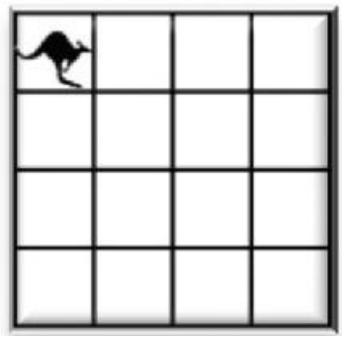
Самоил Малчески, Скопје
Алекса Малчески, Скопје

БРОИМЕ ПАТИШТА

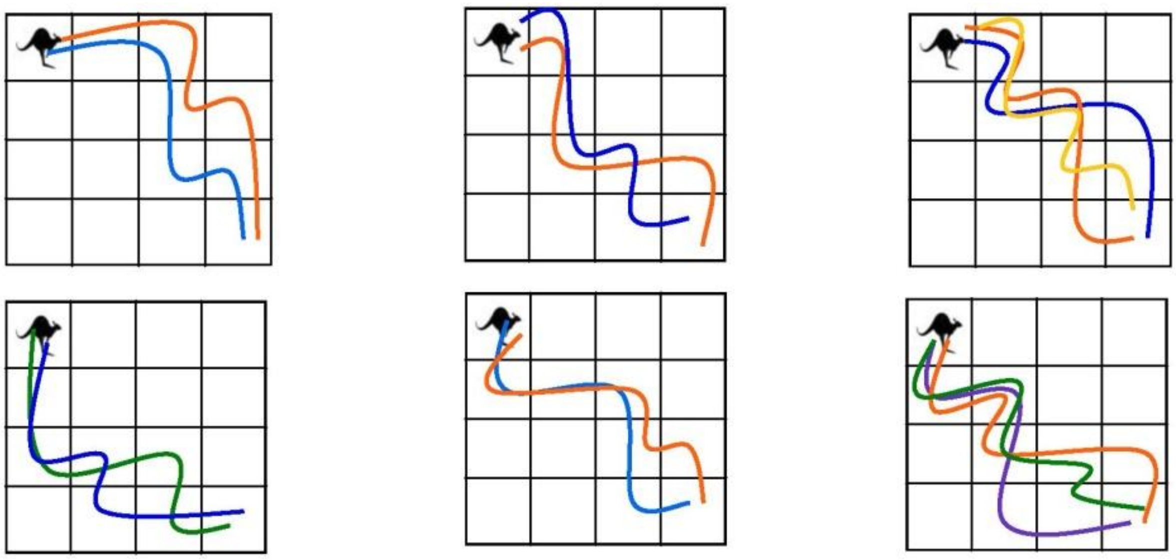
Често пати сме во ситуација од едно до друго место да можеме да стигнеме на повеќе од еден начин. Некој од вас едноставно ќе каже дека најважно е да си стигне на целта, некој ќе сака да го најде најкраткиот пат, но има и такви кои ќе се обидат да ги пребројат различните патишта по кои може да се стигне од едно до друго место.

Во ова четиво ќе разгледаме задачи во кои ќе го определуваме бројот на различните патишта за одење од едно до друго место.

Задача 1. Кенгурот Скокалко е во горното лево квадратче на табелата прикажана на цртежот десно. Тој може да скока само на десно или на долу во квадратче кое што има заедничка страна со квадратчето во кое се наоѓа пред да скокне. На колку различни начини Скокалко може да стигне во долното десно квадратче, ако не прави 3 скока во иста насока?.

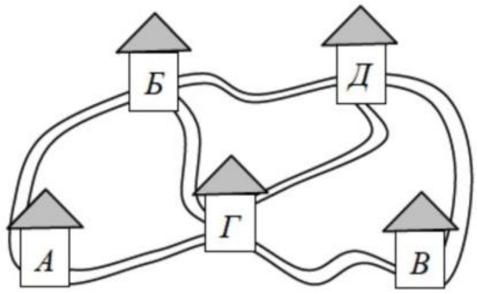


Решение. Можни начини на движење на Скокалко кои ги задоволуваат условите на задачата се дадени на долните цртежи.



