Зоран Мисајлески, Скопје
Самоил Малчески, Скопје

РЕШАВАМЕ ЛОГИЧКИ ЗАДАЧИ

Со години слушаме како нашите пријатели се жалат: Логички задачи, ух колку се тешки! Но, дали е тоа точно. Се разбира, постојат и тешки, но постојат и едноставни логички задачи. Па како тогаш да научиме да ги решаваме. Одговорот е едноставен: Со постојано решавање на задачи од овој вид, при што постепено ќе решаваме од едноставни, па се до најсложени логички задачи.

Во ова наше дружење ќе разгледаме низа логички задачи, кои не се од иста природа.

Задача 1. Влатко денес одново задоцнил на час и на наставничката и се правдал со зборовите: „Знаете, наставничке, никако не можев да стасам порано. Надвор е се подмрзнато. Кога ќе пречекориш еден чекор напред, се слизнуваш два чекора назад.“ Наставничката му одговорила: „Е, Влатко, тогаш е вистинско чудо што си сега овде!“

Дали наставничката е во право, т.е. дали Влатко можел да дојде во училиштето без чудо?

Решение. Не, наставничката не е во право. Влатко можел да дојде на училипте без чудо. За таа цел доволно е тој да се заврти во обратна насока и да оди кон училиптето.

Задача 2. Дарко влегува во затемнета просторија. На ѕидот до влезната врата има факел, на масата во средината на просторијата, има свеќа, а на витрината наспроти масата има петролејска ламба. За да е просторијата доволно осветлена, потеребно е да се запалат сите три расположиви светилки. Што најнапред ќе запали Дарко?

Решение. За да може да запали било која од трите светилки, Дарко мора *најнапред* да запали кибрит, или запалка!

Задача 3. Учителката Тамара во нејзиното одделение има 11 ученици. Таа има кошничка со 11 јаболка. Учителката сака да ги подели јаболката на учениците, така што секое дете да добие јаболко и во кошничката да остане едно јаболко. Како ќе го направи тоа.

Решение. Десет деца ќе добијат по едно јаболко. Единаесеттото дете ќе добие кошничката со последното јаболко во неа.

Задача 4. На масата има три кутии. Едната кутија содржи злато, а останатите две се празни. На секоја од кутиите има напишано порака. Една од пораките е точна, а останатите две не се точни.

На првата кутија пишува: „Златото не е тука"

На втората кутија пишува „Златото не е тука"

На третата кутија пишува „Златото е во втората кутија.

Во која кутија е златото.

Решение: Златото не е во втората кутија бидејќи во спротивно пораките запишани на првата и третата кутија би биле вистинити.

Златото не е во третата кутија бидејќи во спротивно пораките запишани на првата и втората кутија би биле вистинити.

Значи, златото е во втората кутија и тогаш е вистинита само ораката запишана на првата кутија.

Задача 5. Жаба се наоѓа на подножјето на ѕид висок 20 метри. Секој ден скока по 5 метри нагоре и паѓа по 4 метри надолу. Колку денови и се потребни на жабата за да се качи на ѕидот?

Решение. Првиот ден жабата скокнала до 5 метри и паднала 4 метри, Значи, таа ќе се качи 1 метар од подножјето на ѕидот. На сличен начин во следните 15 дена ќе се качува по 1 метар. Конечно, шеснаесеттиот ден таа ќе скокне уште еден метар и ќе се качи на ѕидот.

Според тоа, жабата за 16 дена ќе се качи на ѕидот.

Задача 6. Еден ловец на мечки тргнал од својот логор на лов. Прво тргнал на југ и поминал еден километар. Потоа продолжил на исток и поминал уште еден километар. На крај се свртел кон север и поминал уште еден километар и стигнал во својот логор. Таму нашол мечка. Каква боја била мечката?

Решение. На прв поглед задачата нема смисол. Но, дали е тоа така? Не, што може да се види од следново размислување. Бидејќи ловецот се движел во три правци, поминал три километри и се вратил во својот логор, а ваквото движење е можно само ако ловецот на почетокот се наоѓал на еден од половите, заклучуваме дека неговиот логор бил на северниот или на јужниот пол. Но, кога се вратил ловецот нашол мечка,па како на јужниот пол нема мечки, заклучуваме дека тој бил на северниот пол. На северниот пол има само бели мечки, што значи дека мечката била бела.

