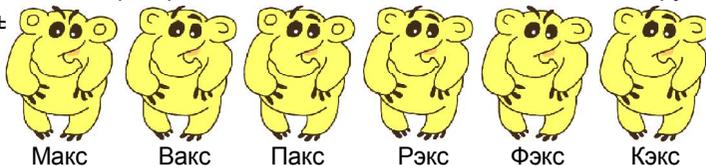


Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

Задача 1. В семье Зефирюшек шестеро братьев, двое из них – близнецы, похожие друг на друга, как две капли воды. Как зовут близнецов?

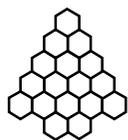
(Е.Иванова)

Ответ. Вакс и Кэкс



Задача 2. Маша выложила из серых и белых карточек слово. Гриша заметил, что можно поменять местами белую и серую карточки, чтобы цвета карточек чередовались. Какие карточки нужно поменять местами? (Н.Михайловский)

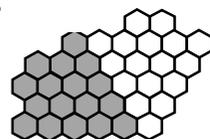
Ответ. Нужно поменять местами «П» и «И».



Задача 3. Под Новый Год Мишка вырезал из сот ёлочки (как слева). Из фигуры, как на рисунке справа, он вырезал две ёлочки. Как он это сделал?

(Е.Криволицкая)

Ответ.



Задача 4. В парке несколько ёлок и прожекторов . Прожектор освещает ёлки строго по горизонтали (\leftrightarrow) и вертикали (\updownarrow). Ближняя к прожектору ёлка загораживает собой остальные от света в этом направлении. Отметьте, какие ёлки или ёлка

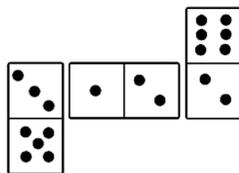
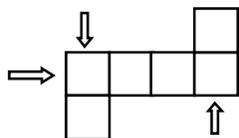
А) не освещены ; Б) освещены двумя прожекторами . (Э.Скаклинёва)

Ответ. Нужные ёлки отмечены на рисунке.

Задача 5. Миша взял три доминошки и выложил их в цепочку как на рисунке. Оказалось, что сумма точек в двух вертикальных рядах и одном горизонтальном одна и та же. Покажите, как Миша выложил доминошки. (Е.Орехова)

Ответ. На рисунке.

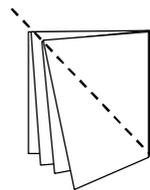
Решение. Поскольку есть два вертикальных ряда, у которых должны быть равны суммы точек, то нужно из имеющихся выбрать две доминошки с таким свойством. У первой доминошки сумма 8, у второй – 8, у третьей 8. Значит, крайними должны быть первая и вторая доминошки. И теперь мы знаем сумму. К оставшейся доминошке нужно добавить $8 - 3 = 5$ точек, чтобы получить искомое. Окончательный ответ на рисунке



Задача 6. Белый магический лист бумаги меняет свой цвет на черный в местах соприкосновения белого с белым. Квадратный лист сложили дважды (как на рисунке), прижали и разрезали по диагонали. Сколько получилось кусочков, полностью черных с обеих сторон? (О.Парамонова)

Ответ. 2.

Решение. Заметим, что когда листок сложили пополам, то весь лист стал черным с одной стороны. После того, как лист сложили второй раз, половина листа стала черной с двух сторон, а половина – с одной стороны белая, с другой – черная. Когда полученный сверток бумаги разрезали, то получилось четыре треугольника – два черные с двух сторон и два с одной стороны черные, с другой белые. И еще один большой кусок (квадрат). Он черно-белый, поэтому в подсчете не участвует.



Задача 7. Вдоль прямой улицы стоят четыре домика – синий, желтый, зеленый и красный (именно в таком порядке). Лиса живет не в красном домике. А соседи зайца – медведь и ежик. Кто где живет, если рядом с ёжиком нет лисы? (Е.Иванова)

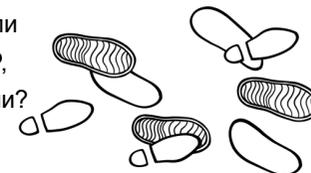
Ответ. Лиса – в синем домике, медведь – в желтом, заяц – в зеленом и ёжик – в красном.

