

**ИЛИЈА ЈАНЕВ**

# **МАТЕМАТИКА**

**ЗА ПЕТТО ОДДЕЛЕНИЕ**



**ТАБЕРНАКУЛ**

*рецензиции / консултации:* м-р **Алекса Малчески**,  
асистент на Машински факултет, Скопје

**Вангел Каруловски**,  
професор во ЕМУЦ „Никола Тесла“, Скопје

**Снежана Хаџи – Николова**,  
наставник во ОУ „Димитар Македонски“, Скопје

---

**И. П. Табернакул**  
ул. Михаил Цоков б.б. – Скопје, Република Македонија

**Илија Јанев**

## **МАТЕМАТИКА за петто одделение**

*за издавачоци:* **Цветан Врживирски**, директор

*главен и одговорен уредник:* **Ванчо Каранфилов**

*технички уредник:* **Владимир Тодоров**

*компјутерска подготовка:* **Билјана Мирчевска**

*лектура:* **Елизабета Коневска**

*илустрации:* **Александар Сотировски**

*печатено во печатница:* **„Гоце Делчев“ – Скопје**

*за печатница:* **Зоран Лазароски**, директор

CIP – Каталогизација во публикација  
Народна и универзитетска библиотека  
„Св. Климент Охридски“, Скопје

372.851(075.2) = 163.3

ЈАНЕВ, Илија

Математика : за петто одделение / Илија Јанев ;  
[илустрации во бои Александар Сотировски]. – Скопје :  
Табернакул, 2001. – 248 стр. : графички прикази ; 24 см

ISBN 9989-647-86-0

Со решение на министерот за образование на Република Македонија  
бр. 10-239/1 од 29.01.2001 год., се одобрува употребата на овој учебник.

**Скопје, 2001**

## Драг ученику,

На прагој си на петнаеста година на твоејто дружење со математиката. Пред тебе е учебникот по математика за V отделение. Тој ќе ти овозможи да се поинтересири на некои математички поими, правила и односи што досега си ги изучил. Но, со неговата помош ќе научиш и многу нови и интересни математички содржини.

Прво ќе ги прошириш своите знаења за множествата и операциите со нив. Потоа ќе се здобиеш и со нови сознанија за основното множество броеви – множеството природни броеви и операциите со нив. Ќе се запознаеш со нов вид броеви – децимални броеви и ќе научиш да сметаш со нив. Ќе забележиш дека голем дел од геометриските содржини ти се познати, а ќе научиш и многу нови. Ќе осознаеш за симетријата – што е и која особина скоро на сите живи суштества, но и на многу геометриски фигури. Ќе се поинтересири на изучениите мерни единици, а ќе научиш и нови – за мерење агли и за мерење волумен.

Тоа што е предвидено да го совладаш оваа учебна година, во учебникот е разделено на II теми. Со решавање на задачите од првата тема ќе ги освежиш своите математички знаења, а потоа многу ќе ти помогне за полесно усвојување на новите математички содржини. Последната тема е предвидена за заокружување и систематизирање на твоите знаења и умења, спекнајќи во текот на оваа учебна година.

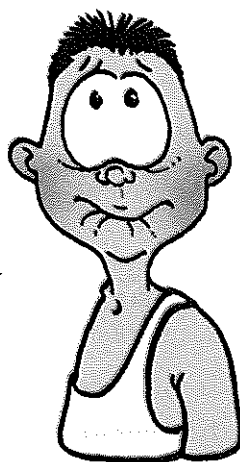
Секоја од останатите теми е разделена на делови, означени со буквите А, Б,... Во нив се поинтересирираш на она што досега си го изучил, а ќе ти користиш за усвојување на новите содржини (буквите се на зелена подлога) или го учиш новото во иста наставна единица (буквите се на црвена подлога). Тие, по правило, започнуваат со некој проблем или пример за колективна активност во одделението. По нив следуваат задачи за индивидуална работа. Нив ќе ги решаваш самостојно или со помош на наставникот, во училиште или дома, за 1 или за 2 наставни часа. Слично, во задачите и примерите означени со црвена боја се обработува новото, а поинтересните задачи се означени со ѕвездичка.

