Марија Попоска
Охрид

РЕШАВАМЕ ЗАДАЧИ СО БРОЕВИ

Често пати се среќаваме со задачи во кои при дадени услови, кои ги исполнува еден или повеќе броеви, треба да се определи непознат збир, производ или слично. Задачите од овој вид може да се многу едноставни, но може да се исклучително тешки и од најразлична природа. Во ова наше дружење ќе се обидеме да прикажеме неколку различни идеи за решавање на вакви задачи, без притоа истите строго да ги подредуваме по тежина или да ги распределуваме според барањата кои ги содржат.

1. Бројот 2581953764 е запишан на парче хартија во форма на лента. Марко ја пресекол лентата два пати така што бројот 2581953764 го поделил на 3 броја. Потоа, Марко ги собрал добиените броеви. Кој е најмалиот збир што може да го добие Марко?

Решение. Дадениот број е десетцифрен и бидејќи Марко го поделил на три дела, за да се добие најмалиот можен збир бројот треба да се подели на еден четирицифен и два трицифрени броеви. Јасно, притоа четирицифрениот број треба да е најмалиот можен број кој може да се добие со поделбата. Двата услови се задоволени ако Марко поделбата ја изврши така што ќе ги добие броевите 258, 1953 и 764. Според тоа, најмалиот можен збир кој Марко можр да го добие е

$$258+1953+764=2975.$$

2. Бројот 5021972970 е запишан на парче хартија. Климент го исекол парчето хартија на две места, со што добил три броја. Кој е најмалиот збир што може да го добие Климент ако ги собере броевите добиени на опишаниот начин?

Решение. Аналогно како во претходната задача сечењето треба да се направи така што ќе се добие еден четирицифрен и два трицифрени броја. Притоа потребно е четирицифрениот број да е најмалиот можен број. Во случајов тоа е бројот 1972, а трицифрените броеви се 502 и 970. Според тоа, најмалиот можен збир е: $502+1972+970=3444$

3. На секоја страна на специјална коцка е запишан по еден број. Збировите на броевите запишани на спротивните страни на коцката се еднакви. Пет од запишаните броеви се 5, 6, 9, 11 и 14. Кој е шестиот број?

Решение. Единствено броевите 6, 9, 11 и 14 поделени по парови може да дадат два еднакви збира и тоа $6+14=9+11=20$. Значи, збирот на броевите запишани на две спротивни страни на коцката е 20, од каде следува дека шестиот запишан број е $20-5=15$.

4. Анита одзела два двоцифрени броја, а потоа избришала по една цифра од секој од двата броја, како што е прикажано на цртежот десно. Колку изнесува збирот на избришаните цифри?

Решение. Јасно, избришаната цифра на единиците мора да биде 8. Имено, само збирот $8+5$ дава цифра на единици 3. Според тоа,

$$\overline{a3}=28+25=53,$$

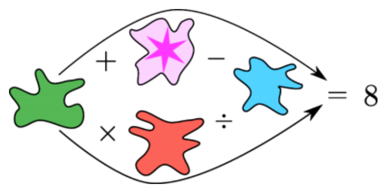
што значи дека избрипшана цифра на десетките е 5. Конечно, збирот на избришаните цифри е $8+5=13$.

5. Павел знае дека $1111\times1111=1234321$. Колку е 1111×2222?

Решение. Имаме

$$\begin{aligned}1111\cdot2222&=1111\cdot(2\cdot1111)=2\cdot(1111\cdot1111)\\&=2\cdot1234321=2468642.\end{aligned}$$

6. Со секоја од четирите дамки на цртежот десно е покриен некој од броевите 1, 2, 3, 4 или 5, при што пресметувањата се точни. Кој број е покриен со дамката на која се наоѓа ѕвездата?



Решение. Најголемиот збир на два броја од броевите 1, 2, 3, 4 и 5 е $5+4=9$, па за да со одземање на трет број се добие бројот 8, тоа е можно само ако се одземе бројот 1. Според тоа, едно од равенствата е $5+4-1=8$. Сега во второто равенство производ на два броја треба да даде 8, а потоа при делење со 1 се добива 8. Тоа е можно само ако броевите се 2 и 4, при што $4\cdot2:1=8$. Значи, под зелената дамка е бројот 4, а под дамката во која е ѕвездата е бројот 5.

7. Јован го составил бројниот ребус

$$\overline{abc}+\overline{cba}=\overline{dddd}\,. \qquad (1)$$

во кој на различните букви a, b, c и d им соодветствуваат различни цифри, а на исти букви им соодветствуваат исти цифри. Која цифра соодветствува на букавата b?

