

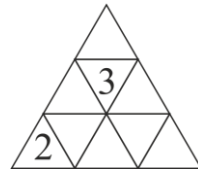
Ристо Малчески, Скопје
Катерина Аневска, Скопје

ЧЕТИВО ЗА ТРЕТО И ЧЕТВРТО ОДДЕЛЕНИЕ: РАЗГЛЕДАЈ, ОТКРИЈ ШТО НЕДОСТАСУВА И ДОПОЛНИ

Во секојдневниот живот често пати сме во ситуација да немаме комплетна информација за некоја појава или за некој предмет. Најчесто празнината предизвикана од недостаток на информациите ја надополнуваме со разгледување на постојните податоци, откривање на определени правила и донесување заклучок за делот кој не ни е познат за појавата или за предметот. Оваа постапка ќе ја примениме за решавање на задачите кои ќе ги разгледаме во оваа статија.

ДОПОЛНУВАМЕ БРОЕВИ И БУКВИ КОИ НЕДОСТАСУВААТ

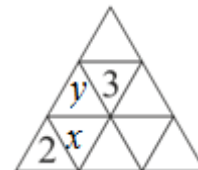
1. Елена нацртала триаголник и го поделила на девет помали триаголничкиња (цртеж десно). Во секое од малите триаголничкиња таа запишува по еден број, но така што збирот на броевите запишани во секои две триаголничкиња со заедничка страна е еднаков. Елена веќе запишала два броја. Колку е збирот на сите броеви со кои Елена ќе го пополни големиот триаголник?



Решение. Нека во триаголничкињата меѓу броевите 2 и 3 се запишани броевите x и y (цртеж десно). Тогаш, од условот на задачата следува

$$2 + x = x + y \text{ и } x + y = 3 + y,$$

од каде наоѓаме $y = 2, x = 3$. Сега лесно се добива дека во малите квадратчиња три пати е запишан бројот 3 и шест пати е запишан бројот 2. Според тоа, збирот на сите запишани броеви е еднаков на $3 \cdot 3 + 6 \cdot 2 = 21$.



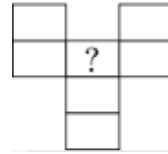
2. Горјан треба да ја дополни табелата дадена на цртежот десно, но така што во секоја редица и во секоја колона точно по еднаш да се содржат броевите 1, 2 и 3. Колку изнесува збирот на двата броја кои Горјан треба да ги запише во квадратчињата и кои се означени со буквите А и В?

| | | |
|---|---|---|
| 1 | | |
| | 2 | А |
| | | В |

Решение. Во квадратчето кое се наоѓа во првата колона и втората редица мора да е бројот 3. Затоа на местото на буквата А мора да е бројот 1. Понатаму, во квадратчето кое е во првата колона и трттата редица мора да е бројот 2. Последното значи дека на местото на буквата В мора да е бројот 3. Конечно, збирот на броевите кои Горјан треба да ги запише на местата на буквите А и В е $1+3=4$. Целата пополнета табела е прикажана на цртежот десно.

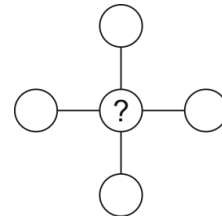
| | | |
|---|---|---|
| 1 | 3 | 2 |
| 3 | 2 | 1 |
| 2 | 1 | 3 |

3. Илина сака да ги запише броевите од 1 до 7 во мрежата прикажана на цртежот десно. Притоа два последователни броја не смее да бидат запишани во соседни полиња. Соседни се полињата кои имаат заедничка страна или заедничко теме. Кој број може да го запише во полето во кое е прашалникот?



Решение. За полето во кое се наоѓа прашалникот има само едно поле кое не му е соседно. Тоа е надолното поле на дадената фигура. Затоа во ова поле од дадените броеви може да се запише само број кој има точно еден соседен број. Тоа се броевите 1 и 7. Ако се запише бројот 1, тогаш во најдолното поле се запишува бројот 2, а ако се запише бројот 7, тогаш во најдолното поле се запишува бројот 6.

4. Елеонора го запишала секој од броевите 1, 2, 3, 4 и 5 во по едно од кругчињата на цртежот, така што збирот на броевите запишани во редот е еднаков на збирот на броевите запишани во колоната. Што може да се запише во кругчето во кое се наоѓа знакот прашалник?