Како најбитното во секоја наставна единица е видно истакнато (дефинициите со зелена подлога, и својствата и правилата со црвена), сепак, на крајот на секоја тема има страница не заборавај дека... чиј наслов доволно кажува за нејзината намена.

На крајот од секоја тема е даден тест, за самопроверка. За секоја задача се дадени бодови, а понудена е и скала за прејворане на бодовите во оценка. Труди се да ги освоиш сите бодови, или што е можно повеќе!

Уште еден елемент ја дојолнува секоја наставна единица – Кајте на испражувачот.

Како дојолнение на овој учебник постојат и работни листови со избрани примери и задачи за решавање кои треба да продонесат за што подобро совладување на материјалот.



Автори



## РЕКОА ЗА МАТЕМАТИКАТА

**Математиката** е основа на сите науки. Секоја друга наука дотолку помалку греша, доколку повеќе се базира на математиката.

*Р. Бекон (1214-1294)*

**Математиката** е кралица на науките, а **аритметиката** е кралица на математиката.

*К.Ф. Гаус (1777-1855)*

**Математиката** е клуч за целокупното човеково знаење.

*Л. Ојлер (1707-1783)*

Големата книга на природата е напишана со јазикот на **математиката**.

*Галилео Галилеј (1504-1642)*

**Математиката** – таа е јазикот со кој зборуваат сите точни науки. Од сите јазици на светот, најдобар е еден вештачки, концизен и јасен – јазикот на **математиката**.

*Н. И. Лобочевски (17793-1856)*

Нема права вистина во оние науки, во кои **математиката** не се применува.

*Леонардо Да Винчи (1452-1519)*

Некоја наука ќе достигне висок степен на развој, само ако се потпира на **математиката**.

*Карл Маркс (1818-1883)*

Машината може да ги реши сите проблеми кои ќе ѝ се зададат, но не може да смисли ниту еден. Тоа го може **математиката**.

*Алберт Ајнштајн (1879-1954)*



НА КРАЈ:

**Математиката** треба да се учи, затоа што таа го доведува мозокот во хармонија.

*М. В. Ломоносов (1711-1765)*

... И СОСЕМА НА КРАЈОТ:

Сепак полесно е да се научи **математиката**, отколку да се работи без неа.

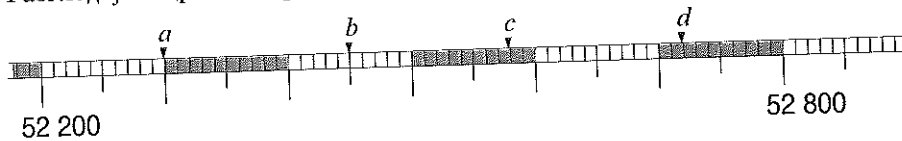
*Bousse*

Добредојде во V одделение.

Веројатно добро се одмори, а можеби нешто и заборави. Затоа е добро прво да се поинтересираш на она што досега го учеше.

### А Броеви, броеви...

- 1 Запиши го и прочитај го:
  - а) претходникот на бројот 1690;
  - б) следбеникот на бројот 809809.
- 2 Подреди ги, почнувајќи од најмалиот, броевите: 34347, 37437, 34473, 37344, 34734.
- 3 Прецртај некои цифри на бројот 41908657 за да добиеш:
  - а) најмал трицифрен број;
  - б) најголем четирцифрен број.
- 4 Можеш ли да заклучиш кој број е поголем:
  - а)  $73^{***}$  или  $72^{***}$ ?
  - б)  $8^{***}$  или  $1^{****}$ ?
- 5 Разгледај го цртежот, размисли, а потоа одговори.



