

Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

Задача 1. Замените буквы цифрами (одинаковые буквы – одинаковыми цифрами, а разные – разными) так, чтобы получились верные равенства: (М.Леонтьева)

$$П - О = Б - Е = Д - И = Т + Е = Л + И$$

Ответ. Например, $9 - 3 = 8 - 2 = 7 - 1 = 4 + 2 = 5 + 1$

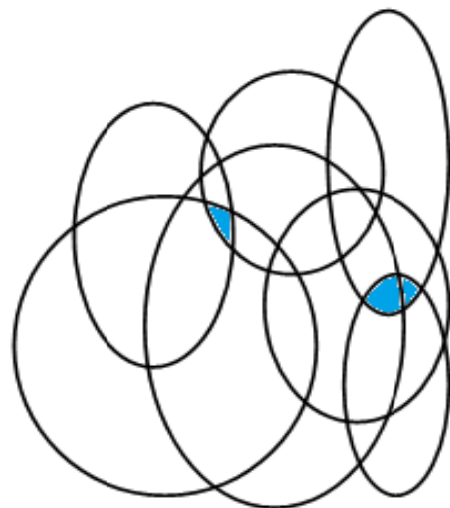
Задача 2. У трёх попугаев есть 9 орехов. У красного на 1 больше, чем у зелёного, а у синего на 1 меньше, чем у зелёного. Сколько орехов у каждого из попугаев? (фольклор)

Ответ. У зелёного 3 ореха, у синего 2 ореха, у красного 4 ореха.

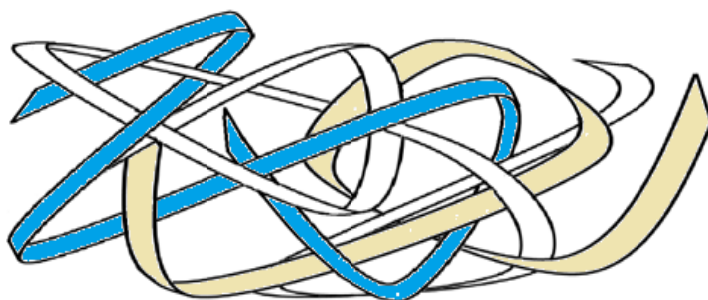
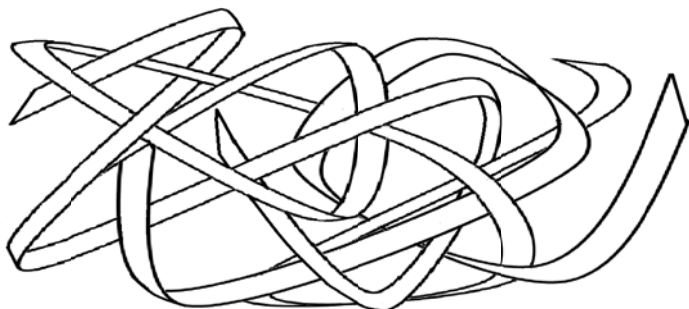
Решение. Пусть красный отдаст 1 орех синему. Тогда у всех будет поровну. Если 9 разделить поровну на троих, то будет по 3 ореха. Значит, у зелёного 3 ореха.

Задача 3. Винни-Пух полетел на 7 воздушных шарах за медом и теперь не может спуститься. У Пятачка есть ружьё, из которого он может выстрелить всего 2 раза. Но если он задевает одним выстрелом несколько шаров, лопаются они все. Покажите, как Пятачок может помочь Винни спуститься, попав во все шары. (Н.Михайловский)

Ответ. Подойдут два выстрела в закрашенные области – по одному в каждую.



Задача 4. Алёна хочет распутать свои ленты. Сколько их тут? (Е.Орехова)

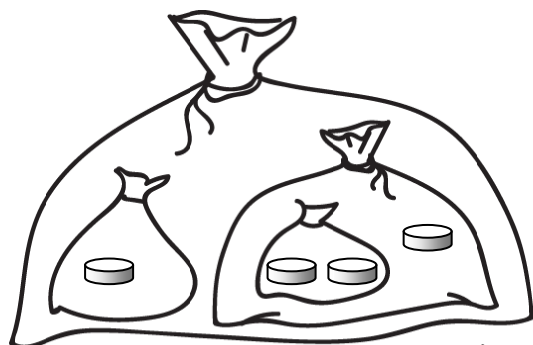


Ответ. 3 ленточки. На рисунке каждая лента выделена своим цветом.

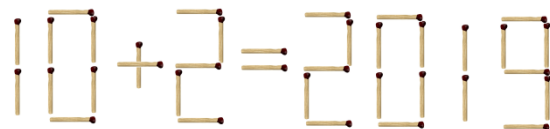
Задача 5. У Буратино есть четыре монеты по 1 сольдо. Он положил их в 4 мешка так, что в каждом мешке лежит разное количество монет. Укажите, какие монеты где лежат. (Е.Иванова)

Ответ. Один из возможных вариантов приведен на рисунке.

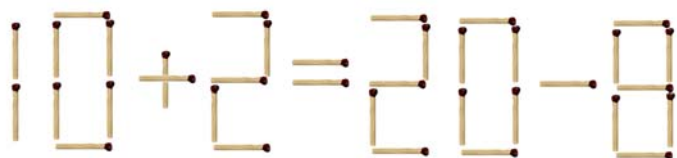
Количество монет в мешках – 1, 2, 3 и 4



Задача 6. Наташа выложила из спичек неверное равенство. Переложите 2 спички, чтобы получилось верное равенство: (Н.Гаганова)



Ответ. Возможный вариант приведен на рисунке.



