је објавио "Курс анализе", у којој је по први пут строго формално заснована математичка анализа, Штајнер је развијао синтетичку геометрију, Мебијус је увео барицентричне координате...

У Копенхагену је Абел сазнао да је дански математичар Деген, којег је желео да посети, умро. Променио је план, и уместо да оде у Париз, одлучио је да заједно са својим пријатељима прво отпутује у Берлин.

Из Берлина је писао Холмбоу: "Вероватно ћу остати у Берлину до краја фебруара или до марта, а после тога ћу преко Лајпцига и Халеа отићи у Гетинген (не ради Гауса, јер је тај изгледа неподношљиво горд, него ради библиотеке, за коју кажу да је чудесна)."

У Берлину се спријатељио са Леополдом Крелеом. Аугуст Леополд Креле је био инжењер и математичар самоук, који је стекао докторат из математике у

Хајделбергу. Стицајем околности, математика му није била главна преокупација, али је поседовао ентузијазам, организационе способности и способност да открије младе талентоване људе. Креле је управо био дошао на идеју да покрене математички часопис. Приликом њиховог првог сусрета дошло је до неспоразума, јер је Креле схватио да је Абел кандидат за занатску школу коју је Креле водио. После више покушаја да пронађу језик који оба разумеју, Абел је успео да му објасни да га интересује математика. Дискутујући о једном Крелеовом раду, Абел га је похвалио, али је одмах неспретно указао и на неколико грешака у том раду. Креле је то мирно поднео, јер је схватио да пред собом има генијалног математичара. Охрабрио је Абела да за први број часописа напише побољшану верзију рада о перешивости једначине петог степена. Тако је часопис *Journal für die reine und angewandte Mathematik* успешно стартовао и првих неколико бројева садржали су углавном Абелове и Штајнерове радове.

Абел се надао да ће по повратку у Норвешку добити место на Универзитету у Кристијанији, али је у Берлину сазнао да је на то место постављен Холмбо. Пије показао никакве знаке љутње, али се забринуо за своју будућност. (По повратку у Норвешку ипак му се пружила прилика да кратко време предаје на Универзитету и Војној академији, где је замењивао Ханстина, који је као учесник експедиције у Сибиру радио на испитивању магнетног поља Земље.)

У контакту са математичарима у Берлину дошао је до закључка да многе ствари у математици нису, по његовом схватању, засноване на довољно строг начин. О томе пише Холмбоу: "Веома сам зачуђен што, изузимајући најједноставније случајеве, у целој математици нема ни једног јединог бесконачног реда чија је сума строго одређена. Другим речима, најважнији делови математике нису чврсто утемељени. Истина је да су они тачни, али то је изненађујуће. Настојим да нађем објашњење тога, што је веома интересантан проблем."

Како је Креле због својих обавеза морао да одустане од заједничког путовања са Абелом, овај се одрекао посете Гетингену и одлучио да оде у Париз. Из Париза пише Холмбоу: "Французи су много уздржанији у односима са странцима него Немци. Врло је тешко остварити блиски контакт са њима. Управо сам завршио једну дужу расправу о неким класама трансцендентних функција, коју ћу следећег понедељка изложити у Институту. Показао сам је господину Кошију, али је он једва бацио поглед на њу." Рад на који Коши једва да је обратио пажњу садржао је веома дубоку генерализацију Ојлерових релација за елиптичне интеграле. Абел је био разочаран што у Паризу показују мали интерес за његов рад. Изузетак је био Лежандр, који је тада већ био у дубокој старости. Зато о њему Абел пише са захвалношћу: "Један од најсрећнијих тренутака у мом животу је био кад сам видео да су моји покушаји привукли пажњу једног од највећих геометара овог века (Лежандра). То је дало снагу мојој жељи за истраживањем."