Задаача 7. Илија влегол во книжарница и сака да купи пенкало кое чини 3 долари, книга која чини 6 долари и 3 тетратки. На тетратката не ја знаел цената, но знаел дека таа чини цел број долари. Откако ги добил производите продавачот му кажал дека треба да плати 13 долари.

- Мене ли најде да ме лажеш? Сега ќе повикам испекција – прокоментирал Илија.

Продавачот видел дека со Илија нема шега, и ја поправил сметката?

Како Илија знаел дека има грешка во сметјата?

Решение. Според првичната сметка трите тетратки $13-(6+3)=4$ долари, што не е можно бидејќи цената на една тетратка е цел број долари, па затоа ценара на трите тетратки треба да е делива со 3, што не е случај. Затоа Илија знаел дека не треба да плати 13 долари.

Задача 8. Еден римски војник, пред да отиде во битка и оставил тестамент на својата сопруга, која била пред породување, со следнава содржина: „Ако родиш син тој добива две третини од имотот, а ти останатото. Ако родиш ќерка, ти добиваш две третини од имотот, а ќерката останатото".

Жената родила близнаци, ќерка и син. Како да се подели имотот според упатствата од таткото?

Решение. Во овој случај синот мора да добие двапати повеќе од мај-ката, а мајката двапати повеќе од ќерката. Значи синот добива четирипати повеќе од ќерката. Значи, имотот треба да се подели во однос $1:2:4$, што значи дека треба да се подели на седум дела, при што синот ќе добие четири, мајката два а ќерката еден дел од тие седум дела.

Задача 9. Дванаест чоколади се поделени на 12 луѓе. Секое дете добило по 2 чоколади, секоја жена по $\frac{1}{2}$ чоколада и секој маж по $\frac{1}{4}$ чоколада. Колку има деца, мажи и жени?

Решение. Да го означиме бројот на деца со Д, бројот на жени со Ж и бројот на мажи со М. Не е можно $Д=1$, бидејќи во тој случај 2 чоколади би отпаднале на децата, а би останале 10 чоколади за мажите и жените, кои ги има вкупно 11. Значи $\frac{1}{2}Ж+\frac{1}{4}М=10$, т.е. $2Ж+М=40$, што не е можно (и мажи и жени има помалку од 12). Слично се проверува е дека не е можно $Д=2$. Јасно е дека $Д<6$. Ако $Д=3$, тогаш на децата отпаѓаат 6 чоколади, па $\frac{1}{2}Ж+\frac{1}{4}М=6$, т.е. $2Ж+М=24$. Но, во овој случај $Ж<9$ и $М<9$, па последното равенство не е можно. Слично се проверува и ако $Д=4$. Останува $Д=5$. Значи децата добиле вкупно 10 чоколади. Мажите и жените 2 чоколади. Вкупно имало 7 мажи и жени. Значи $\frac{1}{2}Ж+\frac{1}{4}М=2$, т.е. $2Ж+М=8$. Една можност е $Ж=1$, $М=6$. Таа можност ги исполнува условите на задачата. Провери дали има и други можности.

Задача 10. Има 10 буриња што содржат златни парички. Девет буриња содржат златни парички од 1 грам, а преостанатото десетто буре содржи златни парички од 2 грама. Секоја паричка изгледа исто. Дадена е вага со тегови која смее да се искористи само еднаш.

Како ќе откриеме кое од бурињата содржи златни парички од 2 грама?

Решение: Има 10 буриња. Земаме 1 паричка од првото буре, 2 од второто, 3 од третото, итн. 10 од десеттото буре. Ако секое буре имало парички кои што имаат маса од 1 грам, тогаш нивната вкупна маса би била 55 грама. Ако паричните од 2 грама се во $n-$то буре, тогаш вкупната маса ќе биде $55+n$ грама. Значи, од измерената маса вадиме 55 и добиениот број го покажува бурето во кое се паричките од 2 грама.

Задача 11. Во новоотворена фирма, 8 вработени треба секое утро да се состануваат на тркалезна маса, за да ги усогласат работните ангажмани во денот. Столиците поставени околу маста се нумерирани. Најпрво треба да изберат раководител на состаноците. По повеќе предлози еден од нив дошол на идеја.