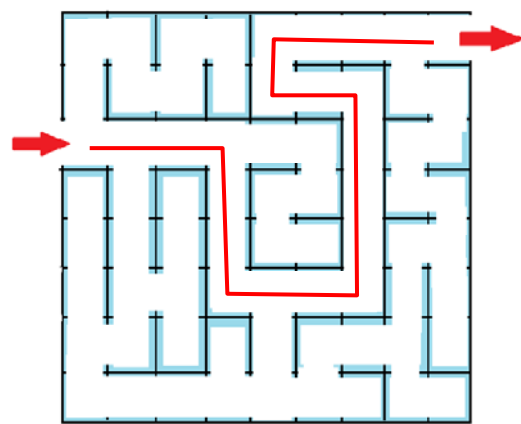
Переложили две спички из цифры «1» числа 2019. Из одной сделали «минус», с помощью другой превратили «9» в «8».

Задача 7. Пройдите через лабиринт, повернув три раза налево и три раза направо. (Е. Иванова)

Ответ. Один из возможных вариантов приведен на рисунке.

Повороты: ПЛЛЛПП

направо – налево – налево – налево - направо -
направо



Задача 8. В ряд стоят солдаты: Антон, Николай, Фёдор, Алексей, Иван. Полковник приказал выйти из строя двум соседним, а потом тем, у кого имена начинаются на одну и ту же букву. В ряду остался один солдат. Как его зовут? (Н. Михайловский)

Ответ. оставшегося солдата зовут Иван.

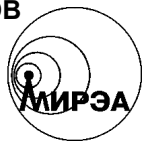
Решение. Заметим, что в ряду только два человека с именем, начинающимся на одну и ту же букву. Значит, в первый раз никто из них не выходил. Но из оставшихся только Николай и Фёдор стоят рядом. Значит в первый раз вышли Николай и Фёдор, а потом – Антон и Алексей.

Результаты олимпиады будут опубликованы на сайте <http://mathbaby.ru/> после 15 марта 2019г

Закрытие олимпиады и награждение победителей пройдет 31 марта в помещении школы 2086, подробности будут на сайте

Творческая лаборатория «2×2» – содружество преподавателей, студентов, аспирантов и просто математиков, обеспокоенных состоянием математического образования в России. Мы хотим, чтобы наши дети росли любознательными, заинтересованными, грамотными, и стараемся по мере сил этому содействовать. За много лет работы мы создали систему обучения детей математике с 1 по 11 класс. Она включает в себя матклассы, олимпиады различного уровня, кружки в разных точках Москвы.

Кроме олимпиад мы проводим выездные математические школы для всех классов. Школы проводятся в период каникул, а также майских праздников. Подробнее о наших проектах можно прочитать на сайте mathbaby.ru



Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

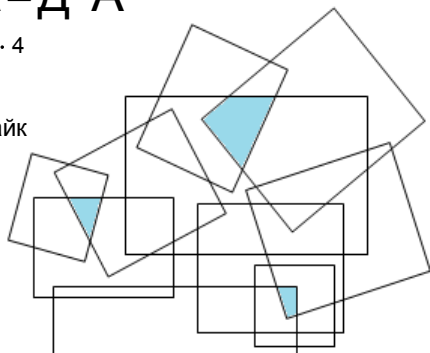
Задача 1. Замените буквы цифрами от 1 до 7 (одинаковые буквы – одинаковыми цифрами, а разные – разными) так, чтобы получились верные равенства: (О.Федорова)

$$O \cdot L = I + M = P + I + A = D \cdot A$$

Ответ. Например, $2 \cdot 6 = 7 + 5 = 1 + 7 + 4 = 3 \cdot 4$

Задача 2. На полу лежало 10 листов бумаги. Майк бросил три дротика, и все листки оказались припилены к полу. Куда попал Майк? (Н.Михайловский)

Ответ. Достаточно попасть дротиками в любую точку каждой из закрашенных областей.

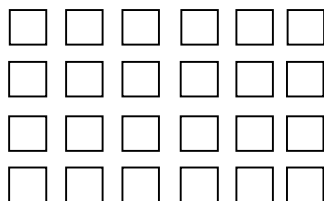


Задача 3. Карабас-Барабас взвешивал монеты. Оказалось, что серебряная монета тяжелее золотой. А серебряная и бронзовая весят столько же, сколько две золотые. Запишите монеты в порядке убывания их весов. (Е.Иванова)

Комментарий в аудиториях: золотые монеты весят одинаково.

Ответ. В порядке убывания весов: серебряная, золотая, бронзовая.

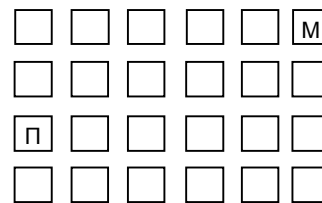
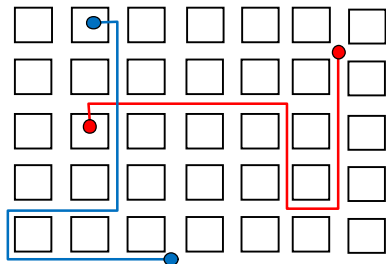
Решение. Если мы положим на две чашки весов серебряную и золотую, то по условию серебряная перевесит золотую. Чтобы уравновесить весы, нужно к золотой добавить груз тяжелее, чем к серебряной. Следовательно, бронзовая легче золотой.