Интересантна су Абелова запажања о париским математичарима о којима пише у писму Холмбоу: "Досад сам се упознао само са Лежандром, Кошијем и Ашетом... и господином Лежен Дирихлеом. Овај Прус је врло проницљив математичар. Заједно са Лежандром доказао је да једначина $x^5 + y^5 = z^5$ нема целобројна решења и друге лепе ствари. Лежандр је врло љубазан човек, али на несрећу "стар као стене". Коши је луд, али зна како треба да се ради у математици. Радови су му изванредни, али пише врло нејасно. У почетку нисам разумео ништа од оног што пише, али сад већ иде боље... Коши је врло религиозан

католик – што је врло чудно за математичара... Лаплас више не пише... Често сам га виђао у Институту... Поасон се држи достојанствено, Фурије такође..."

У Паризу је објавио неколико радова, који су представљали наставак оних објављених у Крелеовом часопису у Берлину. Неколико месеци боравка у Паризу били су за Абела тежак период живота. Морао је да позајмљује новац, јео је једанпут дневно, разболео се и измучен туберкулозом и пнеумонијом, вратио се крајем 1826. године у Берлин. Креле му је понудио да буде уредник часописа док не успе да му нађе место на универзитету. Абел је био у дуговима и хтео је по сваку цену да се врати у Норвешку. Стигао је у Кристијанију у мају 1827. године, где је давао приватне часове, док је његова вереница радила као гувернанта код пријатеља Абелове породице у Фроланду.

1828. године, кад се упознао са Јакобијевим радовима о трансформацијама елиптичних интеграла, он је прекинуо рад на проблему решавања алгебарских једначина, да би написао неколико значајних радова из теорије елиптичних функција. Абел и Јакоби су се изванредно допуњавали у овој области и идеје из њихових радова навеле су Лежандра да каже: "На основу ових радова вас двојица се сврставате међу прве аналитичаре нашег времена." Абелов рад о елиптичним функцијама, који је Коши био изгубио, да би га пронашао тек после Абелове смрти. Лежандр је окарактерисао стиховима римског песника Хорација, рекавши да је то "споменик трајнији од бронзе".

Сам Абел је изванредно ценио Јакобија, сматрајући да је он веома много унапредио и усавршио не само теорију елиптичних функција, него и математику уопште.

С друге стране Јакоби у једном писму Лежандру каже: "Абелови резултати су високо изнад мојих похвала, као и мојих сопствених радова... Какво је откриће господина Абела то уопштење Ојлеровог интеграла! Да ли је неко видео тако нешто? Како је то откриће, можда највеће у математици овог века у коме живимо, саопштено пре две године у Вашој академији – могло да измакне вашој пажњи?"

Говорећи о Гаусовом математичком стилу Абел је рекао да је Гаус "као лисица која репом брише своје трагове у песку." Уопште, сматрао је да треба проучавати дела великих математичара у оригиналу: "Чини ми се да ако неко жели да напредује у математици, треба да проучава мајсторе, а не њихове ученике."

За Божић 1828. године Абел је путовао санкама у Фроланд у посету својој вереници. За време путовања озбиљно се разболео и после извесног побољшања које му је омогућило да ужива у божићним празницима, ускоро се његово стање погоршало. Покушавао је да ради, али више није био у стању да пише. Повремено се враћао у прошлост, присећајући се са захвалношћу госпође Ханстин. Остао је до краја љубазан и стрпљив.

Писмо које је професор Холмбо добио 6. априла 1829. године из Фроланда, садржало је само једну реченицу: "Нилс Хенрик преминуо је данас у четири сата поподне."

Холмбо није могао да задржи сузе. Сетио се да је управо он пре 11 година уписао у Нилсов школски досије: "Његовом изузетном генију придружена је незасита жудња да ради математику. Постаће, ако поживи, најбољи математичар на свету". Није му никад после тога било јасно зашто је додао оно "ако поживи". Управо те године, кад је добио место професора математике у Кристијанији, упо-

знао је Абела и открио му математику.

Холмбоово предвиђање показало се делимично тачно. Нилс Абел није дуго живео, али је био један од највећих математичара на свету.