- а) Кои броеви им соодветствуваат на буквите  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ?
  - б) Меѓу кои соседни стотки се наоѓа бројот  $c$ ?
- 6 Запиши ги соседните десетки, стотки и илјади на бројот 68273, а потоа заокружи го на десетки, стотки и илјади.

### Б

... и сметање со нив.

- 7 Воочи го равенството  $65 + 20 = 85$ , а потоа дополни.
  - а) Броевите 65 и 20 се викаат , а бројот 85 е .
  - б) Изразот  $65 + 20$  се вика  на броевите .
- 8 Воочи го равенството  $70 - 45 = 25$ , а потоа одговори.
  - а) Како се вика секој од броевите: 70, 45, 25?
  - б) Што претставува изразот  $70 - 45$ ?

9 Пресметај:

а)  $37\ 542$   
 $+ 2\ 678$

б)  $65\ 497$   
 $- 20\ 364$

в)  $903\ 402$   
 $- 52\ 807$

$6 + 7 = 13$

$$\begin{array}{r} 347 \\ + 856 \\ \hline 3 \end{array}$$



$15 - 8 = 7$

$$\begin{array}{r} 635 \\ - 48 \\ \hline 7 \end{array}$$



10 Разликата е 25. Колкав е:

- а) намаленикот, ако и намалителот е 25?
- 
- б) намалителот, ако и намаленикот е 25?

11 Пресметај:

а)  $53427 - (2734 + 3915)$       б)  $2514 - (5061 - 4386)$

12 Ана го зголемила бројот 234508 за 58637, а Аце го намалил бројот 350716 за 57581. Кој добил поголем број? За колку?

13 Воочи го равенството  $8 \cdot 7 = 56$ , а потоа дополни.

- а) Броевите 8 и 7 се викаат
- 
- , а бројот 56 е
- 
- .б) Изразот
- $8 \cdot 7$
- се вика
- 
- на броевите
- 
- .

14 Воочи го равенството  $54 : 9 = 6$ , а потоа одговори.

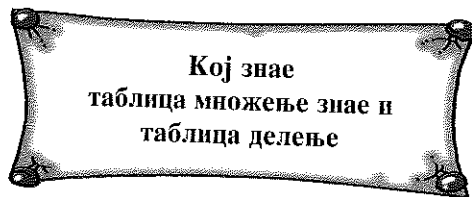
- а) Како се вика секој од броевите: 54, 9, 6?
- 
- б) Што претставува изразот
- $54 : 9$
- ?

15 Пресметај усно!

а)  $5 \cdot 4$      $3 \cdot 8$      $4 \cdot 8$      $9 \cdot 6$   
 $6 \cdot 3$      $7 \cdot 9$      $7 \cdot 7$      $8 \cdot 7$

б)  $81 : 9$      $27 : 3$      $63 : 9$      $0 : 5$   
 $36 : 4$      $42 : 6$      $64 : 8$      $5 : 5$   
 $35 : 7$      $72 : 9$      $48 : 6$      $5 : 1$

в)  $5 \cdot 30$      $7 \cdot 300$      $280 : 40$   
 $3 \cdot 50$      $6 \cdot 500$      $280 : 4$



## 1. Повторуваме и прошируваме

16 Пресметај

$$9 \cdot 6 = 54; 4 \text{ а } 5,$$

$$\begin{array}{r} 356 \cdot 9 \\ \hline 4 \end{array}$$



а)  $274 \cdot 5$   
 $7\,609 \cdot 8$   
 $4\,715 \cdot 7$   
 $8\,193 \cdot 9$   
 $5\,555 \cdot 4$

б)  $396 \cdot 84$   
 $1\,542 \cdot 76$

в)  $3\,478 \cdot 269$   
 $897 \cdot 468$

17 Пресметај го количникот, а потоа провери со калкулатор.

а)  $892 : 4$   
 $1\,638 : 7$

б)  $16\,256 : 32$   
 $43\,470 : 14$

в)  $283\,015 : 23$   
 $670\,032 : 33$

18 Одреди го количникот и остатокот при делењето.