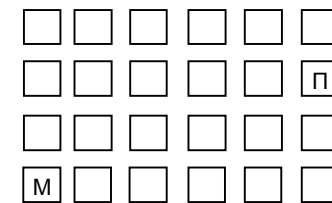
Задача 4. Пьеро вышел из дома, повернул направо и пошел в гости к Мальвине. Он прошел вдоль 3 домов (не считая своего дома), повернул направо, прошел вдоль 2 домов, повернул налево, через дом – еще раз налево, потом прошел еще мимо 3 домов и впереди справа увидел дом Мальвины. В каком доме живет Пьеро, а в каком – Мальвина? (Е.Криволицкая)

Ответ. На рисунке.

Решение. Добавим домов на рисунке и нарисуем маршрут Пьеро от произвольного дома. Заметим, что всего есть четыре варианта такого маршрута, но для всех маршрутов вдоль одно направления должно быть не меньше 5 домов, а вдоль другого – не меньше четырех. Рассматривая план района Пьеро и Мальвины, видим, что вариантов расположения домов два.



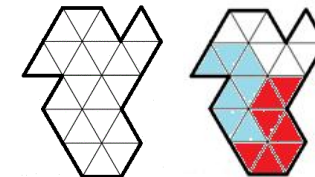
ИЛИ




Задача 5. Разрежьте фигурку на рисунке по линиям сетки на три одинаковые части. (В.Иванов)

Комментарий в аудиториях: равные фигурки – те, которые можно совместить, наложив друг на друга.

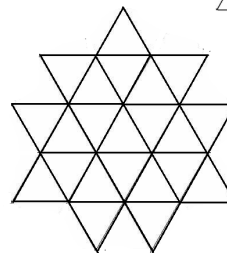
Ответ. На рисунке.



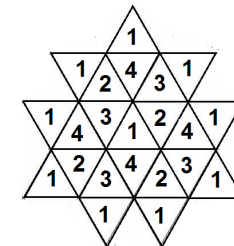
Задача 6. На рисунке слева расставьте в маленькие цифры 1, 2, 3, 4 так, чтобы в любом

треугольнике вида  встречались все четыре цифры. (Фольклор)

Ответ. Один из возможных вариантов приведен на рисунке.



Задача 7. Винни-Пух написал на листе бумаге двузначное число. Мудрая Сова, посмотрев на листок, сказала, если к этому числу прибавить 3, то получится двузначное число, а если прибавить 9, то



трехзначное. Потом Сова заметила, что если число десятков разделить на число единиц, то получится однозначное число без остатка. Что за число написал Винни-Пух? (Н.Михайловский)

Комментарий в аудиториях: если вариантов несколько, нужно указать их все.

Ответ. 91 или 93.

Решение. Если после прибавления 9 двузначное число становится трехзначным, то это значит, что исходное число не меньше 91. Если после прибавления 3 число по-прежнему остается двузначным, то оно не больше 96. Таким образом, остались варианты 91, 92, 93, 94, 95 и 96. Поскольку число десятков можно разделить без остатка на число единиц, то это может быть только 91 (9 делится на 1) или 93 (9 делится на 3).

Задача 8. Никита выложил на стол в ряд: красный треугольник, синий квадрат, желтый квадрат, желтый квадрат, зеленый треугольник. Затем он забрал две соседние фигуры, а потом две фигуры одной формы. На столе осталась одна фигура. Какой она формы? (Н.Михайловский)

Ответ. Квадрат.

Решение. Второй раз взяли либо два треугольника, либо два квадрата. Но если взяли квадраты, то никакие две из остальных не являются соседними. Значит второй раз взяли треугольники. Среди остальных соседние либо синий квадрат и желтый круг, либо желтый круг и желтый квадрат. В любом случае остался квадрат.

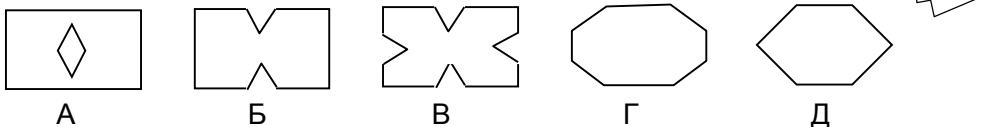
Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других.

Задача 1. Карлсону подарили коробку конфет. Утром он съел треть всех конфет, в обед съел на 2 конфеты меньше, чем утром. А на ужин доел остальные 9 конфет. Сколько конфет было в коробке? (И. Шпаковская)

Ответ. 21 конфета.

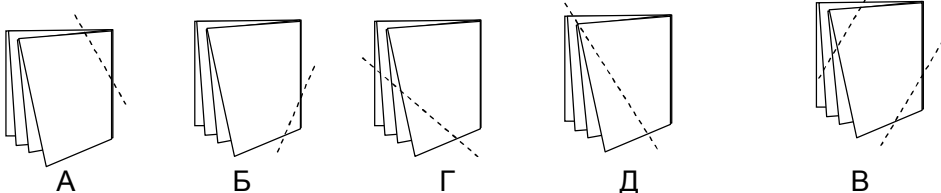
Решение. Если бы Карлсон в обед съел столько же, сколько утром (то есть на 2 конфеты больше), то на ужин осталась бы треть всех конфет. Но это на 2 конфеты меньше, то есть 7. Значит 7 – это треть всех конфет и всего конфет было 21.

Задача 2. Олег сложил листок бумаги вчетверо, как на рисунке, и сделал один прямолинейный разрез. Затем развернул листок. Какие фигурки не могли получиться? (Е. Иванова)



Ответ. Только В.