Решение. Поскольку лиса живет не рядом с ёжиком и не рядом с зайцем (у зайца уже есть два соседа), то у нее один сосед – медведь. Значит, она живет в крайнем домике. Но не красном. Значит, в синем. Тогда в желтом – её сосед – медведь, дальше живут заяц в зеленом и ёжик в красном

Задача 8. Ночью выпал снег. Утром по свежему снегу прошли Дядя Фёдор в кроссовках , пёс Шарик в сапогах , кот Матроскин в валенках . В каком порядке они прошли? (Н.Михайловский, А.Мещерина)

Ответ. Сначала Матроскин, потом Фёдор и потом Шарик.

Решение. Позже прошел тот, чьи следы над следами других. Из фрагмента 1 видно, что сапоги (Шарик) прошли после кроссовок (Фёдор). Из фрагмента 2 видно, что кроссовки прошли позже валенок (Матроскин). Откуда получаем искомую последовательность.



Фрагмент 1 Фрагмент 2

Результаты олимпиады будут высланы на адрес, указанный при регистрации, списки призеров – опубликованы на сайте <http://mathbaby.ru/> после 15 марта 2020г

Заккрытие олимпиады и награждение победителей пройдет 29 марта в помещении школы 2086, подробности будут на сайте

Творческая лаборатория «2×2» – содружество преподавателей, студентов, аспирантов и просто математиков, обеспокоенных состоянием математического образования в России. Мы хотим, чтобы наши дети росли любознательными, заинтересованными, грамотными, и стараемся по мере сил этому содействовать. За много лет работы мы создали систему обучения детей математике с 1 по 11 класс. Она включает в себя матклассы, олимпиады различного уровня, кружки в разных районах Москвы.

Кроме олимпиад мы проводим выездные математические школы для всех классов. Школы проводятся в период каникул, а также в апреле и мае. Подробнее о наших проектах можно прочитать на сайте mathbaby.ru



XXIV ОЛИМПИАДА МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

9 февраля 2020г

Младшая группа, 2 класс.



Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

Задача 1. Есть карточки с цифрами 0, 1, 2, 3, 4, 5 и знаками «+», «-» и «=». Всего 9 карточек. Выложите, используя все карточки, верное равенство. (Число не может начинаться с 0, если это не само число 0) (Е.Иванова)

Ответ. Например, $30 - 21 = 4 + 5$

Задача 2. Стражники Изумрудного Города доложили, что видели тень пролетевшей над городом ведьмы. Кого видели стражники, если у них есть фотографии всех ведьм? (И.Артеменко)



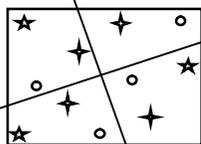
Анфиса Бастинда Риана Данида Гингема Виолетта

Ответ. Стражники видели Даниду.

Решение. Анфиса не подходит – на тени нет помпона, Бастинда не подходит – на тени другая метла, Риана не подходит – на тени нет плаща, Гингема не подходит – у неё туфли с каблучками, Виолетта не подходит – она машет рукой и тоже есть каблучки.

Задача 3. Васе подарили прямоугольный торт с тремя видами украшений. Вася хочет разрезать торт двумя прямыми разрезами на четыре куска так, чтобы в каждом все украшения были разными. Помогите ему это сделать! Резать украшения нельзя. (Е.Иванова)

Ответ. Один из вариантов ответов указан на рисунке.

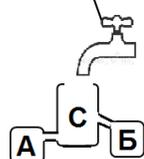


Задача 4. Снусмумрик хочет наполнить водой из крана странную конструкцию как на рисунке. Какой сосуд (А, Б или С) заполнится самым первым, если открыть кран? (Е.Иванова)

(В аудиториях был комментарий, что воздух не мешает заполнять сосуды)

Ответ. Первым заполнится сосуд А.

Решение. Когда начнет заполняться сосуд С, то вода, достигнув отверстия в сторону сосуда А, будет переливаться в этот сосуд, пока А полностью не заполнится и только тогда продолжится наполнение сосуда С. Как только уровень воды достигнет отверстия в сосуд Б, то вода будет наполнять Б. И только после наполнения Б продолжится наполнение С.



Задача 5. Баба Яга украли варенье у Карлсона и бросилась бежать. Через 8 минут он заметил пропажу и полетел вдогонку. В этот момент Бабе Яге оставалось до дома бежать 10 минут, но Карлсон мчится в два раза быстрее. Успеет ли он догнать похитительницу? (Т.Китова)

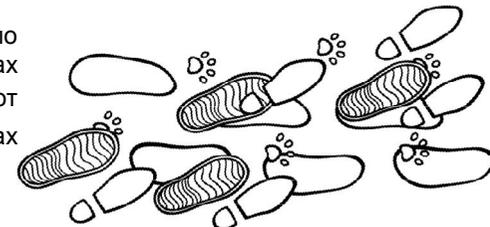
(В аудиториях был комментарий, что все перемещаются по одному маршруту)

Ответ. успеет.