а)  $24\,567 : 9$   
 $7\,421 : 7$

б)  $78\,903 : 32$   
 $4\,519 : 14$

в)  $901\,024 : 17$   
 $27\,403 : 52$

$$\begin{array}{r} 7\,421 : 8 = 927 \\ \underline{22} \\ 61 \\ \underline{5} \end{array}$$

74 делено со 8 е 9  
 9 по 8 е 72, до 74 е 2  
 Спуштам 2...

$$\begin{array}{r} 927 \cdot 8 \\ \hline 7\,416 \end{array}$$

Проверка

$$\begin{array}{r} 7\,416 \\ + 5 \\ \hline 7\,421 \end{array}$$

Значи,  $7421 : 8 = 927$  и остаток 5,  
 бидејќи  $7421 = 8 \cdot 927 + 5$ .

19 Пресметај го усно:

- а) Производот на броевите 7 и 8 намали го за 6.  
 б) Количникот на броевите 63 и 9 зголеми го за 13.  
 в) Збирот на броевите 125 и 75 намали го четири пати.  
 г) Разликата на броевите 2000 и 1944 зголеми ја 20 пати.

## B Изрази и проблеми

20 Разгледај ги решените примери, а потоа пресметај.

(Прво пресметај во заградата)

$$54 : (9 - 3) = 54 : 6 = 9$$

Ако нема загради прво множи или дели

$$54 : 9 - 3 = 6 - 3 = 3$$

а)  $24 : (8 - 2)$   
 $24 : 8 - 2$

б)  $35 : 7 - 2$   
 $35 : (7 - 2)$

в)  $(17 - 5) \cdot 3$   
 $17 - 5 \cdot 3$

21 Пресметај ја вредноста на бројниот израз:

- а)  $9 \cdot 4 + 50 \cdot 1 - 72 \cdot 0$ ;      б)  $100 : 2 - 0 : 9 + 1 : 1$ ;  
 в)  $(36 : 4 + 15) : 8$ ;      г)  $(48 - 42 : 6) \cdot 25$ .

22 Напиши броен израз што претставува:

- а) производ на бројот 4 и збирот на броевите 7 и 8;  
 б) производ на збирот на броевите 4 и 7 со бројот 8;  
 в) збирот на бројот 4 и производот на броевите 7 и 8;

✦ Во кој од овие изрази не употреби загради?

23 Кој број е за 2 000 помал од збирот на броевите 1 995 и 15?

24 За колку бројот 24 502 е поголем од разликата на броевите 56 213 и 37 568?

25 Кој број е 10 пати помал од количникот на броевите 1 040 и 8?

26 На бројот 753 допиши му нула од десната страна.

$$753 \Rightarrow 7\,530$$

- а) За колку е зголемен бројот 753?  
 б) Колку пати новиот број е поголем од бројот 753?

27 За колку збирот на првите 10 непарни броеви е помал од збирот на првите 10 парни броеви?

➤ Збирот можеш лесно да го пресметаш вака:

$$1 + 3 + 5 + \dots + 17 + 19 - (1 + 19) + (3 + 17) + \dots + (9 + 11) = \boxed{\phantom{00}}$$

Но, дали е потребно тоа? Користи дека: секој непарен број е за 1 помал од неговиот парен следбеник.

$$\begin{array}{ccc}
 & \xrightarrow{+1} & \\
 1 + 3 + \dots + 19 & & 2 + 4 + \dots + 20 \\
 & \xleftarrow{+1} & 
 \end{array}$$

28 Во детскиот дом дневно се трошат по 45 l млеко. Колку литри млеко ќе се потрошат во месеците март, април и мај?



## 1. Повторуваме и прошируваме

29) Киро купил 16 kg сирење по 240 денари и му останале уште 160 денари. Колку денари имал Киро?