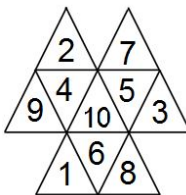
Решение. Покажем, как получить остальные фигурки



Для того, чтобы получить фигурку В, нужно сделать два разреза.

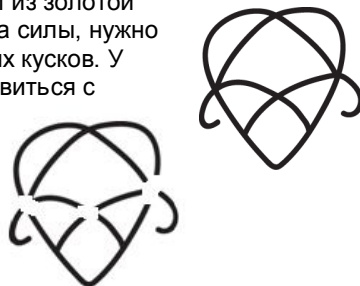
Задача 3. Впишите в маленькие треугольники числа от 1 до 9 таким образом, чтобы в каждом большом треугольнике сумма всех четырех чисел равнялась 25. (Е. Орехова)

Ответ. Один из возможных вариантов приведен на рисунке.



Задача 4. Люк Скайуокер завладел волшебным вензелем из золотой проволоки (см.рис). Чтобы лишить императора Палпатина силы, нужно лазерной пушкой разрезать вензель ровно на 6 отдельных кусков. У Люка заряд только на 3 точечных выстрела. Как ему справиться с задачей? (М. Заславский)

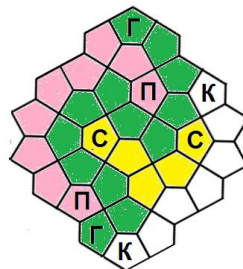
Ответ. Возможный вариант приведен на рисунке.



Задача 5. Дядя Фёдор сообщил Шарику двузначное число. Шарик выяснил: если это число умножить на 3, то получится двузначное число, а если из исходного числа вычесть 3, а потом разделить результат на 3, то тоже получится двузначное число. Какое число Дядя Фёдор сообщил Шарику? (Н. Михайловский)

Ответ. 33.

Решение. Если после умножения на 3 двузначное число остается двузначным, то оно не больше 33. Если после деления на 3 двузначное число остается двузначным, то число, получаемое из исходного числа вычитанием 3, не меньше 30, то есть исходное число не меньше 33.



Задача 6. В Хогвартсе у каждого из факультетов (Гриффиндор, Слизерин, Когтевран и Пуффендуй) есть своя библиотека и свой спортивный зал. Правила требуют, чтобы для каждого факультета существовал свой путь между библиотекой и залом, покрытый дорожкой своего цвета, и дорожки не должны пересекаться. Изобразите эти 4 пути на карте. (Переходить из комнаты в комнату можно только через их общую сторону) (О. Федорова)

Ответ. Возможный вариант приведен на рисунке.

Задача 7. 12 апреля коротышки запустили ракету к Марсу. Знайка сказал друзьям, что ракета на Марсе окажется не сразу, а через некоторое время. А на вопрос «Через какое?» молча показал один палец. Друзья тут же прокричали версии, что имел в виду Знайка: секунду, минуту, час, день, неделю, месяц. На это Знайка ответил: «Один из вас угадал, а остальные ошиблись, в 24, 60, 168, 720, 3600 раз». Через какое время, по мнению Знайки, ракета окажется на Марсе? (А. Порецкий)

Ответ. Через час.

Решение. Заметим, что разница между днем и неделей равна 7. Значит, Знайка не имел в виду ни день, ни неделю. Аналогично это не месяц, так как нет ни числа 30, ни 31, ни даже 28 или 29. Посмотрим с другой стороны. Если б это был секунда или минута, то уже в сутках $60 \times 24 = 1440$ минут, а в неделе точно больше 3600 (а секунд еще больше). Осталось проверить, что час подходит. Действительно $3600 \text{ секунд} = 60 \text{ минут} = 1 \text{ час}$. В сутках 24 часа, в неделе 168, в месяце из 30 дней 720 ч.

Задача 8. Три подруги – Маша, Света и Даша – родились в один год, но в разные времена года: зимой, весной и летом. Света младше Даши, а между первыми днями рождения Маши и Даши прошло больше полугода. Кто когда родился, если известно, что 1 сентября им не всем одинаковое количество лет? (Е. Иванова)

Ответ. Даша – весной, Света – летом, Маша – зимой, в декабре.

Решение. Поскольку на 1 сентября не всем одинаковое число лет, то кто-то родился в декабре, зимой. Значит, другие две девочки родились весной и летом. Но тогда между родившимися летом и весной не может быть разницы больше, чем в полгода. Поэтому в декабре родилась Маша или Даша. И это Маша, так как иначе Света не сможет быть младше Даши. Поскольку по условию Света младше Даши, то Даша родилась весной, а Света – летом.

Заметим, что сделать вывод о том, что Даша родилась весной, на основании разницы между днями рождения более, чем полгода, не получится. Так как, например, между 1 июня и 30 декабря разница больше полугода

Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других.

Задача 1. Ёжик неделю снимал игрушки с новогодней ёлки. В понедельник он снял 1 игрушку, а дальше каждый день снимал столько игрушек, сколько уже снял за все предыдущие дни. В воскресенье он снял последние игрушки. Сколько игрушек было на ёлке? (Е.Криволицкая, В.Иванов)

Ответ. 64 игрушки было на ёлке.

Решение. В понедельник ёжик снял 1 игрушку, во вторник – 1, в среду – 2, в четверг – 4, в пятницу – 8, в субботу – 16, в воскресенье – 32. То есть всего он снял 64 игрушки.