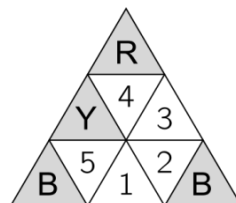


Решение. Збирот на петте броја кои ги запишала Елеонора е еднаков на 15 и тоа е непарен број. Ако го отстраниме бројот кој е запишан во кругчето во кое е знакот прашалник, тогаш бидејќи збирот на броевите во редот мора да е еднаков на збирот на броевите во колоната, добиваме дека збирот на преостанатите четири броја мора да е парен. Значи, во кругчето може да се запише само непарен број. Ако се запише бројот 1, тогаш, на пример, во редот може да се запишат броевите 2 и 5, а во колоната броевите 3 и 4. Ако се запише бројот 3, тогаш, на пример, во редот може да се запишат броевите 1 и 5, а во колоната броевите 2 и 4.

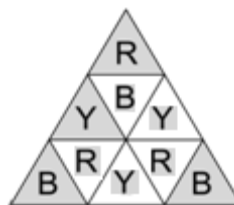
Ако се запише бројот 5, тогаш, на пример, во редот може да се запишат броевите 1 и 4, а во колоната броевите 2 и 3.

Значи, во кругчето во кое е прашалникот може да се запишат броевите 1, 3 или 5.

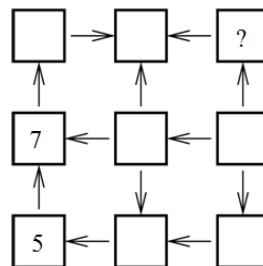
5. Андреј има 9 мали триаголници. Три од нив се црвени (R), три се жолти (Y) и три се сини (B). Андреј со составување на овие 9 триаголници, сакан да формира голем триаголник така што било кои два триаголника кои што имаат заедничка страна се со различни бои. Андреј поставил четири триаголници како на цртежот десно. Постави ги триаголниците кои треба да се наоѓаат на местата на броевите 1, 2, 3, 4 и 5.



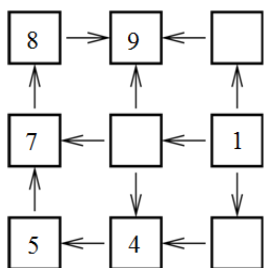
Решение. Јасно, на местото на бројот 5 треба да е црвен триаголник, т.е. треба да е буквата R, а на местото на бројот 4 треба да е буквата B. Понатаму, веќе се искористени три букви B, па затоа на местото на бројот 1 мора да е буквата Y. Сега лесно се добива дека на местото на бројот 2 треба да е буквата R, а на местото на бројот 3 треба да е буквата Y. Пополнетиот голем триаголник е прикажан на цртежот десно.



6. Елена сака да ги запише броевите од 1 до 9 во квадратчињата прикажани на цртежот десно. Стрелките секогаш покажуваат од помал број кон поголем број. Таа веќе ги имазнапишано броевите 5 и 7. Кој број треба да се запише на местото на прашалникот?



Решение. Во левото поле на првиот ред мора да е бројот 8 или бројот 9. Но, заради второто поле во првиот ред во првото поле е бројот 8, а во второто поле е бројот 9 (цртеж лево). Сега



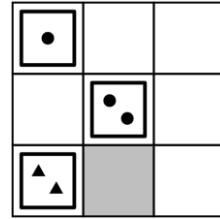
во второто поле на третиот ред мора да е број помал од 5, па како до ова поле водат стрелки од три полиња во него мора да е бројот 4. Сега е јасно дека во третото поле на вториот ред мора да е бројот 1 (цртеж лево). Остануваат три неполнети полиња, при што броевите 2 и 3 треба да се во полињата од вториот и третиот ред во некој редослед, а во полето во кое е

прашалникот мора да е бројот 6.


7. Андреј има 9 картички на кои има геометриски форми со кои е претставен некој број:



Тој почнал картичките да ги поставува на табла така што во секој ред и во секоја колона има по една картичка од понудените геометриски форми и по една картичка од понудените броеви точки. Која карта треба да стои на сивото квадратче?

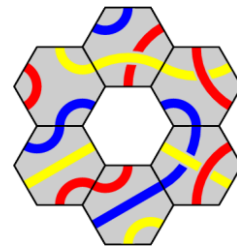
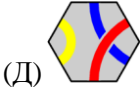
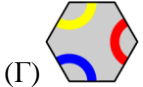
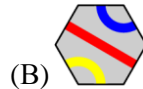
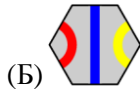
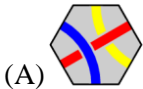


Решение. Заради третиот ред и втората колона во сивото квадратче мора да е поставена карта на која се квадратчиња. Сега во првото квадратче на втората колона не може да се броевите 1 и 2, па затоа мора е поставен бројот 3. Преостанува во сивото квадратче да е бројот е, што значи дека во ова

квадратче треба да е картата .