Решение. Поскольку Карлсон перемещается в 2 раза быстрее, то расстояние, которое преодолела Баба Яга за 8 минут, он пролетит за 4 минуты. Чтобы пролететь расстояние

до дома Бабы Яги с того места, где она сейчас, ему нужно 5 минут. Итого время Карлсона, чтобы долететь до дома Яги равно 9 минут, а ей бежать 10. Поэтому он успеет ее настигнуть.

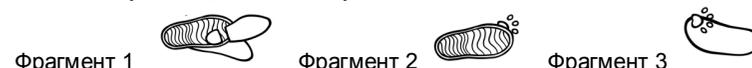
Задача 6. Ночью выпал снег. Утром по свежему снегу прошли Дядя Фёдор в сапогах, пёс Шарик в кедах, кот Матроскин и почтальон Печкин в валенках. В каком порядке они прошли?



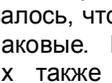
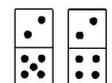
(Н.Михайловский, А.Мещерина)

Ответ. Сначала Печкин, потом Матроскин, потом Шарик и потом Фёдор.

Решение. Позже прошел тот, чьи следы над следами других. Из фрагмента 1 видно, что сначала прошли валенки (Печкин), затем кеды (Шарик) и затем сапоги (Фёдор). Осталось понять, в какой момент прошел Матроскин. Из фрагмента 2 видно, что Матроскин прошел перед Шариком, а из фрагмента 3 видно, что Матроскин прошел после Печкина. Откуда получаем искомую последовательность.



Задача 7. Оля выложила три доминошки в прямоугольник.



Фрагмент 1



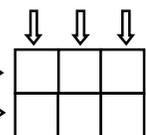
Фрагмент 2



Фрагмент 3

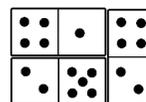


Оказалось, что все суммы во всех вертикальных рядах одинаковые. Кроме того, суммы в горизонтальных рядах также одинаковые. Как лежат доминошки? (Е.Орехова)



Ответ. на рисунке.

Решение. Поскольку все вертикальные суммы одинаковы, то можно сложить все точки раз делить на 3. $(7+6+5):3=6$ – такова сумма в каждой вертикали. Но поскольку хотя бы одну такую сумму дает доминошка целиком, то это доминошка 4-2. Чтобы найти сумму по горизонталям, нужно сумму всех точек разделить на 2.



Задача 8. Вдоль прямой улицы стоят четыре домика – синий, желтый, зеленый и красный (именно в таком порядке). Лиса живет не в красном домике. А соседи зайца – медведь и ежик. Кто где живет, если рядом с ёжиком нет лисы? (Е.Иванова)

Ответ. Лиса – в синем домике, медведь – в желтом, заяц – в зеленом и ёжик – в красном.

Решение. Поскольку лиса живет не рядом с ёжиком и не рядом с зайцем (у зайца уже есть два соседа), то у нее один сосед – медведь. Значит, она живет в крайнем домике. Но не красном. Значит, в синем. Тогда в желтом – её сосед – медведь, дальше живут заяц в зеленом и ёжик в красном

Результаты олимпиады будут высланы на адрес, указанный при регистрации, списки призеров – опубликованы на сайте <http://mathbaby.ru/> после 15 марта 2020г

Закрытие олимпиады и награждение победителей пройдет 29 марта в помещении школы 2086, подробности будут на сайте

Творческая лаборатория «2x2» – содружество преподавателей, студентов, аспирантов и просто математиков, обеспокоенных состоянием математического образования в России. Мы хотим, чтобы наши дети росли любознательными, заинтересованными, грамотными, и стараемся по мере сил этому содействовать. За много лет работы мы создали систему обучения детей математике с 1 по 11 класс. Она включает в себя матклассы, олимпиады различного уровня, кружки в разных районах Москвы.

Кроме олимпиад мы проводим выездные математические школы для всех классов. Школы проводятся в период каникул, а также в апреле и мае. Подробнее о наших проектах можно прочитать на сайте mathbaby.ru

Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

Задача 1. Замените одинаковые буквы одинаковыми цифрами, а разные – разными так, чтобы получилось верное равенство: $3+A+D+A+Ч+A = У \cdot Р \cdot А$ (О.Пармонова)

Ответ. Например, $6+1+5+1+0+1=2 \cdot 7 \cdot 1$

Задача 2. На берегах очень извилистой речки живут Маша (М), Рома (Р) и Катя (К). Алиса раздобыла карту района, где живут ребята. Сможет ли она определить, кто живет на одном берегу, а кто – на разных? Если да, укажите, кто живет на одном берегу. Других водоемов в этом районе нет. (фольклор)

(Был дан комментарий, что река – непрерывная линия без самопересечений и отрошков, но как конкретно она течет – неизвестно)

Ответ. Маша и Катя на одном берегу, Рома – на другом.