Задача 2. Удав (У), Мартышка (М), Слононок (С) и Попугай (П) затеяли взвешиваться. Мартышка записала: Удав = 48 П, Слононок = 12 М, Мартышка = 3 П, Удав = 4 М, Слононок = 36 П. Позже оказалось, что Мартышка все числа перепутала – то есть числа действительно были такие, но все стояли на других местах (но все буквы записаны верно). Сколько Попугаев на самом деле весят Удав, Слононок и Мартышка? (Е. Иванова)

Ответ. Удав = 36 Попугаев, Слононок = 48 Попугаев, Мартышка = 12 Попугаев.

Решение. Поскольку все веса выражаются через Попугаев, то Попугай – самый легкий. Далее, поскольку есть запись Удав = ... М, Слононок = ... М и все числа больше 1, то Мартышка легче Удава и Слононка. Вес Удава и Слононка измерен дважды – в Попугаях и Мартышках. Но, как бы не измеряли, отношения весов должно быть одно и то же. Выпишем, имеющиеся числа: 48, 36, 12, 4, 3. Заметим, что есть две пары с одинаковым отношением – это (48, 36) и (4, 3) или (48, 4) и (36, 3). Но в любом случае $M=12П$. И тогда второй вариант не подходит, так как тогда Удав или Слононок весит 3П и, значит, он легче Мартышки, что не так. Поэтому Удав = 48П, Слононок=36П или наоборот. Но первый вариант не подходит, так как по условию все числа Мартышка поставила на другие места.

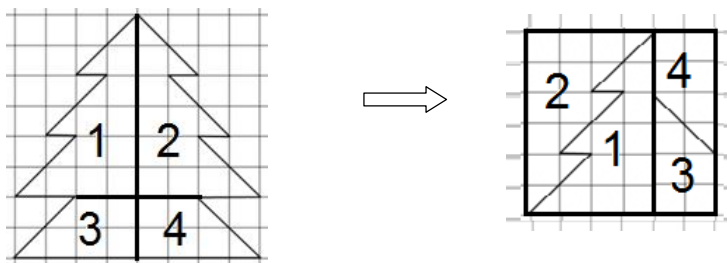
Задача 3. Расположите все цифры от 0 до 9 в клеточки так, чтобы получилось верное

равенство: $\square\square + \square \cdot \square - \square\square : \square = \square\square\square$ (Е. Иванова)

Ответ. Например, $84 + 5 \cdot 9 - 63 : 7 = 120$ или $97 + 5 \cdot 8 - 42 : 6 = 130$.

Задача 4. На клетчатой бумаге нарисована ёлочка. Разрежьте ее на 4 части и сложите из них квадрат. (Н.Авилоев)

Ответ. Возможный вариант приведен на рисунке.



Задача 5. Школьникам выдали по 4 карточки. На каждой карточке был написан слог ПА, или НА, или МА. Оказалось, что 13 ребят из своих карточек могут сложить слово МАМА, 15 детей – слово ПАПА и 17 школьников могут сложить слово НАНА. При этом слово ПАНАМА могут сложить 45 учеников. Сколько всего было школьников? (Н.Михайловский)

Ответ. 45 школьников.

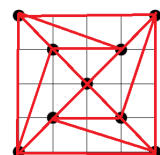
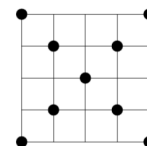
Решение. Те дети, которые могут сложить ПАНАМА, используют для этого 3 карточки, оставшаяся 4-я карточка совпадает с одной из трех карточек, использованных для слова ПАНАМА. Поэтому тот, кто может сложить ПАНАМА, может еще сложить слово МАМА, или ПАПА, или НАНА. Но $45 = 13 + 15 + 17$. При этом у любого ребенка есть хотя бы 2 одинаковых карточки, то есть он может сложить слово МАМА, или ПАПА, или НАНА; поэтому у всех школьников есть три различные карточки, все они могут сложить слово ПАНАМА, то есть школьников 45.

Задача 6. Из квадратных карточек выложили прямоугольник (на рисунке пример прямоугольника из 6 карточек). Потом одну его сторону уменьшили в 2 раза, а другую в 3. При этом освободилось 65 карточек. Сколько квадратов со стороной 4 карточки можно было выделить из исходного прямоугольника, не перекладывая карточки? (на рисунке можно выделить 2 квадрата со стороной 2 карточки) (А.Порецкий)

Ответ. Ни одного.

Решение. Заметим, что в результате описанных действий площадь прямоугольника уменьшилась в 6 раз. Возможные случаи нарисованы на рисунках (закрашенный прямоугольник – тот, что получился). Таким образом площадь оставшегося прямоугольника = $65:5 = 13$ карточек. Но из 13 карточек можно составить только один прямоугольник размером 1x13 карточек. Значит, изначальный прямоугольник был размером 2x39 карточек или 3x26 карточек. В обоих случаях одна из сторон меньше 4 карточек и ни один квадрат со стороной 4 карточки выделить нельзя.

Задача 7. В королевстве Полной Луны 9 городов расположены, как на рисунке. Король хочет построить между некоторыми городами прямые дороги так, чтобы из каждого города выходило ровно 4 дороги. Как это можно сделать? (Д.Калинин, из турниров Kostroma-open)



Комментарий в аудиториях: Сетка нарисована для удобства, это не дороги.

Ответ. Возможный вариант изображен на рисунке.

Задача 8. Если бутявка скажет правду, то она окрашивается в зелёный цвет. А если солжёт – окрашивается в красный. Однажды две такие бутявки встретились. Первая сказала: «Мы обе красные». А потом вторая сказала: «Вот если бы мы промолчали, мы бы сейчас обе были красными». Одного ли цвета бутявки после этой фразы? (В. Иванов)

Комментарий в аудиториях: Если бутявка была красной и солгала, она останется красной. Если была зеленой и сказала правду, то останется зеленой.