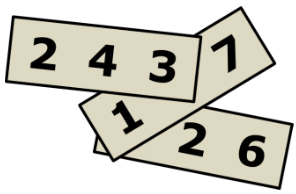
Решение. Јасно, збирот на два трицифрени броја е помал или еднаков на $999+999=1998$. Во нашиот случај сите четири цифри на збирот се еднакви и како цифрата на илјадитите мора да е 1, добиваме $d=1$. Значи, збирот е 1111. Сега, со замена во (1) и запишување на броевите во развиена форма, по средувањето ја добиваме равенката

$$101(a+c)+20b=1111.$$

Имаме $0\le 20b\le 180$, па затоа $931\le 101(a+b)\le 1111$ од каде добиваме $10\le a+b\le 11$. За $a+b=10$ наоѓаме $20b=1111-1010=101$, што не е можно бидејќи десната страна не е делива со 10, а за $a+b=11$ наоѓаме $20b=1111-1111=0$, т.е. $b=0$.

Значи, на буквата b и соодветствува цифрата 0.

8. На секое од трите картончиња е запишан по еден трицифрен број. Збирот на трите броја е еднаков на 826. Две цифри со кои се запишани броевите се покриени. Колку изнесува збирот на двете покриени цифри?

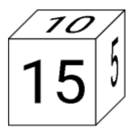


Решение. Со x да ја означиме покриената цифра на стотките, а со y покриената цифра на десетките. Тогаш од условот на задачата имаме

$$243+107+10y+100x+26=826,$$

и по средувањето на равенката и делењето на двете страни со 10 ја добиваме равенката $10x+y=45$. Но, x и y се едноцифрени броеви, па затоа од последната равенка добиваме $x=4, y=5$. Значи, збирот на покриените броеви е $5+4=9$.

9. На секој ѕид на коцката прикажана на цртежот десно е запишан по еден природен број. Производите на секои два броја што се запишани на спротивни ѕидови на коцката се еднакви. Кој е најмалиот можен збир на шесте броеви запишани на ѕидовите на коцката?



Решение. Најмалиот можен збир на шесте броја се добива кога трите множители кои не се гледаат се најмалите можни броеви. Истите се добиваат ако производот на двата спротивни броја е најмалиот заеднички содржател на броевите 5, 10 и 15. Јасно, тоа е бројот 30, па броевите на спротивните страни се 15 и 2, 10 и 3, 5 и 6. Нивниот збир е:

$$2+3+5+6+10+15=41$$

10. Павел запишува еден број во првото кругче на шемата прикажана на долниот цртеж, а потоа следејќи ги дадените инструкции ги пополнува другите пет кругчиња.

$$\bigcirc \xrightarrow{+1} \bigcirc \xrightarrow{+1} \bigcirc \xrightarrow{\times 3} \bigcirc \xrightarrow{+2} \bigcirc \xrightarrow{\times 2} \bigcirc$$

Колку од шесте броеви запишани во кругчињата се деливи со 3?

Решение. Павел може да запише број од видот $3k, 3k+1$ или $3k+2$.

Ако запише број од видот $3k$, тој последователно ги добива броевите:

$$3k+1, 3k+2, 9k+6, 9k+8, 18k+16,$$

од кои само бројот $9k+6$ е делив со 3. Значи, во овој случај имаме два броја деливи со 3 и тоа: $3k$ и $9k+6$.

Ако запише број од видот $3k+1$, тој последователно ги добива броевите:

$$3k+2, 3k+3, 9k+9, 9k+11, 18k+22,$$

од кои само броевите $3k+3$ и $9k+9$ се деливи со 3. Значи, во овој случај имаме два броја деливи со 3 и тоа: $3k+3$ и $9k+9$.

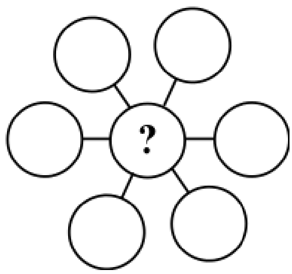
Ако запише број од видот $3k+2$, тој последователно ги добива броевите:

$$3k+3, 3k+4, 9k+12, 9k+14, 18k+28,$$

од кои само броевите $3k+3$ и $9k+12$ се деливи со 3. Значи, во овој случај имаме два броја деливи со 3 и тоа: $3k+3$ и $9k+12$.

Конечно, без разлика кој број ќе го запише Павел добива точно по два броја деливи со 3.

11. Запиши ги броевите 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 во седумте кругчиња прикажани на цртежот десно, по еден број во секое кругче и различни броеви во различни кругчиња, но така што збирот на броевите запишани во кругчињата распоредени на секоја од трите прави е еднаков.



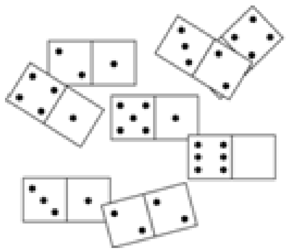
Колку изнесува збирот на сите можни броеви кои може да се запишат во кругчето во кое се наоѓа прашалникот?