Решение. Дорисуем сначала реку каким-то способом. Например, как на рисунке. Из рисунка сразу получим ответ. Но этого недостаточно. Нужно убедиться, что как бы мы не продолжали наш рисунок, положение берегов не изменится. Соединим какие-либо интересные нас точки отрезком. Тогда, если река будет пересекать отрезок четное число раз, то точки на одном берегу, а если нечетное – на разных. Убедитесь самостоятельно, что это так. В качестве подсказки можно предположить, что берега разного цвета и когда мы меняем берег, то меняем цвет.

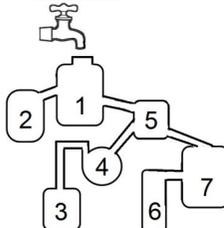
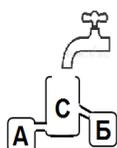


Задача 3. Если наливать воду в конструкцию на рисунке слева, то первым заполнится сосуд А. Какой сосуд заполнится первым, если открыть кран в конструкции на рисунке справа? (Е.Иванова)

(В аудиториях был комментарий, что воздух не мешает заполнять сосуды)

Ответ. Первым заполнится сосуд 6.

Решение. Когда начнет заполняться сосуд С, то вода, достигнув отверстия в сторону сосуда А, будет переливаться в этот сосуд, пока А полностью не заполнится и только тогда продолжится наполнение сосуда С. Как только уровень воды достигнет отверстия в сосуд Б, то вода будет наполнять Б. И только после наполнения Б продолжится наполнение С. Таким образом заполнение сосудов зависит исключительно от местоположения уровня воды. Посмотрим на сосуды 2 и 5. Отверстие, ведущее к 5, ниже, чем к 2. Значит, пока не заполнится 5, не начнет заполняться 2. Но 5 не заполнится, пока не заполнятся 4 и 7. Из них снова 7 заполнится раньше. Ну а для того, чтобы заполнить 7, нужно заполнить 6.



Задача 4. От дома до школы у Клим два перехода со светофорами с зеленым и красным сигналом. От первого до второго перехода Клим идет 2 минуты. Клим знает, что на каждом светофоре зеленый и красный горят равное время – по 2 минуты. Из дома до первого перехода идти 10 минут и от второго перехода до школы – тоже 10 минут. Однажды Клим вышел из дома в 8:00 и увидел, что на всех светофорах одновременно загорелся зеленый свет. Во сколько он придет в школу, если не будет нарушать правила? (Клим переходит дорогу за 5 секунд) (Е.Иванова)

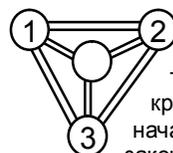
Ответ. Клим придет в школу в 8 часов 26 минут и еще 5 секунд.

Решение. Цикл повторяется каждые 4 минуты. Поэтому, когда Клим дойдет до первого перехода, загорится красный свет (потому что прошло два цикла, и еще 2 минуты горел зеленый). Подождав 2 минуты, Клим быстро перейдет дорогу (будет уже 8:12 и еще 5 секунд). На втором переходе в это время горит зеленый, но пока Клим дойдет, загорится красный. Поэтому снова придется подождать (1 минуту 55с) и быстро перейти. Это будет уже в 8:16 и еще 5 секунд. Еще через 10 минут Клим дойдет до школы.

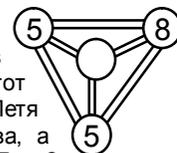
Задача 5. К наибольшему трехзначному числу, делящемуся на 2, прибавили наименьшее трехзначное число не делящееся на 2. Чему равна сумма? (фольклор)

Ответ. 1099.

Решение. Наибольшее трехзначное число, делящееся на 2 – это 998, а наименьшее, не делящееся на 2 – это 101. Сумма равна $998+101 = 1099$



Задача 6. В игровом автомате за одну игру нужно класть по 1 монетке одновременно в три круга, соединенных в треугольник. В кружках высвечивается число, положенных в этот круг монет (в среднем круге сломался экран и числа не видно). Петя начал играть, когда в кругах были числа, как на рисунке слева, а закончил, как на рисунке справа. Сколько раз сыграл Петя? (К.Бондаренко, Е.Иванова)



(В аудиториях был комментарий, что монетки можно класть только в треугольники, содержащие центр)

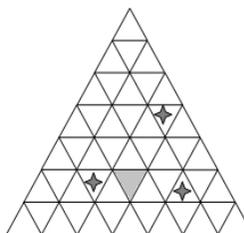
Ответ. Петя сыграл 6 раз.