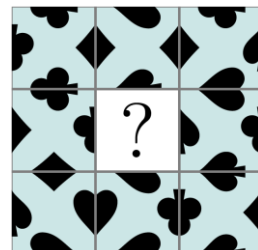
ДОПОЛНУВАМЕ РАМНИНСКИ ФИГУРИ

8. Која од дадените мали фигури треба да ја поставиме во средината на големата фигура така што линиите со иста боја да се допираат?



Решение. Фигурата која недостасува треба да има црвена линија која поврзува две спротивни страни, сина линија која поврзува две страни меѓу кои има една страна и иста таква жолта линија. Единствена таква фигура е фигурата (A).

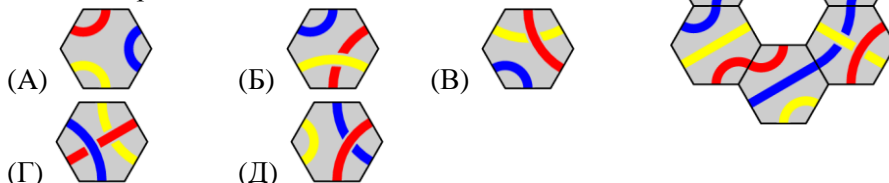
9. Од сложувалката прикажана на цртежот десно е извадено едно делче. Кое делче е извадено?





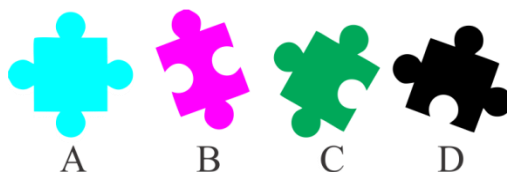
Решение. Делчето кое е извадено се добива ако ги определиме симетричните слики на половинките од фигурите кои се наоѓаат на страните надвор од него. Заради делчинката, можни се само делчињата (Б) и (В), а заради срцето од овие две делчиња можно е само делчето (В) и тоа е делчето кое недостасува.

10. Која од дадените мали фигури треба да ја поставиме во средината на големата фигура, прикажана на цртежот десно, така што линиите со иста боја да се допираат?



Решение. Фигурата која недостасува треба да има црвена линија која поврзува две страни меѓу кои има една страна, а истото важи и за жолтата линија. Сината линија во малата фигура треба да поврзува две соседни страни. Единстване таква мала фигура е фигурата (Б).

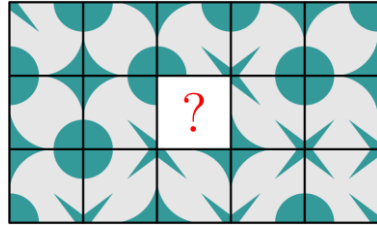
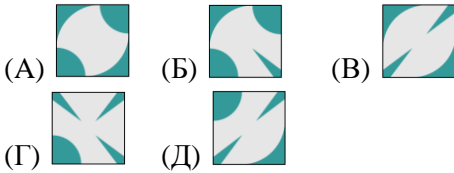
11. Горјан ја дополнува сложувалката прикажана на цртежот десно. Тој забележал дека му останале 4 делчиња кои се прикажани на долните цртежи, но треба да искористи само 3 делчиња.



Кое делче Горјан нема да го искористи?

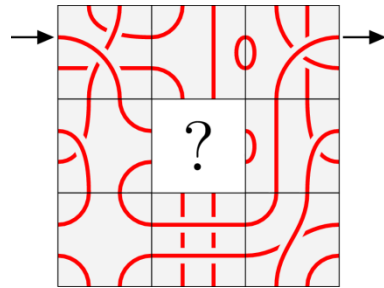
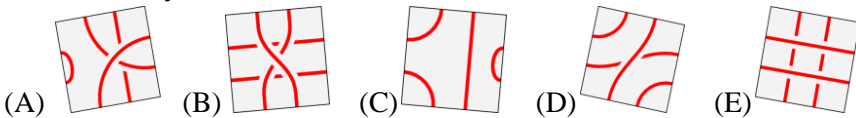
Решение. Ако Горјан го искористи делето А, тогаш истото мора да го стави на средина. Но, тогаш за да ја дополни сложувалката му требаат две делчиња од видот В, а тој има само едно такво делче. Според тоа, Горјан нема да го искористи делчето А.

