Статијата прв пат е објавена во списанието Нумерус

Милчо Аврамоски
Герасим Давидовски
Скопје

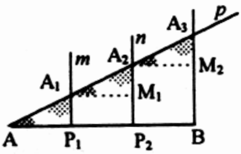
ПОДЕЛБА НА ОТСЕЧКА НА ТРИ ЕДНАКВИ ДЕЛА

Овде ќе дадеме неколку начини за решавање на задачата: Дадена отсечка да се подели на три еднакви дела само со линијар и шестар.

Прв начин: Во крајна точка A на отсечката AB (црт. 1), повлекуваме произволна полуправа p, на којашто одредуваме точка A_1, A_2, A_3 така што $\overline{AA_1} = \overline{A_1A_2} = \overline{A_2A_3}$.

Низ точките A_1 и A_2 повлекуваме прави m и n паралелни со правата A_3B. Правите m и n ја сечат отсечката AB во точките P_1 и P_2. Точките P_1 и P_2 ја делат отсечката AB на три еднакви дела.

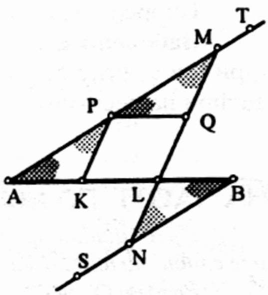
Доказ: Низ A_1 и A_2 повлекуваме прави A_1M_1 и A_2M_2 паралелни со отсечката AB.



Цр. 1

Од складноста на триаголниците AP_1A_1, $A_1M_1A_2$ и $A_2M_2A_3$ (според признакот АСА) следува дека $\overline{A_1P_1} = \overline{A_1M_1} = \overline{A_2M_2}$, т.е. $\overline{A_1P_1} = \overline{P_1P_2} = \overline{P_2B}$. Оваа постапка е дадена во учебникот по геометрија за VIII одделение.

Втор начин: Од точките A и B повлекуваме две паралелни полуправи AT и BS (црт. 2).



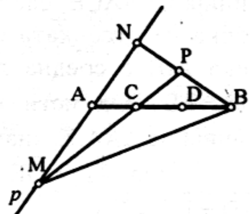
Црт. 2

На тие полуправи одредуваме точки M и N, така што $\overline{AM} = 2\overline{BN}$. Пресекот на правата MN и отсечката AB е точката L. Ако K е средишната точка на отсечката AL, тогаш K и L ја делат отсечката AB на три еднакви дела.

Доказ: Ако P е средина на AM и Q||AB, тогаш $\overline{AP} = \overline{PM} = \overline{BN}$, $\overline{AL} = 2\overline{PQ}$ (PQ е средна линија на ΔALM).

Од складноста на триаголниците NBL и MPQ (според признакот САС), следува дека $\overline{PQ} = \overline{LB}$, т.е. $\overline{AK} = \overline{KL} = \overline{LB}$.

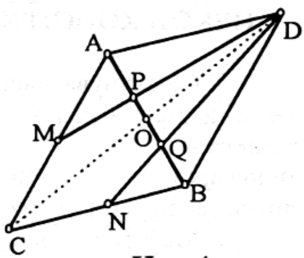
Трет начин: Низ крајната точка A на отсечката AB повлекуваме права p и на неа одредуваме две точки M и N, така што $\overline{AM} = \overline{AN}$ (црт. 3). Во триаголникот MBN, отсечката AB е негова тежишна линија. Тежишната линија MP, ја сече отсечката AB во точка C така што $\overline{BC} = 2 \cdot \overline{AC}$. Ако D е средишна точка на отсечката BC, тогаш $\overline{AC} = \overline{CD} = \overline{DB}$.



Црт. 3

Доказ: Познато е дека тежиштето ја дели тежишната линија во однос 2:1. Според тоа, $\overline{BD} = \overline{DC} = \overline{CA}$.

Четврт начин: Над отсечката AB како над дијагонала, да конструираме произволен паралелограм ABCD (црт. 4). Ако M и N се средишни точки на страните CA и CB соодветно, тогаш пресечните точки R и Q на отсечката AB со DM и DN соодветно ја делат отсечката AB на три еднакви дела.



Црт. 4

Доказ: Дијагоналата CD ја сече AB во точка O. Бидејќи DN и BO се тежишни линии во триаголникот CBD, следува дека $\overline{OQ} = \frac{1}{2} \cdot \overline{BQ}$. На сличен начин заклучуваме дека $\overline{OP} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AP}$.

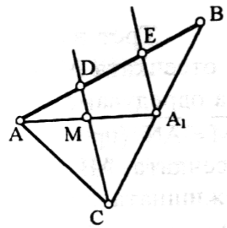
Бидејќи $\Delta ACD \cong \Delta BDC$ и $\overline{AO} = \overline{OB}$ следува дека $\overline{AP} = \overline{PQ} = \overline{QB}$.

Напомена. Конструкцијата е поедноставна ако над отсечката AB се конструира ромб.

Петти начин: Конструираме триагол-ник ABC чија една страна е дадената отсечка AB (црт. 5). Цртаме тежишна линија AA_1 и ја одредуваме нејзината средишна точка M. Во пресекот на правите CM и AB е точката D. Повлекуваме отсечка $A_1E \| CM$ (точката E припаѓа на отсечката AB). Точките D и E ја делат отсечката AB на три еднакви дела.

Доказ: Бидејќи AA_1 е тежишна линија на ΔACB, следува дека A_1 е средишна точка на отсечката CB. Од $A_1E \| CD$ следува дека A_1E е средна линија на ΔCBD, значи $\overline{DE} = \overline{EB}$. Од исти причини MD е средна линија на ΔAA_1E, значи $\overline{AD} = \overline{DE}$.

Од $\overline{AD} = \overline{DE}$ и $\overline{DE} = \overline{EB}$ следува дека $\overline{AD} = \overline{DE} = \overline{EB}$.



Црт. 5

ПРЕПОЛОВУВАЊЕ И УДВОЈУВАЊЕ НА ДАДЕНА ОТСЕЧКА СО ПОМОШ НА ДВОСТРАН ЛИНИЈАР

Пример 1. Зададена отсечка да се подели на два еднакви дела.

Нека е зададена отсечката AB (види цртеж). По ред се вршат следните конструкции:

1. Се цртаат правите p и qтака што да е $p \| AB$ и $q \| AB$; на еднакви растојанија.

2. Се цртаат отсечките AC и BC (C е произволна точка на правата q) што ја сечат правата p соодветно во точките D и E.

3. Се одредуваат пресеците $BD \cap AE = \{S\}$ и $CS \cap AB = \{M\}$.

Од дефиницијата за тежишна линија и тежиште, произлегува дека $\overline{AM} = \overline{MB} = \frac{1}{2}\overline{AB}$.

Пример 2: Да се конструира отсечка AC двапати подолга од отсечката AB.

Конструкциите се вршат по следниот редослед.

1 и **2** исто како во примерот 1.

3. Права BD, така што $BD \cap q = \{F\}$

4. Се црта FE, така што $EF \cap AB = \{G\}$

Отсечката DE е средна линија за триаголниците ABC и BGF според што е $\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{BG}$, па се добива $\overline{AB} = \overline{BG}$.

Значи, и $\overline{AG} = 2\overline{AB}$.