Решение. Заметим, что когда мы кладем монетки в треугольник, за каждую игру мы кладем одну монетку в центр и две монетки в какие-то два круга снаружи. Поэтому общее количество монеток, положенных в центр, в 2 раза меньше общего числа монеток, положенных по периметру. По периметру положили $(5-1)+(8-2)+(5-3)=12$ монеток. Значит в центр положили 6 монеток. А это и есть количество игр.

Задача 7. Музей Хогвартса разбит на треугольные залы. Волшебный фонарь, установленный в одном зале, освещает все залы по трем направлениям (как на рисунке). Если какой-то зал освещен с его трех сторон, он становится невидимым. Укажите на плане все невидимые залы. (Е.Иванова)



Ответ. На рисунке невидимый зал отмечен темным.



Задача 8. Трое играли в домино. Каждый взял из набора по одной доминошке и сделал три заявления: «На моей доминошке в сумме четыре точки». «У моей доминошки есть пустая половинка». «У моей доминошки одинаковые половинки». Какие доминошки взяли из набора, если каждый 2 раза сказал правду, а 1 раз ошибся? (Н.Гаганова)

Ответ. 0-0, 4-0 и 2-2.

Решение. Заметим, что у любых двоих не может быть верными одни и те же утверждения. Так как любые два утверждения определяют доминошку единственным образом. Тем самым нужно рассмотреть три варианта и получить три вида доминошек.

Результаты олимпиады будут высланы на адрес, указанный при регистрации, списки призеров – опубликованы на сайте <http://mathbaby.ru/> после 15 марта 2020г

Закрытие олимпиады и награждение победителей пройдет 29 марта в помещении школы 2086, подробности будут на сайте

Творческая лаборатория «2x2» – содружество преподавателей, студентов, аспирантов и просто математиков, обеспокоенных состоянием математического образования в России. Мы хотим, чтобы наши дети росли любознательными, заинтересованными, грамотными, и стараемся по мере сил этому содействовать. За много лет работы мы создали систему обучения детей математике с 1 по 11 класс. Она включает в себя матклассы, олимпиады различного уровня, кружки в разных районах Москвы.

Кроме олимпиад мы проводим выездные математические школы для всех классов. Школы проводятся в период каникул, а также в апреле и мае. Подробнее о наших проектах можно прочитать на сайте mathbaby.ru

Краткие решения задач олимпиады 5 класса

26 января 2020

Часть А

К каждой задаче необходимо указать ответ. Решения приводить не требуется.

1. Напишите наибольшее число с разными цифрами, у которого соседние цифры отличаются не менее, чем на 2. (фольклор)

Ответ. 9758642031

2. Обезьянкам Анфисе, Дусе и Мусе дали бананы – всего в сумме не более 10. Анфиса дала 1 банан Дусе и 2 банана Мусе, после чего у всех стало поровну. Какое количество бананов могло быть у Анфисы изначально? (Укажите все варианты) (фольклор)

Ответ. 5 или 6 бананов.

Решение. Поскольку в результате у всех оказалось поровну, то общее количество бананов должно делиться на 3. Для чисел не более 10 это 3, 6 и 9. Если это 3, то после раздачи бананов у каждой должно стать по 1, но такое быть не может, так как Анфиса дала Мусе 2 банана. А 6 и 9 быть могут. В первом случае у Анфисы было 5 бананов, у Дуси 1, а у Муси - ни одного. Во втором случае у Анфисы было 6, у Дуси 2, у Муси 1.

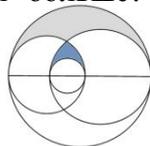
3. Закрасьте две клетки, чтобы получить верное математическое равенство. Закрашенная клетка не участвует в вычислениях и может быть в любом месте, даже между цифрами числа (« / » – знак деления). (О.Леонтьева)

4	8	/	1	2	+	3	=	5	+	7	2	/	1	2	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответ. $48/12+3=5+2/1$ или $8/1+3=5+72/12$

4. Леша и Костя ели пиццу – им привезли 4 штуки: диаметра 28см, 18см, 16см и 6см – подарок за заказ. Леша съел самую большую и самую маленькую, а Костя – две средних. Кто съел больше? (Е.Иванова) **Ответ.** Леша

Решение. Поскольку $28+6=18+16$, то можно нарисовать такую картинку. И ответ на вопрос «Кто съел больше?» зависит от ответа на вопрос «Какая часть больше – темная закрашенная или светлая закрашенная?» Светлая больше.