Ответ. Одного.

Решение. Фраза второй бутявки означает «Изначально мы обе были красными». Таким образом обе бутявки говорят об одном и том же. Поэтому эти фразы либо обе ложны (и тогда бутявки обе станут красными), либо обе истинны (и тогда обе бутявки станут зелёными).

Краткие решения задач олимпиады 5 класса

27 января 2019

Часть А

К каждой задаче необходимо указать ответ.
Решения приводить не требуется.

1. Расположите цифры 2, 7, 1, 2, 0, 1, 9 в клетки так, чтобы произведение получилось максимально возможным:

(Е.Иванова)

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline \end{array}$$

Ответ. 7210x921 или 9210x721

2. Ростик тренируется играть на барабанах – каждые 10 секунд он ударяет в бочку, каждые 4 секунды – в тарелку, а каждые 7 секунд – в малый барабан. Он начал, ударив в бочку и тарелку, затем, через 3 сек добавил барабан. Он играл 4 минуты. Сколько раз за это время он одновременно ударил в бочку, тарелку и барабан? (Е.Иванова)

Ответ. 2 раза.

Решение. Первый раз он ударит во все 3 предмета на 80 с и будет повторять каждые 140 с. Всего в 4 минутах 240 секунды, то есть он ударит второй раз на $80 + 140 = 220$ с. Всего 2 раза.

3. Никита заменил в верном примере на сложение одинаковые цифры на одинаковые буквы, а разные цифры на разные буквы и получил ребус: $M + A + T + E + M + A + T + I + K + A = EE$. Какую наибольшую цифру может заменять буква E? (Н.Михайловский)

Ответ. 6

Решение. Сократим E единиц из обеих частей ребуса. Получим: $M + A + T + M + A + T + I + K + A = E0$. Наибольшее значение левой части будет, если присваивать чаще встречающимся буквам большие значения. То есть будет максимально, когда $A = 9$, $M = 8(7)$, $T = 7(8)$, $I = 6(5)$, $K = 5(6)$. Тогда сумма=68. Значит, наибольшее значение E не больше 6. Значение суммы 66 достигается $A = 9$, $M = 8$, $T = 7$, $I = 2$, $K = 1$.

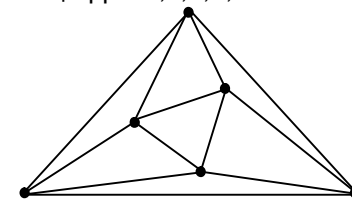
4. Ян выписал в ряд без промежутков числа от 1 до 50. Затем нашел пять цифр, наиболее часто встречающихся в этой последовательности, и все такие цифры вычеркнул. Какая цифра в новой последовательности стоит А) на первом месте? Б) на последнем месте? (по мотивам Сингапурских олимпиад 2015)

Ответ. А) 6; Б) 0.

Решение. В каждом десятке каждая цифра единиц встречается по одному разу. Поэтому разница в количестве использованных цифр может быть

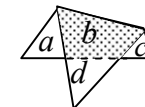
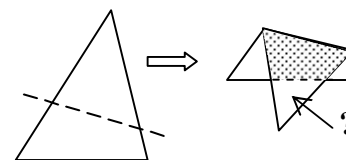
только из-за цифр десятков. Это 1, 2, 3 и 4. Их больше всего. Кроме того, в последнем десятке есть 5 – это пятая наиболее часто встречающаяся цифра. Значит, после вычеркивания остались только цифры 6,7,8,9,0.

5. Нарисуйте 6 точек и соедините их отрезками так, чтобы в каждой точке пересеклось 4 отрезка и других точек пересечения не было. (А.Петухов)



Ответ. Возможный вариант на рисунке.

6. В бумажном треугольнике провели отрезок, делящий площадь треугольника пополам, а затем сложили по этой линии. Оказалось, что площадь «двухслойной части» (серая на рисунке) равна площади «однослойной части» и на 12см^2 меньше площади исходного треугольника. Найдите площадь нижнего маленького треугольника. (Е.Иванова)



Ответ. 3 см^2 .

Решение 1. Обозначим части a , b , c и d . Из первого условия следует, что $a + b + c = b + d$, или $a + c = d$. Из второго следует, что $b = a + c + d$, то есть $b = 2d$. Также из второго условия получаем $a + c + d = a + 2b + c + d - 12$ (обе части равны b), откуда $b = 6$. Тогда $d = 3$.

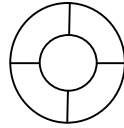
Решение 2. Сгибаем треугольник, мы уменьшаем его площадь на площадь двухслойной части. Значит, площадь серой фигуры равна 12. Поскольку треугольник разбили на две одинаковые по площади части, то площадь каждой части равна площади одной и той же серой фигуры + один или два треугольника. То есть площадь нижнего треугольника равна сумме площадей двух других. А в сумме их площади равны площади серой фигуры.

7. Когда в Белграде полдень, на Камчатке 11 часов вечера. В этот же момент в Бостоне 6 ч утра, а в Лос-Анжелесе 3 часа ночи того же дня. 10 января в 8 часов вечера Миша отправил фотографию по e-mail из Бостона в Белград Вова (фотографии доставляются по e-mail почти мгновенно). Через 14 часов Вова отправил ее по e-mail на Камчатку Родиону. На следующий день утром в 8 часов Родион отправил ее в Лос-Анжелес Грише тоже по e-mail. В какое время и какого числа фотография была доставлена Грише? (О.Парамонова)

Ответ. 12 января в 12:00 дня (в полдень)

Решение. Вова получил фотографию 11 января в 2 часа ночи, в 16 часов этого же дня он отправил ее Родиону. Родион получил фотографию в 3 часа ночи 12 января, отправил ее Грише 13 января в 08 часов утра, Гриша получил ее в полдень 12 января.