Решение. Збирот на сите седум броеви е

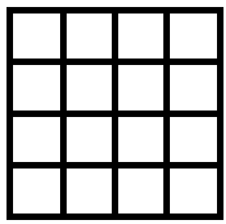
$$3+4+5+6+7+8+9=42.$$

Кога во кругчето во кое е прашалникот ќе се запише некој од седумте броеви преостанатите шест броја треба распределени во парови да даваат три еднакви збир, што значи дека збирот на преостанатите шест броја треба да е делив со 3. Бидејќи $3|42$, во кругчето во кое е прашалникот мора да е запишан број кој е делив со 3, што значи еден од броевите 3, 6 или 9. Ако е запишан бројот 3, тогаш паровие броеви се: 9 и 4, 8 и 5, 6 и 7. Ако е запишан бројот 6, тогаш паровите броеви се: 9 и 3, 8 и 4, 7 и 5. Ако е запишан бројот 9, тогаш паровите броеви се: 8 и 3, 7 и 4, 6 и 5. Конечно, збирот на броевите кои можат да бидат запишани во централното кругче е $3+6+9=18$.

12. На масата се наоѓаат осум домина (цртеж 1). Половина од едното домино е покриено. Од осумте домина може да се состави квадрат со димензии 4×4 така што бројот на точките во секој ред и во секоја колона на квадратот е еднаков (цртеж 2).



Цртеж 1



Цртеж 2

Колку точки се наоѓаат на покриениот дел од доминото?

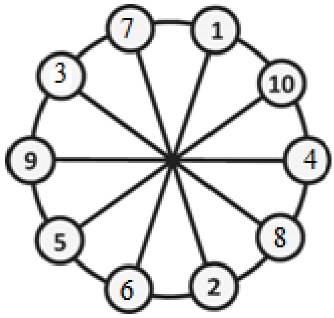
Решение. Бројот на точките кои се гледаат на домината е

$$5+3+6+5+4+6+4+4=37.$$

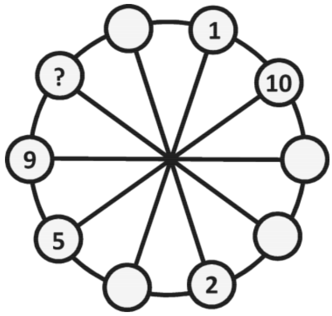
Бидејќи бројот на точките во секој ред и секоја колона на 4×4 квадратот треба да е еднаков, заклучуваме дека бројот на сите точки мора да е делив со 4. На покриениот дел може да има најмалку 0, а најмногу 6 точки. Значи, бројот на точките на сите домина е поголем или еднаков на $37+0=37$, а е помал или еднаков на $37+6=43$. Единствен број кој е меѓу 37 и 43 и е делив со 4 е бројот 40. Значи, на делот кој е покриен мора да има $40-37=3$ точки. На цртежот десно е прикажан распоредот на точките во полињата на квадратот, кој соодветствува на поставување на домината.

4	3	2	1
2	2	0	6
1	4	3	2
3	1	5	1

13. Броевите од 1 до 10 треба да се запишат во малите кругчиња, во секое кругче по еден број. Броевите запишани во две соседни кругчиња, мора да имаат еднаков збир како двата броја што се наоѓаат во дијагонално спротивните кругчиња. Некои од броевите се веќе запишани. Кој број треба да стои на местото на прашалникот?

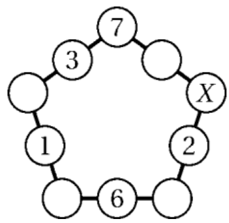


Решение. Според условот на задачата, бидејќи $9+5=14$, а спроти бројот 5 е бројот 10, добиваме дека спроти бројот 9 треба да е запишан бројот $14-10=4$. Понатаму, од исти причини спроти бројот 1 треба да е запишан бројот $10+1-5=6$, па спроти бројот 2 треба да е запишан бројот $6+2-1=7$. Значи, остануваат да се запишат уште броевите 3 и 8, па лесно се гледа дека во кругчето во кое е прашалникот е бројот 3, а во дијаметрално спротивното кругче е бројот 8. Пополнетата фигура е прикажана на цртежот десно.



На крајот од ова наше дружење предлагам самостојно да ја решите следнава задача.

14. Во фигурата на цртежот десно Весна запишала броеви во пет од десетте кругчиња. Таа сака да запише броеви и во преостанатите пет кругчиња така што збирот на трите броја на секоја од страните на петаголникот да биде еднаков. Кој број треба да го запише во крукчето означено со X ?



Упатство. Означи ги со a,b,c,d броевите коии треба да се запишат во празните кругчиња, а потоа состави ги и изедначи ги збировите на страните. Ќе добиеш систем равенки со чие решавање се добива дека $X=13$.