

Стојко Стојоски
Скопје

ЕДНА КОНСТРУКЦИЈА НА ПРАВИЛЕН ДВАНАЕСЕТАГОЛНИК СО ДАДЕНА СТРАНА a

Познато е дека многуаголник на кој сите страни се еднакви по должина и сите агли еднакви по големина се вика правилен многуаголник.

Секој правилен многуаголник (па и правилниот дванаесетаголник) може да се конструира и тоа: со дадена страна, со даден радиус на опишана кружница околу многуаголникот или со даден радиус на впишана кружница во многуаголникот. Конструкцијата на правилниот дванаесетаголник со дадена страна a може да се изврши:

1. Со конструкција на карактеристичниот триаголник - конструкција на рамнокрак триаголник со основа: дадената страна a и агол при врвот $\alpha = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$, (што е познато за голем број ученици).

2. За да можеме да ја објасниме и докажеме другиот вид на конструкција на правилен дванаесетаголник, претходно ќе ја докажеме со следната теорема.

Теорема: Ако над секоја страна од правилниот шестаголник конструираме, надворешно по еден квадрат и сите слободни темиња на така добиените складни квадрати се поврзат, тогаш се добива правилен дванаесетаголник.

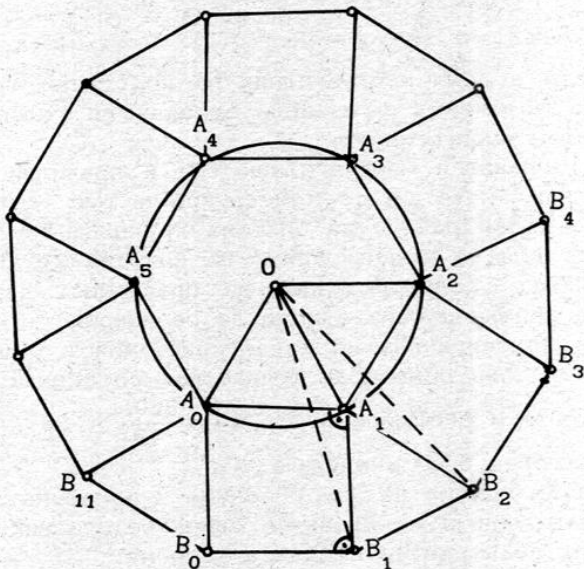
За да може да се конструира правилен дванаесетаголник, по дадена страна a , доволно е да знаеме да конструираме правилен шестаголник со дадена страна a (или даден радиус на опишана кружница $R = a$) и да ја искористеме точноста на оваа теорема.

Да се докаже теоремата, значи да се докаже дека во многуаголникот $V_0 V_1 V_2 V_3 \dots V_{11}$:

а) Сите страни се еднакви меѓу себе и

б) Сите внатрешни агли се еднакви меѓу себе.

Доказ: а) Да ја обележиме должината на страната на правилниот шестаголник $A_0 A_1 A_2 A_3 A_4 A_5$ со a и да го разгледаме $\triangle A_1 A_2 O$, - еден од рамностраните триаголници со основа $\overline{A_1 A_2} = a$ и врв во центарот O на правилниот шестаголник.



Црт. 1

По извршената конструкција на квадратите со страна a , над секоја страна од правилниот шестаголник - добиваме дванаесет страни, од кои сигурно знаеме дека шеќе од нив се еднакви меѓу себе, како страни на складни квадрати.

Очевидно е дека $\triangle A_1 B_1 B_2$ е рамнокрак, затоа што $\overline{A_1 B_1} = \overline{A_1 B_2} = a$ како страна на складни квадрати. Бидејќи внатрешниот агол кај правилниот шестаголник е 120° , тогаш аголот при врвот (темето) A_1 во $\triangle A_1 B_1 B_2$ е $360^\circ - 120^\circ - 2 \cdot 90^\circ = 240^\circ - 180^\circ = 60^\circ$. Значи, рамнокракиот

триаголник $A_1 A_1 B_2$ има агол при врвот од 60° , од кое престанува да заклучиме дека и тој е рамностран, односно дека другите два агла се по 60° , односно дека $\overline{A_1 B_1} = \overline{B_1 B_2} = a$. Од ова пак произлегува дека основите на сите триаголници што се наоѓаат меѓу соседните квадрати се еднакви меѓу себе.

Со ова е докажано дека сите страни на конструириот многуаголник се еднакви меѓу себе, со должина еднаква на a .

б) Од доказот на условот под а) и од цртежот следува дека сите внатрешни агли кај дванаесетаголникот се еднакви, затоа што секој од нив има по $90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$. Од доказот на условот а) и б) следува дека конструириот дванаесетаголник е правилен затоа што сите страни се еднакви со должината a и сите внатрешни агли се еднакви и имаат по 150° .

Сега не е тешко да покажеме како се конструира правилен дванаесетаголник со дадена страна a , односно конструкцијата би одела по овој редослед:

- конструираме кружница $k(O, R = a)$ (R - радиус на опишана кружница околу многуаголникот),
- конструираме правилен шестаголник со страна a ,
- конструираме, од надворешната страна, квадрати над секоја страна од правилниот шестаголник.

ги поврзуваме соседните слободни темиња на добиените квадрати.

Страните на квадратите и отсечките добиени од слободните соседни темиња го даваат бараниот правилен дванаесетаголник со дадена страна a .

Статијата прв пат е објавена во списанието Нумерус