12. Од сложувалката прикажана на цртежот десно е извадено едно делче. Кое делче е извадено?



Решение. Делчето кое е извадено треба да има во двата спротивни агли делови од ѕвездата, во третиот агол треба да има четвртина од круг и во четвртиот агол треба да има четвртина од четириаголникот. Единствено такво делче е делчето (Д).

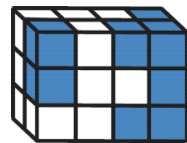
13. Роса сака да почне да оди од местото кое го покажува левата стрелка, да ја следи патеката прикажана на цртежот и да излезе на местото кое го покажува десната стрелка. Кој дел НЕ може да се стави во на местото на прашалникот за да се овозможи Роса да го направи саканото патување?



Решение. Лесно се забележува дека при поставување на секое од делчињата (А), (В), (С) и (Е) се оформува патека која на Роса и овозможува да премине од левата на десната страна на цртежот. Мешутоа тоа не може да се постигне со делчето (D), без разлика како истото ќе биде поставено. Според тоа, одговорот на прашањето е дека Роса не може да го искористи делот (D).

НЕКОЛКУ ЗАДАЧИ СО КОЦКА И КВАДАР

14. Горјан прави квадар која е составен од неколку бели и 14 сини коцки (види цртеж). Колку од сини и колку бели коцки не се гледаат на дадениот цртеж?

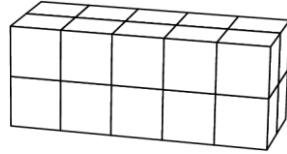


Решение. Квадарот е составен од $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ коцки.

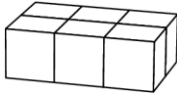
Од нив 14 се сини, што значи дека $24 - 14 = 10$ коцки се бели. На дадениот цртеж се гледаат 10 бели и 8 сини точки. Според тоа, нема бели

коцки кои не се гледаат на дадениот цртеж и има $14 - 8 = 6$ сини коцки кои не се гледаат на цртежот.

15. Марко и Никола имаат еднаков број идентични коцки. Од своите коцки Марко направил паралелопипед како на цртежот десно.



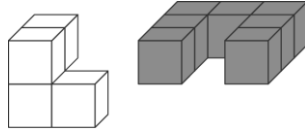
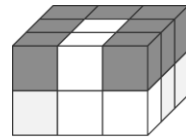
Никола своите коцки ги реди така што први-



от ред изгледа како на цртежот лево и сите редови над него се идентични, освен последниот ред. Колку редови има телото кое го направил Никола?

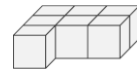
Решение. Паралелопипедот кој го направил Марко е составен од $2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$ коцки. Во еден ред на телото кое го составил Никола има $3 \cdot 2 = 6$ коцки. Сега, бидејќи $20 = 6 \cdot 3 + 2$, заклучуваме дека телото кое го составил Никола има 4 реда, при што во последниот ред има само 2 коцки.

16. Осумнаесет коцки се обоени или во бело или во сиво или во црно и се наредени како на цртежот десно. На долните цртежи се дадени белиот и црниот дел на паралелопипедот.

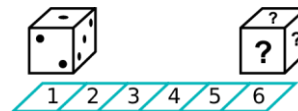


Како изгледа сивиот дел на паралелопипедот?

Решение. Црниот дел од паралелопипедот се наоѓа само во вториот ред и преостанатиот дел од овој ред е составен од бели коцки. Понатаму, во првиот ред има само две бели коцки кои се една до друга на десната предна страна. Затоа сивиот дел од паралелопипедот е составен од седум коцки кои се распоредени во долниот ред како на цртежот десно.



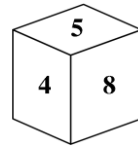
17. Кај стандардната коцка за играње збирот на точките запишани на спротивните страни е еднаков на 7. Коцката е поставена на првото квадратче, како што е прикажано на цртежот десно, и потоа се врти надесно. Кога коцката ќе се најде на последното квадратче, кој е вкупниот број на точки кои се гледаат на трите страни означени со знакот прашалник?



Решение. На коцката наспроти бројот 1 се наоѓа бројот 6, а наспроти бројот 3 се наоѓа бројот 4.