– Да направиме вака. Еве јас се предлагам да бидам прв раководител на состаноците, но секој следен состанок ќе седиме со различен распоред на масата. Откако ќе ги исцрпиме сите распореди на седење и повторно седнеме во распоред како денешниов ќе избереме друг раководител.

Ако се усвои предлогот, по колку време ќе се избере нов раководител?

Решение. Ако се усвои предлогот, тогаш новиот раководител ќе се избере по 40320 работни денови. Имено, бидејќи столиците поставени околу масата се нумерирани, следува дека за осумте вработени постојат $1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8=40320$ различни начини на седење на тркалезната маса. Навистина, кога вработените доаѓаат на состанок, првиот што ќе пристигне има 8 празни столици и може да седне на секоја од нив. Вториот вработен што доаѓа може да седне на седум празни столици и така натаму. Последниот има само една празна столица и не може да бира каде ќе седне.

Да забележиме дека, бидејќи годината има помалку од 265 работни денови (саботите и неделите се неработни денови), добиваме дека ако се прифати предлогот, тогаш нов раководител ќе се избере по 152,12 години, што значи дека вработениот кој го дал предлогот ќе раководи додека е жив.

Задача 12. Самба има плантажа со банани и камила. Тој сака да ги пренесе своите 3000 банани до продавница лоцирана надвор од пустината. Растојанието меѓу плантажата со банани и продавницата е 1000 километри. Самба одлучил да земе камила за носење на бананите. Камилата може да носи најмногу 1000 банани истовремено и јаде по една банана на секој километар.

Кој е најголемиот број банани што Самба може да ги донесе до продавницата.

Решение. Камилата може да носи најмногу 1000 банани и има 3000 банани што треба да бидат пренесени.

Да забележиме дека 5 патувања се потребни за да се донесат сите банани од плантажата P до место X. Местото X не е продавницата. Како камилата јаде по една банана на секој километар пат, таа не може да патува повеќе од 500 километри. Затоа местото X лежи меѓу плантажата и продавницата. По носењето на бананите до местото X, Самба ги пренесува до место Y, за кое и се потребни помалку од 5 патувања, односно 3. На крај и е потребно 1 патување за да ги однесе до продавницата M.

Да резимираме за еден поминат километар по патот $\overline{PX}$ се потребни пет банани, по патот $\overline{XY}$ три банани и по патот $\overline{YM}$ една банана.

Камилата треба да донесе 2000 банани на местото X, од каде може да го пресметаме растојанието $\overline{PX}$ како $3000-5\overline{PX}=2000$, од каде $\overline{PX}=200$ километри. Аналогно го пресметуваме растојанието $\overline{XY}$, однсонсо $2000-3\overline{XY}=1000$, од каде $\overline{XY}=333\frac{1}{3}$. Оттука го добиваме растојанието $\overline{YM}=1000-200-333\frac{1}{3}=466\frac{2}{3}$.

Сега да почнеме од почеток. Камилата се натовара со 1000 банани од плантажата P и патува 200 километри до местото X. Остава 600 банани и зема 200 банани за храна за да се врати назад. Потоа зема 1000 банани од местото до X и остава 600 банани, земајќи 200. На крај ги зема последните 1000 банани од плантажата P и остава 800 во местото X. Има 2000 банани во местото X.

Сега патува од местото X до местото Y, кое е $333\frac{1}{3}$ километри оддалечено. Прво зема 1000 банани од X до $У$, остава $333\frac{1}{3}$ и зема $333\frac{1}{3}$ до X. Потоа зема 1000 банани од X и остава $666\frac{2}{3}$. Има 1000 банани на местото Y.

Најпосле патува од Y до M, оддалечен $466\frac{2}{3}$. Зема 1000 банани и стигнува во М со $533\frac{1}{3}$.

Значи Самба во продавницата ќе донесе $533\frac{1}{3}$ банани.