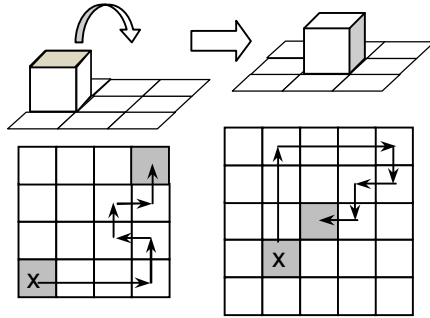
8. У полей ведьминской шляпы 4 сектора. Каждый из них можно покрасить целиком в один из цветов: синий или красный. В магазине представлены все возможные варианты расцветок. Сколько это вариантов? (О.Парамонова)



Ответ. 6 вариантов

Решение. Заметим, что при повороте шляпы не получаем новых вариантов раскраски и все зависит только от положения цветов относительно друг друга. Тогда можно выписать только цвета: 1) СССС; 2) КККК; 3) СССК; 4) КККС; 5) ССКК; 6) СКСК.

9. У кубика одна из 6 граней выкрашена в серый цвет. Касаясь бумаги этой гранью, кубик окрашивает бумагу в серый цвет. Сэм перекачивает кубик через ребро на клетчатой плоскости, не попадая дважды в одну и ту же клетку. Нарисуйте маршрут, как получить рисунок на картинке, если изначально кубик стоит окрашенной гранью вниз. Местоположение кубика отмечено крестиком.. (Е.Иванова)



Ответ. Один из возможных вариантов указан на рисунке.

10. Игра «лживые шашки» – игроки по очереди выставляют на доску черные или белые шашки. Если игрок ставит белую шашку, он должен сказать правду, если черную – солгать. На доске стоит 1 шашка. Петя поставил еще шашку и сказал: «Теперь на доске черных шашек больше, чем белых». Какого цвета первая шашка? (Е.Иванова)

Ответ. Белая

Решение. Заметим, что в любом случае игрок не мог поставить белую шашку. Так как, какая бы шашка на доске до этого ни стояла, поставив белую, нельзя сделать черных больше. Значит, игрок поставил черную шашку. Тогда он должен был солгать. Значит, на доске не могла быть черная шашка, так как тогда утверждение игрока было бы верным.

Часть Б

В этой части кроме ответа требуется привести решение.

1. Два бегуна бегут друг за другом с одинаковой скоростью 150м/мин, на расстоянии 300м друг от друга. По пути им встретилась гора. При подъеме в гору каждый снизил скорость на 50 м/мин, а на спуске затем увеличил на 100 м/мин и дальше побежал с изначальной скоростью. Какое максимальное расстояние могло оказаться между бегунами? (фольклор)

Ответ. 400м.

Решение. Пример строится несложно. Докажем, что это максимум. Заметим, что до подножья горы спортсмены добегут с разницей в 2 минуты (300:150). То есть второй повторяет движения первого с запаздыванием в 2 минуты. Рассмотрим такую интерпретацию: пусть оба бегуна находятся на движущемся со скоростью 150м/мин транспортере. Тогда изначально они просто стоят на нем на расстоянии 300м. Потом первый начинает пятиться назад со скоростью 50м/мин, а через некоторое время двигаться вперед тоже со скоростью 50м/мин. Заметим, что теперь абсолютно неважно, в какой момент происходит движение назад и на сколько, так как второй через некоторое время (через 2 минуты) сделает то же самое и «компенсирует» изменение. Поэтому увеличение расстояния между бегунами зависит исключительно от того, как долго первый сможет двигаться вперед, а второй еще этого не делает. Поскольку запаздывание во времени равно 2 минуты, то максимальное время, когда первый увеличивает расстояние – это 2 минуты. И за это время он сможет увеличить расстояние максимум на 100м.

2. Имеется цепь из 13 звеньев (каждое массой 1г), пронумерованных по порядку: 1, 2, 3, ..., 13. Какое звено надо расковать, чтобы с помощью образовавшихся частей (в том числе и раскованного звена) на чашечных весах одним взвешиванием можно было отмерить любые массы в 1г, 2г, 3г, ..., 13г? Части цепи можно класть на обе чаши весов. После указания выбранного звена нужно указать, как получаются требуемые взвешивания. (Д.Оскорбин)

Ответ. Четвертое (или десятое – четвертое с конца).

Решение. Чтобы отмерить 2г должны быть два последовательных по массе куска или два куска отличающихся на 2г. Вариант расковать четвертое с начала или четвертое с конца кольцо вполне подходит: Тогда получаются три части массами 1 г, 3 г, 9 г и все массы от 1 до 13 г можно будет отмерить (веса со знаком плюс кладем на одну чашу, со знаком минус - на другую):

1=+1; 2=+3-2; 3=+3; 4=+1+3; 5=+9-3-1; 6=+9-3; 7=+1+9-3; 8=+9-1; 9=+9; 10=+1+9; 11=+3+9-1; 12=+3+9; 13=+1+3+9.

Замечание. Можно попытаться рассмотреть другой вариант – каких-то кусков, отличающихся на 2г. В данном случае это 5г, 7г и 1г – само кольцо. К сожалению этот вариант не дает получить массы 9г и 10г.