Обавештен о Абеловој болести, Креле је настојао свим силама и коначно успео да Абелу обезбеди посао у Берлину. Берлински универзитет, који га је више пута одбијао, коначно је пожелео да међу својим професорима има и Абела. У писму од 8. априла 1829. Креле шаље радосну вест у Осло. У том тренутку није знао да је Абел пре два дана преминуо.

Абелова кратка каријера протекла је у време кад је започињала нова ера, како у анализи тако и у геометрији.

За само седам година бављења математиком направио је велика открића у алгебри (Абелове групе), теорији елиптичних функција, теорији редова и математичкој анализи. Најзначајнији његов резултат је доказ да се у општем случају алгебарска једначина петог степена не може решити помоћу радикала.

Умро је веома млад, у двадесет седмој години, од туберкулозе проузроковане сиромаштвом и напорним радом. Није стигао ни да се ожени, иако је био леп младић и имао вереницу Крестину Кемп са којом се упознао и верио 1824. године. Она га је неговала у последњим данима живота док је лежао неизлечиво болестан. У последњим часовима живота мислио је на њену будућност. Свом најбољем пријатељу Килхауу препоручио је (што је овај после Абелове смрти и учинио) да се венча с њом, јер је "... веома добра, иако није лепа, црвенкоса је и пегава."

Признања су почела да стижу после Абелове смрти. Његов рад "Расправа о општем својству једне широке класе трансцендентних функција" лежала је три године у Кошијевој фиоци, јер је овај велики математичар био толико опседнут сопственом величином да није нашао времена да се удуби у теорију непознатог Норвежанина. На интервенцију Лежандра, Коши је коначно представио тај рад у Институту. То се десило недељу дана после Абелове смрти.

Годину дана после Абелове смрти Париска академија доделила је велику награду (гран при) Абелу и Јакобију за њихове изванредне резултате о елиптичним функцијама.

Поводом Абелове смрти велики Гаус је написао (у писму Шумахеру): "Абелова смрт, о чему нисам пашао саопштење ни у једним новинама, велики је губитак за науку. Ако негде буде штампано нешто о околностима у којима је живела ова умна глава, и ако вам то падне у руке, молим вас да ми то саопштите. Желео бих да имам и његов портрет, ако негде може да се добије."

Шарл Ермит рекао је о Абелу: "Оставио је математичарима нешто чиме ће се бавити следећих 500 година."

У норвешком научном часопису *Magazin for naturvidenskaberne*, у броју 9. из 1829. године, Креле је написао (уз кратку Абелову биографију, коју је написао Холмбо): "Није само велики таленат оно због чега је Абел вредан поштовања, и због чега је његов губитак трагичан. Он је исто тако био бриљантан по свом племенитом карактеру и реткој скромности, а његова љубазност могла се упоредити само са његовом генијалношћу. Завист због успеха других била му је потпуно непозната. Његовој отменој природи била је потпуно страна похлепа за новцем, титулама или славом, која често наводи људе да злоупотребљавају науку у егоистичне сврхе. Био је једнако одушевљен новим математичким открићима – својим и туђим. Одајмо пошту таквом човеку, који је поред тога што се одликовао сво-

јим талентом, генијалношћу и племенитим карактером, био једна од малобројних личности, које се рађају једва једанпут током столећа.”

У писму Лежандру Јакоби каже: ”Неколико дана, након што сам послао последње писмо, сазнао сам тужну вест о смрти Абела. Паша влада га је позвала у Берлин, али га позив није затекао у животу. Нада да ћу га видети у Берлину је сурово разбијена. Проблеми које је себи поставио – да нађе потребне и довољне услове да се било који интеграл изрази помоћу граничних величина... представљају потпуно нову класу проблема, које се нико пре њега није усудио да постави. Отишао је, али је оставио један велики пример.”