5. В Новом Году Дед Мороз хочет составить магический квадрат, в котором суммы чисел в столбцах, строках и двух больших диагоналях. (по мотивам фольклора В.Попов)

Ответ. на рисунке

Решение. Поскольку (первая строчка, второй столбец) $2019+2021+C=2020+C+F$, то $F=2020$. Диагональ и нижняя строка дает $B=2021$. Далее все однозначно восстанавливается, так как известна сумма в каждой строке/столбце.

2019	C	2021
D	2020	E
A	F	B

2019	2020	2021
2022	2020	2018
2019	2020	2021

6. В городе Полоссити на всех дорогах странная разметка: первая полоска длиной 1м, затем разрыв 1м, затем полоска длиной 2м, снова разрыв 1м, затем полоска 3м, разрыв, ... и так далее, пока дорога не кончится. Если в конце не хватает длины дороги, то полоска просто обрывается.

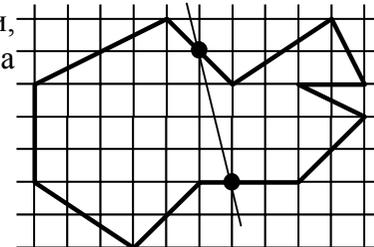


... Разметку сделали вдоль набережной протяженностью 2020 метров. А) Сколько полосок в разметке вдоль набережной? Б) Какова длина последней полоски? (Е.Иванова)

Ответ. А) 63 полоски; Б) 5метров длина последней.

Решение. Добавим к каждой полоске длину разрыва. Тогда мы получим сумму последовательных чисел от 2 до N, которая не превосходит 2020. Добавим 1, тогда $N(N+1)$ не превосходит 4040. Так как $63^2=3969$, а $64^2=4096$, то искать нужно около 63-64. Действительно Сумма числе от 1 до 63 равна 2016, а сумма чисел от 1 до 64 равна 2080, что уже больше 2020. Вычитаем добавленное для удобства число 1. Значит сумма от 2 до 63 (62 полоски с разрывами) равна 2015. Поэтому на последнюю полоску остается только 5м

7. Отметьте на линиях сетки две точки, чтобы они разделили данную ломаную на два куса одинаковой длины.. (Е.Иванова)

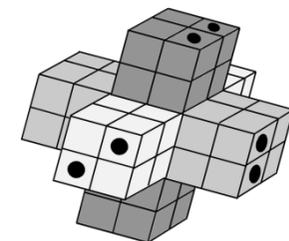


Ответ. на рисунке

Решение. Заметим, что присутствуют линии таких типов: 1) стороны клетки (3, 3 и 2); 2) диагонали прямоугольников 1x2 (2, 1 и 1)

3) Диагонали прямоугольников 2x3 (ровно две) 4) диагонали квадратов 2x2 (3 штуки). Поскольку диагоналей квадратов 2x2 три, то хотя бы одну из них придется разделить нашей точкой. Аналогично для отрезков вдоль сторон сетки. Перебрав несколько вариантов, находим искомые точки.

8. Чтобы войти в подземелье, Гарри Поттер сделал из одинаковых магических кубиков амулет, как на рисунке. Но коварный Драко Малфой проделал своей волшебной палочкой шесть сквозных отверстий, каждое из которых прошло ровно через шесть



кубиков (параллельно рёбрам маленьких кубиков). А) Сколько маленьких магических кубиков осталось неповреждёнными, если внутри амулета нет пустот? Б) Сколько маленьких кубиков проткнули три раза? (И.Гришина)

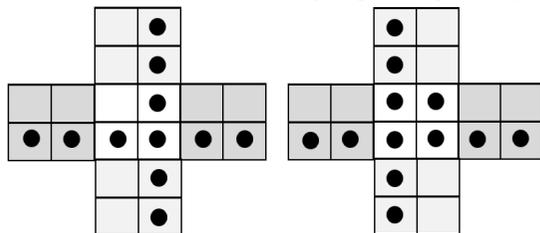
Ответ. А) 25 кубиков; Б) 1 кубик.

Решение. Рассмотрим отдельно слои крестообразной фигуры, начиная сверху, и отметим повреждённые кубики в каждом слое.