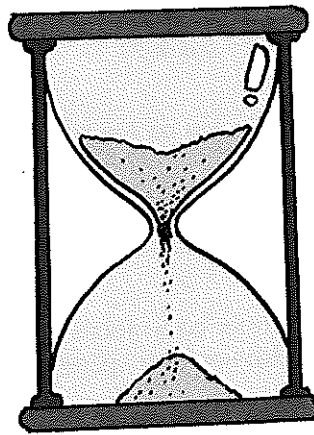
30) Таткото има 36 години, а синот 6 години.

- Колку години таткото е постар од синот?
- Колку пати таткото е постар од синот?
- Колку години таткото ќе биде постар од синот по 4 години?
- Колку пати таткото ќе биде постар од синот по 4 години?

## Г Времето тече... а ние мериме... сметаме...

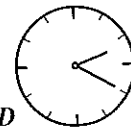
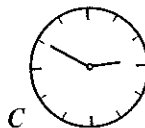
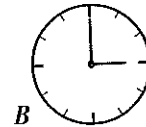
31) Овој песочен часовник бил користен од морнарицата во 19 век. Трите минути за протекување на песокта ја претставувале должината од една морска милја (1852 m) што бродот ја минавал за тоа време. Денес најчесто го користиме за да го одредиме моментот кога јајцата се варени.

- ★ Колку метри изминува бродот за три протекувања на песокот?
- ★ Колку метри изминувал бродот за 1 час?
- ★ Ако едно јајце се вари за 3 минути, тогаш за колку минути ќе се сварат 3 јајца?



32) Од овие четири часовници:

- ★ Еден е напред 20 минути.
  - ★ Еден доцни 10 минути.
  - ★ Еден е застанат.
  - ★ Еден е точен.
- Кој е точниот часовник?



33) Препиши во својата тетратка и дополни:

1 година =  дена

1 ден =  часа

1 час =  минути

1 минута =  секунди

- ★ Колку минути има 1 година? А секунди?
- ★ Дали на твојот 11-ти роденден славеш и 100 000 часови?

34 Препиши во својата тетратка и дополни:

$$1 \text{ km} = \square \text{ m}$$

$$1 \text{ m} = \square \text{ dm} = \square \text{ cm} = \square \text{ mm.}$$

$$1 \text{ t} = \square \text{ kg}$$

$$1 \text{ l} = \square \text{ dl} = \square \text{ cl} = \square \text{ ml.}$$

$$1 \text{ kg} = \square \text{ hg} = \square \text{ dag} = \square \text{ g.}$$

✪ Колку милиметри има 1 km?

✪ Колку грама има 1 t?

35 Колку милиметри има во:

а) 2 cm 3 mm?

б) 1 dm 5 mm?

в) 1 m 2 dm 3 cm?

36 Колку грама има во:

а) 7 dag 8 g?

б) 2 hg 4 g?

в) 3 kg 5 dag 9 g?

37 Масата на 1 m жица е 125 g. Колку килограми има во 56 m од таа жица?

38 Во еден вагон се товарени 120 вреќи по 45 kg шеќер. Колку тони шеќер се товарени во 5 такви вагони?

39 Зоки со велосипедот поминува 2 m при едно завртување на педалата. Колку пати треба да ја заврти педалата за да помине 20 km?

**Δ** Сметаме и со дробки

40 Прочитај ги дробките:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{2}{7}, \frac{1}{100}, \frac{17}{100}$$

броител

дробна црта

именител

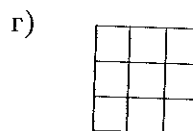
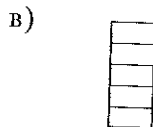
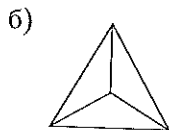
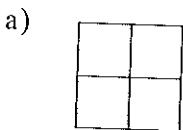


41 Запиши ја дробката:

а) една четвртина; б) пет деветини; в) три десетини.

✪ Кој број е броител во секоја од овие дробки?

42 Секоја фигура е поделена на еднаков број делови. Кој дел претставува обоениот дел од фигурата?



43 Изрази го бројот на сите предмети како дробка.