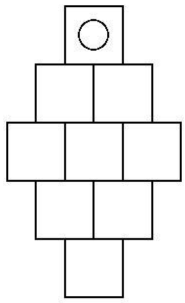
Според тоа, вкупниот број начини на кои Скокалко меже да стигне до долното десно поле е еднаков на 14.

Задача 2. На колку различни начини автобус може да стигне од селото *А* во селото *В* ако низ секое од селата *Б*, *Г* и *Д* минува само по еднаш?

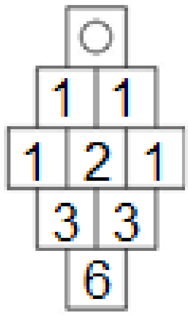


Решение. Ако автобусот тргне од *А* кон *Г*, тогаш тој мора прво да оди во *Б* (Зошто?), потоа во *Д* и на крајот во *В*. Според тоа, во овој случај имаме само еден пат *АГБДВ*. Ако автобусот прво тргне кон *Б*, тој може да продолжи или кон *Г* или кон *Д*. Во првиот случај имаме *АБГДВ*, а во вториот случај *АБДГВ*. Според тоа, автобусот од *А* во *В*, минувајќи само по еднаш низ *Б, Г* и *Д* може да стигне на 3 начини.

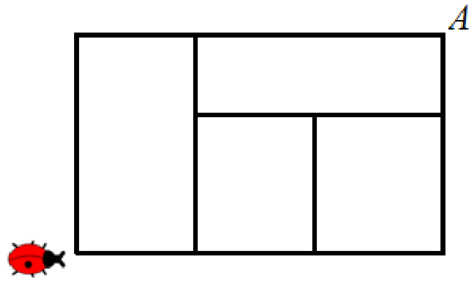
Задача 3. Во најгорното поле на фигурата прикажана на цртежот десно се наоѓа топче. Тоа почнува да паѓа надолу: од полето во кое се наоѓа во моментот, може да падне во некое од двете полиња кои се непосредно под него, и така натаму сè додека не стигне во најдолното поле на фигурата. По колку различни патишта може да стигне топчето од најгорното до најдолното поле?



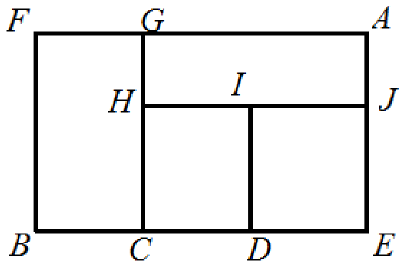
Решение. Во секое поле ќе го запишеме бројот на начините на кои топчето може да стигне до тоа поле. Притоа бројот запишан во секое поле е еднаков на збирот на броевите запишани во полињата кои се наоѓаат непосредно над него (Зошто?). Така, во вториот ред ги запишуваме броевите 1, 1; во третиот ред броевите 1, 2, 1; во третиот ред броевите 3, 3; и во четвртиот ред бројот 6 (цртеж десно). Според тоа, бројот на различните патишта по кои топчето може да стигне во најдолното поле е 6.



Задача 4. Бубамара ползи по рамката на прозорецот прикажан на цртежот десно. Таа тргнува од долниот лев агол и ползи по рамката само нагоре или надесно за да стигне до горниот десен агол (точката *А*). Колку различни патишта може да избере бубамарата?



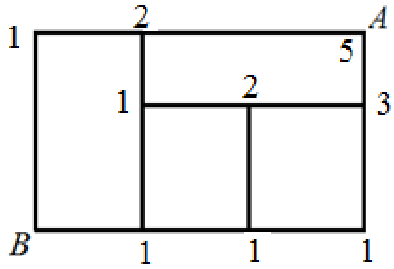
Решение. *Прв начин.* Да означиме како на цртежот десно. Тогаш ползејќи нагоре или десно бубамарата може да оди по следниве патишта:



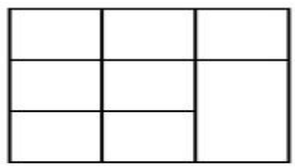
$BFGA$, $BCHGA$, $BCHIJA$, $BCDIJA$ и $BCDEJA$.