Два самых верхних и два самых нижних слоя одинаковые:



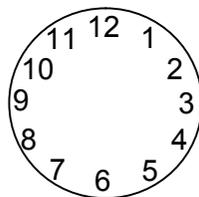
В каждом из них по 2 нетронутых кубика (всего 8). Два следующих слоя:



В этих слоях $9+8=17$ нетронутых кубиков. Итого 25.

Б) Проткнутые три раза = проткнутые с трех сторон. Такие кубики могут быть только в середине амулета. И такой кубик один (правый ближний сверху)

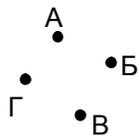
9. На радужной фабрике для сборки настенных часов (см.рис) нужен комплект из 15 пластмассовых цифр 15 разных цветов. Сколько различных циферблатов можно изготовить на этой фабрике, если все комплекты абсолютно одинаковы? (О.Парамонова)



Ответ. 480.

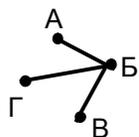
Решение. Если цифра используется в единственном экземпляре, то понятно, что переместить ее никуда не удастся и вклад в новые варианты она не дает. Поэтому стоит рассматривать только цифры 2 (2 штуки), цифры 1 (5 штук) и цифры 6 и 9 можно поменять местами, переворачивая. Таким образом, количество различных перестановок (а, значит, и различных циферблатов) равно $2 \times 2 \times 5! = 4 \times 120 = 480$

10. В компании из четырех человек Алёша заявил: «У меня тут нет друзей». Боря подхватил: «А у меня тут ровно 1 друг». Вася добавил: «А у меня ровно 2 друга». Гоша сказал: «А у меня 3 друга!» Оказалось, что все, у кого чётное количество друзей, сказали правду, а те, у кого нечётное – соврали. Нарисуйте, кто с кем дружит. (Е.Иванова)



Ответ. На рисунке

Решение. Заметим, что так как Боря и Гоша не могли сказать правду, то у Гоши обязательно один друг, а у Бори – три.



Это значит, что Боря дружит со всеми в этой компании, а Гоша – только с Борей. Осталось выяснить, дружат ли Алёша и Вася. Если дружат, то у них у каждого по 2 друга. Тогда они оба должны были сказать правду. Но Алёша солгал. Значит, такой вариант невозможен.

Часть Б

В этой части кроме ответа требуется привести решение.

1. Буквы А, И, Б, О сидели на трубе. Одна буква упала с трубы один раз, другая – два раза, а остальные попадали по три раза. Сколько раз упала с трубы буква А, если буква И упала не три раза, буквы А и Б падали разное количество раз и буквы О и Б падали разное количество раз? (О.Парамонова)

Ответ. 3 раза

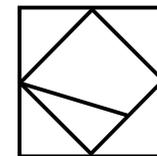
Решение. Поскольку буква И упала не три раза, то она упала два или один раз. В любом случае не было букв, падающих с ней одинаковое количество раз. Тогда среди трех остальных букв две буквы упали одинаковое число раз, то есть 3. Из условия, что буквы А и Б падали разное количество раз и буквы О и Б падали разное количество раз следует, что одинаковое число раз упали А и О.

2. У Гарри в пробирке емкостью 2мл налито 1мл вещества А, в пробирке емкостью 4мл налито 4мл вещества В, в пробирке емкостью 7мл налито 7мл вещества С. Известно, что если в равных пропорциях смешать два разных вещества, то получится третье. Если же пропорции будут неравными, то будет взрыв. Гарри нужно получить по 4мл каждого вещества. Как ему это сделать, если у него еще есть пустая пробирка емкостью 2мл? Все пробирки волшебные – вещество можно полностью вылить и следов не останется. Делений на пробирках нет. (Е.Иванова)

Ответ. В таблице указана последовательность переливаний.

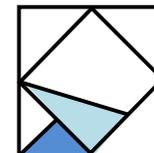
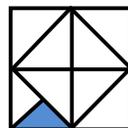
2мл	4мл	7мл	2мл
1А	4В	7С	0
1А	2В	7С	2В
1А	4А	5С	2В
2В	4А	4С	2В

3. В квадрате со стороной 4 нарисовали еще один квадрат с вершинами в серединах сторон. Две середины сторон разных квадратов соединены отрезком (см.рис). Найдите площадь квадрата, сторона которого равна этому отрезку. (О.Парамонова)



Ответ. 10см^2 .