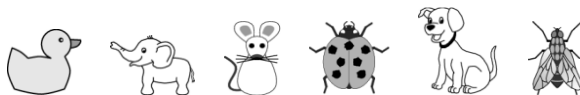
По првото вртење се гледаат броевите 2, 4 и 1. По второто вртење се гледаат броевите 2, 6 и 4. По третото вртење се гледаат броевите 2, 3 и 6. По четвртото вртење се гледаат броевите 2, 1 и 3. По петтото вртење се гледаат броевите 2, 4 и 1. Според тоа, вкупниот број на точки кои се гледаат на трите страни означени со знакот прашалник е еднаков на $2+4+1=7$.

18. Шест различни боеви се избрани од броевите од 1 до 9 и се запишани на сидовите на коцката, по еден број на секој сид(цртеж десно). Збирот на броевите на секој пар спротивни сидови е еднаков. Кој број се наоѓа на сидот кој е спротивен на сидот на кој е запишан бројот 5?

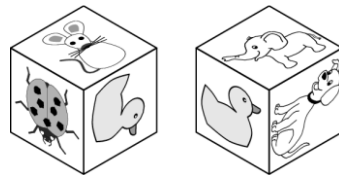


Решение. Збирот на броевите запишани на два спротивни сида е поголем или еднаков на 10, а е помал или еднаков на 13 (Зошто?). Ако збирот е еднаков на 10, тогаш наспроти бројот 5 треба да е бројот 5, што не е можно. Ако збирот е 11, тогаш паровите броеви на спротивните страни мора да се 8 и 3, 4 и 7, 5 и 6. Ако збирот е 12, тогаш наспроти бројот 8 треба да е бројот 3, што не е можно. Ако збирот е 13, тогаш наспроти бројот 8 треба да е бројот 5, што повторно не е можно. Значи, единствена можност се паровите 8 и 3, 4 и 7, 5 и 6, што значи дека наспроти бројот 5 е запишан бројот 6.

19. Пабло ги залепил следниве 6 налепници:



по една на секој сид на една коцка. На цртежите десно е прикажана коцката во две различни положби. Која налепница се наоѓа на спротивниот сид од сидот на кој е залепена пајката?



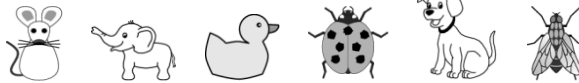
Решение. На двете положби во кои е прикажана коцката се прикажани пет од шесте налепници. Единствено недостасува налепницата



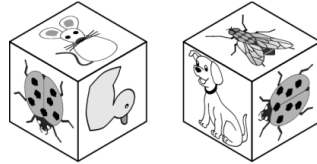
на мувата: . Понатаму, од двете положби во кои е прикажана коцката е јасно дека на спротивниот сид од сидот на е залепена пајката не може да се слонот, бубамарата, кучето и глевчето, бидејќи тие се

залепени на соседни сидови на сидот на пајката. Значи, единствена можност е на спротивниот сид од сидот на кој е залепена пајката да е налепницата на мувата.

20. Филип залепила 6 сликички на сидовите на една коцка:

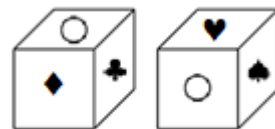


по една на секој сид од коцката. Потоа ја покажал коцката на неговиот братучед Пабло, така што Пабло ги видел само сидовите кои се гледаат на цртежите десно. Која сликичка се наоѓа на сидот што е спротивен на глумчето?



Решение. Ако десната коцка ја завртиме така што сидот на кој се наоѓа кучето лежи на масата, тогаш положбата на бубамарата ќе биде иста како положбата на бубамарата на левата коцка. Но, на левата коцка сликичката на глумчето е на горниот сид, а по вртењето на десната коцка сликичката на кучето ќе биде на долниот сид. Според тоа, на сидот што е спротивен на глумчето се наоѓа сликичката на кучето.

21. На секој од шесте сидови на коцката има еден од симболите: ♣, ♦, ♥, ♠, ■ и ○. На секој сид има различен симбол. На цртежот е дадена коцката во две различни положби. Кој симбол е наспроти симболот ■?



Решение. На цртежите на кои се прикажани две положби на коцката се гледаат симболите ♣, ♦, ♥, ♠ и ○. Според тоа, единствен симбол кој не се гледа е ■. Понатаму, симболите ♣, ♦, ♥ и ♠ се наоѓаат на соседни сидови на симболот ○, а симболот кој е спротивен на него не се гледа на ниту една положба на коцката. Според тоа, наспроти симболот ■ е симболот ○.