Задача 13. Тенисерката Ана се кладела со двајца тенисери дека ако игра против нив три сета така што првиот сет ќе го игра со првиот тенисер, вториот сет со вториот тенисер и третиот сет повторно со првиот противник, ќе успее да победи во два последователни натпревари. Ана знае дека противникот A е подобар тенисер од противникот B. Во кој редослед да игра Ана за шансите за успех да бидат поголеми. Прво со подобриот тенисер A, па со B и повторно со A (ABA) или пак во редоследот BAB.

Решение. Со P да ја обележиме шансата односно веројатноста Ана да го добие натпреварот со противникот А, а со Q веројатноста да го добие натпреварот со противникот В. Тогаш веројатноста Ана да го загуби натпреварот со противникот А изнесува $1-P$, а со противникот В е $1-Q$.

Ана може да ги добие двата сета ако победи во сите три сета, победи во два сета, а во третиот изгуби.

Ако противниците се менуват во редослед ABA, тогаш веројатноста на секој од претходните настани е:

1) PQP 2) $PQ(1-P)$ 3) $(1-P)QP$

Вкупната веројатност, Ана да победи во два последователни сета претставува збир на претходните веројатности и изнесува $PQ(2-P)$.

Ако противниците се менуват во редослед BAB, тогаш соодветните веројатности се:

1) QPQ 2) $QP(1-Q)$ 3) $(1-Q)PQ$

Тогаш вкупната веројатност Ана да победи во два последователни сета е $PQ(2-Q)$.

Бидејќи Q е поголемо од P следува $2-P$ е поголемо од $2-Q$ па заклучуваме дека веројатноста Ана да ја добие кладбата е поголема ако игра по редоследот ABA, односно прво со посилниот, па со послабиот и повторно со посилниот противник.

Задача 14. Автомобил вози од место A до место B и назад. Растојанието меѓу овие две места е 60 km. Патот од местото A до местото B го поминал со брзина од 30 km/h, а сака целиот пат да го помине со брзина од 60 km/h. Со која брзина автомобилот треба да вози назад за да ја постигне саканата цел.

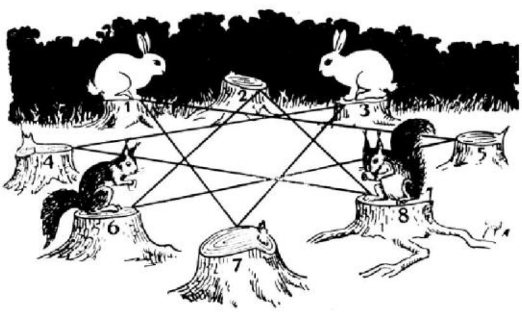
Решение. Ако набрзина помисливте дека е потребно на враќање да вози со брзина од 90 *km/h*, не сте во право. Возачот растојанието од 60 километри го поминал со брзина од 30 km/h, значи патувал $60:30=2$ часа. За да целиот пат го помине со брзина од 60 km/h, треба да целиот пат со должина од 120 *km* да го помине за $120:60=2$ часа. Бидејќи времето од 2 часа го потрошил за патување во еден правец излегува дека треба да се враќа за 0 часови, односно со бесконечно голема брзина. Како ова не е можно значи дека возачот не може да го помине целиот пат со брзина од 60 *km/h*.

На крајот од ова наше дружење ти предлагаме самостојно да ги решиш следниве задача.

Задача 15. Винарот Благоја имал шест бочви полни со вино. На цртежот десно е дадено колку вино собира секоја бочва. Пет бочви им продал на своите постојани муштерии Бранко и Марко и тоа на Марко му продал две бочви, а на Бранко три бочви.

Која бочва останала, ако се знае дека Бранко купил двапати повеќе вино од Марко, а бочвите не се отварале?

Задача 16. На цртежот десно има осум нумерирани пењушки. На пењушките 1 и 3 се наоѓаат зајаци, а на пењушките 6 и 8 верверици. Но, и зајаците и верверичите се незадоволни од своите места и тие сакаат да ги промената пењушките: зајаците да дојдат на местата на верверичите, а верверичите на местата на зајаците. Тоа можат да го направат само скокајќи од пењушка на пењушка по линиите означени на цртежот. Притоа секое животно може да направи повеќе скокови, но на иста пењушка не може да застане повеќе од едно животно.



Како, со најмал број на скокови може да се постигне саканата цел? Колку скокови се потребни?