Решение. Проведем еще один отрезок и рассмотрим два треугольника (на рисунке они закрашены). Большой треугольник – это четвертая часть внутреннего квадрата. То есть 4 таких треугольника по площади дадут целый квадрат. Два маленьких треугольника по площади составляют одну 8 часть большого



квадрата. А внутренний квадрат – половину большого квадрата. Но из четырех больших треугольников и двух маленьких можно составить квадрат как раз с требуемой стороной (см.рис). Значит, его площадь равна $5/8$ площади исходного большого, площадь которого равна 16см^2 .



4. Коля положил на стол несколько кубиков белого, синего, красного, зеленого и черного цвета в ряд. Оказалось, что для любых двух цветов найдется пара кубиков этих цветов, которые лежат рядом. То есть есть белый и красный кубики, лежащие рядом, зеленый и белый кубики, лежащие рядом, а так для любой пары цветов. Какое минимальное количество кубиков может лежать на столе? (Н. Михайловский)

Ответ. 11 кубиков

Решение. Поскольку каждый цвет должен образовывать хотя бы 4 пары с 4 остальными цветами, а кубик в середине ряда образует не более 2 пар, то кубиков каждого цвета не менее $4 : 2 = 2$, при этом есть крайние кубики в ряду, которые образуют только по 1 паре. Значит, 2 кубиков каждого цвета не хватит для того, чтобы все возможные пары встречались, ведь мы считали в предположении, что любой кубик образует две пары, то есть находился в середине ряда. Значит, кубиков как минимум $5 \times 2 + 1 = 11$. Осталось привести пример на 11 кубиков. Например, так: БСКЗЧБКЧСЗБ

5. На острове Ромба живут рыцари и лжецы (рыцари говорят только правду, лжецы всегда лгут). В каждой треугольной области живёт ровно 1 человек, соседними считаются области, граничащие по стороне. Утром каждый из них сказал: «Среди моих соседей не более 1 рыцаря». Какое наибольшее число рыцарей может проживать на острове? (К. Бондаренко)

Ответ. 6 рыцарей

Решение. Сказанное в условии означает, что среди соседей либо 0, либо 1 рыцарь. Поэтому в самой верхней и самой нижней области не могут жить лжецы, ведь у них всего 1 сосед и в любом случае не может быть более 1 рыцаря. Поэтому там живут рыцари. Далее заметим, что в выделенных цветом фигурках из 3 треугольников не могут жить по 3 рыцаря, ведь тогда у среднего будут хотя бы два соседа рыцаря. Значит, там живут не более 2 рыцарей, а всего рыцарей $2 + 2 \cdot 2 = 6$. Пример на рисунке.



Критерии:

Каждый правильный ответ в части А стоит 2 балла (если пунктов несколько, то каждый пункт стоит 2 балла).

В части Б оценивается решение – от 0 до 5 баллов.

Творческая Лаборатория «Дважды Два»



Творческая лаборатория «2×2» – содружество преподавателей, студентов, аспирантов и просто математиков, обеспокоенных состоянием математического образования в России. Мы хотим, чтобы наши дети росли любознательными, заинтересованными, грамотными, и стараемся по мере сил этому

содействовать. За много лет работы мы создали систему обучения детей математике с 1 по 11 класс. Она включает в себя матклассы, олимпиады различного уровня, кружки в разных точках Москвы.

Кроме олимпиад мы проводим выездные математические школы для всех классов. Школы проводятся в период каникул, а также майских праздников. Кроме того мы проводим мини-школы или школы выходного дня. Ближайшая выездная школа планируется с 3 апреля.

Летняя школа в Подмоскowie (3 смены) – с 1 июня по 2 июля – 0-7 кл.

Летняя школа в Болгарии (5 смен) – с 19 июня по 16 августа – 0-9 класс.

Летняя школа в Подмоскowie – со 2 по 25 августа – для 4–10 классов.

Большое внимание мы уделяем также нашим математическим классам на базе разных школ Москвы. В прошлом наши ученики завоевали более десятка золотых медалей на международных олимпиадах по математике и физике, а также разнообразные призы и награды на других соревнованиях России и других стран. В частности в 2015 и 2016 годах наших ученики в составе сборной России на международной Олимпиаде по математике завоевали две серебряные и две золотые медали. В 2018 году – золотую медаль на олимпиаде по астрономии.

Более подробно со всеми направлениями нашей работы в можете познакомиться на сайте.

Олимпиада 5 класса

Письменный тур.

Результаты письменного тура будут опубликованы после 16 февраля на нашем сайте. <http://mathbaby.ru>

Устный тур.

Устный тур пройдет 15 марта. Место пока определяется. На него будут приглашены участники, показавшие высокий результат на письменном туре.