Според тоа, ползејќи на опишаниот начин, бубамарата може да избере 5 различни патишта.

Втор начин. Прво ќе ги преброиме најкратките патеки од точката B до точката A. Забележуваме дека најкратките патеки се добиваат ако се движиме само нагоре или надесно. На секоја раскрсница го запишуваме бројот на патиштата од B до таа раскрсница, кој е еднаков на збирот на броевите запишани под него или лево од него (Зошто?).

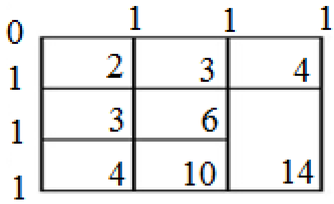


Задача 5. На цртежот десно е прикажан план на парк, линиите се патеките. Определи го бројот на најкратките различни патишта од горниот лев до долниот десен агол?

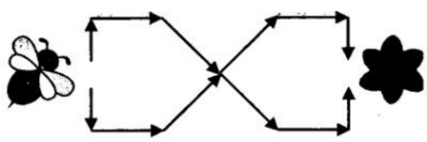


Решение. *Прв начин.* Најкратките патишта се добиваат ако почнувајќи од горниот десен агол на секоја раскрсница се движиме или надесно (1) или надолу (0). Притоа ги добиваме следниве патишта: 11100, 11010, 110001, 10110, 101001, 100101, 100011, 01110, 011001, 010101, 01001, 001101, 001011, 000111, што значи дека имаме вкупно 14 патишта.

Втор начин. Ако постапиме аналогно како во вториот начин на решавање на задача 4, со тоа што одиме од горниот лев агол кон долниот десен агол го добиваме цртежот десно. Според тоа, имаме 14 накратки различни патипта.

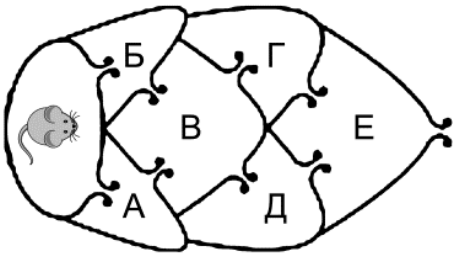


Задача 6. По колку различни патеки може пчеличката Маја да стигне до цветот ако таа оди по патеките што ги покажуваат стрелките на цртежот десно?



Решение. Пчеличката Маја може да тргне во 2 насоки, нагоре и надолу. На местото каде што патеките се спојуваат таа може да избере каде ќе оди и има 2 избора (нагоре или надолу). Според тоа, бројот на патеките по кои пчеличката Маја може да стигне до цветот е еднаков на $2 \cdot 2 = 4$.

Задача 7. Глувчето Мице сака да излезе од лавиринтот (цртеж десно). Колку различни патишта постојат така што глувчето нема да помине низ една иста врата повеќе од еднаш?

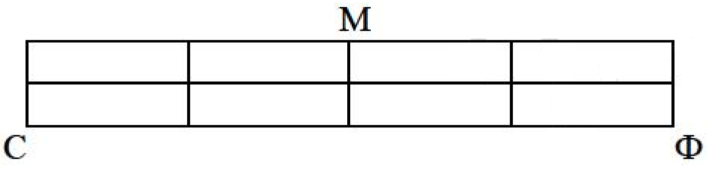


Решение. Просториите низ кои треба да помине глувчето ќе ги означиме со буквите А, Б, В, Г, Д и Е. Ќе ги преброиме можностите за секој премин (чекор):

- за првиот чекор глувчето има две можности и тоа се просториите А или Б,
- за вториот чекор тоа има една можност и тоа е просторијата В,
- за третиот чекор има две можности и тоа се просториите Г или Д, и
- за четвртиот чекор има една можност и тоа е просторијата Е.