3. У бабушки есть банки емкостью 7, 8 и 20 литров. Две меньшие банки наполнены доверху морсом, а большая – пустая. Можно ли разделить морс поровну на три банки? Никаких дополнительных приспособлений нет, делений на банках тоже нет. (О.Парамонова)

Ответ. Нельзя.

Решение. При переливании мы можем либо из какой-то банки вылить всё, либо долить доверху какую-то банку. То есть после каждого хода должна появиться либо полностью пустая банка, либо полностью заполненная. Предположим требуемое в условии можно. Тогда в трех банках должно быть

по 5л морса. Посмотрим, каким было последнее переливание – как написано выше, должна была появиться либо полностью пустая банка, либо полностью заполненная, а такого нет. Противоречие.

4. Гоша считает месяц «удачным», если в нем ровно 4 понедельника и ровно 4 вторника. Однажды Гоша сказал: «Текущий месяц удачный, кстати, прошлый месяц тоже был удачным, да и следующий месяц будет удачным». В каком месяце Гоша мог такое сказать? (*Н. Михайловский*)

Ответ. В марте

Решение. Посмотрим, сколько может быть дней в указанных Гошей трёх месяцах. По условию в них ровно $3 \times 4 = 12$ понедельников и 12 вторников, то не меньше 11 полных недель и еще 2 дней. Всего 79 дней. При этом первый месяц мог начаться в ср, чт, пт, сб или вс, а последний закончится не позже вс. Итого максимум $79 + 5 + 5 = 89$ дней. Известно, что в месяце бывает 28, 29, 30, 31. Раз сумма 89, то хотя бы в одном из месяцев количество дней должно быть меньше 30, то есть это февраль. Рассмотрим тройки месяцев, в которые входит февраль: дек-январь-фев (90 или 91 день), январь-февраль-март (90 или 91 день), февраль-март-апр (89 или 90 дней). Подходит только один случай, когда Гоша сказал это в марте (причем невисокосного года).

5. В футбол за победу начисляется 3 очка, за ничью – 1, за проигрыш дают 0 очков. В круговом футбольном турнире из 5 команд (каждая сыграла с каждой по 1 разу) «Метеор» набрал 4 очка, при этом в течение турнира он забил 5 голов, а пропустил всего 2. Найдите счета всех матчей, которые провел «Метеор». (*Н. Михайловский*)

Ответ. 0:1; 0:1; 5:0; 0:0

Решение. В турнире каждая команда сыграла по 4 матча. Как можно набрать 4 очка за 4 игры? Либо все игры свести вничью, то есть $4 = 1 + 1 + 1 + 1$, либо одну выиграть, одну свести вничью и еще две проиграть, то есть $4 = 3 + 1 + 0 + 0$. Если все встречи он провести вничью, то всего забитых и пропущенных голов должно быть поровну в каждом матче, и, соответственно, всего за турнир, но «Метеор» забил 5 голов, 2 пропустил, поэтому все игры вничью он сыграть не мог. Значит, он одну встречу выиграл, две проиграл и еще была одна ничья. Для того, чтобы проиграть, надо пропустить хотя бы один мяч, значит, в каждой из двух проигранных встреч он пропускал хотя бы по одному голу, но всего за 4 встречи он пропустил всего лишь 2 мяча, значит, каждая из проигранных встреч закончилась проигрышем «Метеора» со счетом 0:1, и все пропущенные мячи команда получила в проигранных встречах. Тогда ничья была нулевой, а единственную победу «Метеор» одержал со счетом 5:0.

Критерии:

Каждый правильный ответ в части А стоит 2 балла (если пунктов несколько, то каждый пункт стоит 2 балла).

В части Б оценивается решение – от 0 до 5 баллов.

Творческая Лаборатория «Дважды Два»



Творческая лаборатория «2×2» – содружество преподавателей, студентов, аспирантов и просто математиков, обеспокоенных состоянием математического образования в России. Мы хотим, чтобы наши дети росли любознательными, заинтересованными, грамотными, и стараемся по мере сил этому

содействовать. За много лет работы мы создали систему обучения детей математике с 1 по 11 класс. Она включает в себя матклассы, олимпиады различного уровня, кружки в разных точках Москвы.

Кроме олимпиад мы проводим выездные математические школы для всех классов. Школы проводятся в период каникул, а также майских праздников. Кроме того мы проводим мини-школы или школы выходного дня. Ближайшая такая школа планируется с 22 февраля.

Летняя школа в Подмосковье (2 смены) – с 1 по 21 июня – 1-6 класс.

Летняя школа в Болгарии (3 смены) – с 24 июня по 2 августа – 1-9 класс.

Летняя школа в Подмосковье – с 4 по 28 августа – для 5–10 классов.

Большое внимание мы уделяем также нашим математическим классам на базе разных школ Москвы. В прошлом наши ученики завоевали более десятка золотых медалей на международных олимпиадах по математике и физике, а также разнообразные призы и награды на других соревнованиях России и других стран. В частности в 2015 и 2016 годах наших ученики в составе сборной России на международной Олимпиаде по математике завоевали две серебряные и две золотые медали. В 2018 году – золотую медаль на олимпиаде по астрономии.

Более подробно со всеми направлениями нашей работы в можете познакомиться на сайте.

Олимпиада 5 класса

Письменный тур.

Результаты письменного тура будут опубликованы после 15 февраля на нашем сайте. <http://mathbaby.ru>

Устный тур.

Устный тур пройдет 17 марта. Место пока определяется. На него будут приглашены участники, показавшие высокий результат на письменном туре.