Један други велики норвешки математичар, Софус Ли рекао је о Абелу:

”Математичари нашег времена су тек изучавајући јасне и дубоке Абелове радове добили могућност да схвате идеје Е. Галоа. Ја ни данас не могу да дам бољи савет математичарима од тога да читају Абелова дела у оригиналу.

Међу научницима те епохе (почетак 19. века), у самом врху требало би поставити Гауса и Кошија, Абела и Галоа, и по мом мишљењу, због оригиналности, снаге и дубине – непосредно иза тих стваралачких генија долази Јакоби, чији се блистави таленат потврдио у толико различитих области математике; ипак он не би могао да се изједначи са четири горе поменућа.”

Абел није био музички образован, нити је изгледа имао наклоности према музици. У писму Ханстину из Берлина, Абел пише: ”Код Крелеа се одржавала нека врста састанака где се дискутовало углавном о музици, о чему наравно ја писам разумео много. Ипак сам радо одлазио на те састанке, јер сам тамо могао да дискутујем са младим математичарима. У Крелеовој кући једном недељно су се окупљали математичари, али је он престао да одржава те састанке због извесног Мартина Ома, са којим нико није могао да изађе на крај због његове арогације.” (Човек о коме говори Абел био је брат Георга Ома.)

Из његових студентских дана остала је следећа анегдота. Један његов друг, добар музичар, свирао је на клавиру у друштву пријатеља. Абел је пратио свирање са пажњом већом од уобичајене. На крају је извођач био дубоко разочаран кад му је Абел рекао да је све време био преокупиран следећим комбинаторним проблемом: ”Колико је пута свака дирка на клавијатури ударена сваким прстом пијанисте?”

У Краљевском парку у Ослу налази се споменик Абелу. Парк је основао скулптор Густав Вигеланд, који је откупио 30 хектара земљишта, уредио га као парк и украсио са 212 скулптура у бронзи. На највишој тачки парка налази се монолит висок 17 метара, који симболише Вигеландову визију о потреби заједништва и блискости међу људима. Споменик Абелу у том парку Вигеланд је израдио 1908. године. На пиједесталу у облику грубо обрађеног паралелепипеда налази се статуа обнаженог младића, атлетски грађеног, који са обе ноге гази два чудовишта. Потребна је веома жива машта да би се нашла сличност између атлетске фигуре, какву је представио уметник, и Абела, који на једином сачуваном портрету делује бојажљиво, и измучено тешком болешћу, која је до крајности нарушила његово ионако крхко здравље.

Такође је само скулптор можда знао шта представљају фигуре под његовим ногама, чији је смисао исто толико нејасан као и атлетска фигура Абела. Можда су то два подмукла непријатеља човека – смрт и заборав, или два највећа проблема које је решио овај математичар – теорија елиптичних функција и проблем

решавања алгебарских једначина кореновањем.

Једини аутентични Абелов портрет направио је сликар Горбиц за време Абеловог боравка у Паризу, 1826. године.

Абелово име носи један кратер на Месецу, а Париз му се одужио тиме што Абелово име носи једна улица у 12. арандисману у Паризу.

Краљ Шведске и Норвешке Оскар II, предложио је 1902. године, на стогодишњицу Абеловог рођења, да се установи Абелова награда за математику. Остварење идеје омели су политички догађаји; 1905. године дошло је до одвајања Норвешке од Шведске.

Ове године (2002) је влада Норвешке, на предлог Департмана за математику Универзитета у Ослу, а поводом 200 година од рођења Абела, основала фонд са почетним капиталом од 200 милиона норвешких круна (22 милиона америчких долара) из кога ће се сваке године додељивати Абелова награда за математику. Та награда биће у рангу Нобелове награде.

У великом делу западног света приметан је пад интересовања за студије математике. Установљење Абелове награде има за циљ да нагласи важност математике и да подстакне интерес младих људи за ову науку.



Споменик Абелу у парку Вигеланд

Статијата прв пат е објавена во списанието ТАНГЕНТА на ДМ на Србија во 2001/02 година