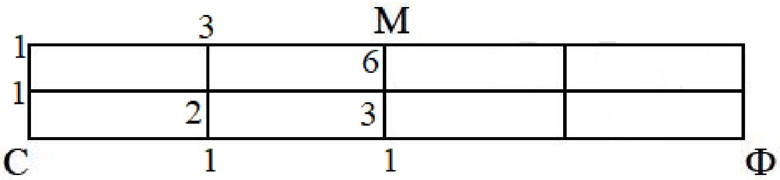
Според тоа, постојат $2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 4$ различни патишта за излез од лавиринтот. Тие патишта се: АВДЕ, АВГЕ, БВДЕ и БВГЕ.

Задача 8. Горјан учествува на училишниот маратон, кој се одржува на улиците од неговата населба. На долниот цртежот е прикажан планот на населбата, при што почетокот на трката е во точката С, крајот на трката е во точката Ф и секој натпреварувач треба да помине низ контролната точка М.



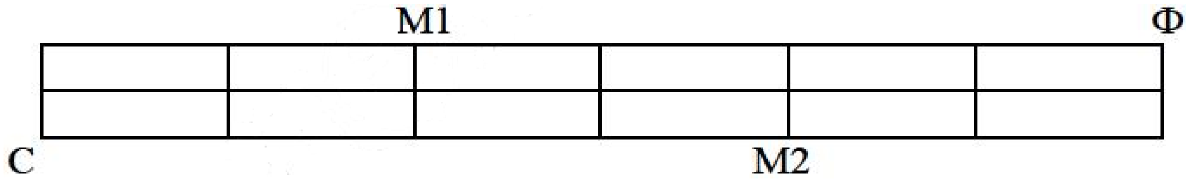
Определи го бројот на најкратките патеки по кои Горјан може да ја истрча трката.

Решение. Прво ќе ги преброиме најкратките патеки од точката С до точката М. Забележуваме дека најкратките патеки се добиваат ако се движиме само нагоре или надесно. На секоја раскрсница го запишуваме бројот на патиштата од С до таа раскрсница, кој е еднаков на збирот на броевите запишани под него или лево од него (Зошто?). Така го добиваме долниот цртеж.

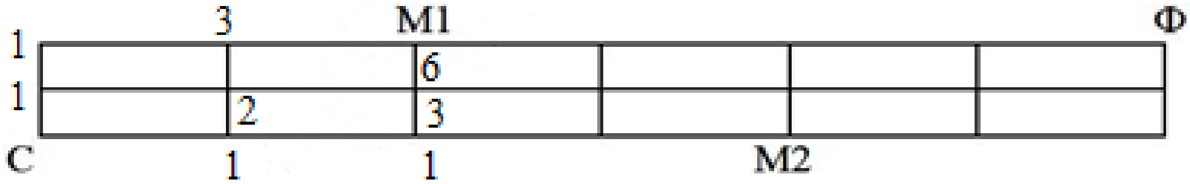


Значи, од С до М имаме 6 најкратки патеки. Слично, од М до Ф имаме 6 најкратки патеки. Според тоа, бројот на најкратките патеки по кои Горјан може да ја истрча трката е еднаков на $6\cdot 6=36$.

Задача 9. На долниот цртеж е дадена мрежа од улици по кои се одвива училишниот кроз. Учениците тргнуваат од точката С, прво минуваат низ првата контрола (раскрсницата М1), потоа низ втората контрола (раскрсницата М2) и пристигнуваат на целта (точката Ф). Определи го бројот на најкратките различни патишта по кои можат да поминат натпреварувачите.



Решение. Да ги изброиме најкратките патишта од С до М1. По најкраток пат все движиме само нагоре и надесно. На секоја раскрсница го запишуваме бројот на патиштата од С до неа, кој е еднаков на збирот на броевите запишани во раскрсницата под неа и лево од неа. Така за М1 добиваме 6 патишта (види цртеж).



Од М1 до М2 и од М2 до Ф повоторно имаме по 6 патишта.

Според тоа, вкупниот број најкратки патишта е еднаков на $6\cdot 6\cdot 6=216$.