а)



б)



в)



44 Препиши и дополни.

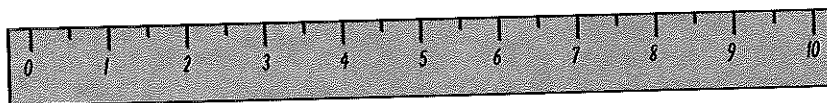
а)  $\frac{1}{2}$  од 10 =

б)  $\frac{1}{3}$  од 12 =

в)  $\frac{1}{4}$  од  = 7

г)  $\frac{1}{7}$  од  = 8.

45 Користи ја траката чија должина е 1 dm и дополни:



а)  $\frac{1}{10}$  dm =  cm

б)  $\frac{7}{10}$  dm =  cm

в)  $\frac{1}{100}$  dm =  mm

46 Колку грама е:

а)  $\frac{1}{2}$  kg?

б)  $\frac{1}{10}$  kg?

в)  $\frac{1}{5}$  kg?

г)  $\frac{1}{100}$  kg?

47 Препиши и стави знак > или = или <.

а)  $\frac{3}{10}$  m  40 cm;

б)  $\frac{4}{100}$  l  5 cl.

48 Пресметај:

а)  $\frac{2}{5} + \frac{1}{2}$ ;

б)  $\frac{3}{11} + \frac{5}{11}$ ;

в)  $\frac{12}{19} + \frac{5}{19}$ ;

г)  $\frac{4}{7} - \frac{2}{7}$ ;

д)  $\frac{15}{37} - \frac{21}{37}$

е)  $\frac{12}{100} - \frac{23}{100}$ .

49 Во продавницата имало 426 kg шеќер. Првиот ден продале половина, а вториот ден третина од шеќерот. Колку килограми шеќер продале првиот, а колку вториот ден?

★ Колку килограми шеќер останале непродадени?


**Г** И геометријата е математика

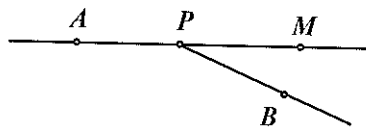
50) Воочи го цртежот

а) Именувај ги сите отсечки,  
прави и полуправи.

б) Кои точки припаѓаат на правата  $AM$ ?

в) Дали точката  $A$  припаѓа на полуправата  $PM$ ?

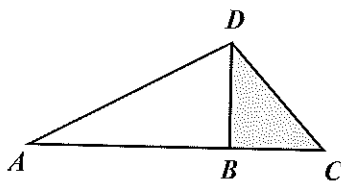
 Полуправи се:  $AP$  или  $AM$ ;  $PA$ ;  $PB$ ;  $PM$ ;  $MA$  или  $MP$ .



51) а) Колку отсечки има на цртежот?

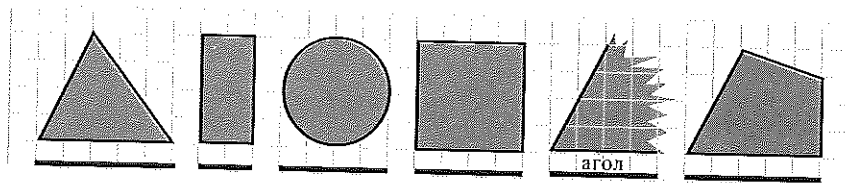
б) Измери ги нивните должини во милиметри, а потоа подреди ги, почнувајќи од најмалата.

в) Именувај ги сите триаголници што ги гледаш на цртежот.



52) Нацртај една отсечка  $AB$  со должина 3 cm 4 mm.

53) Прецртај, а потоа дополни.



54) Нацртај по еден остар, тап и прав агол, а потоа означи ги.

55) Какви видови триаголници има:

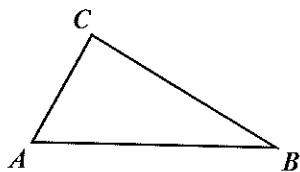
а) според страните?

б) според аглите?

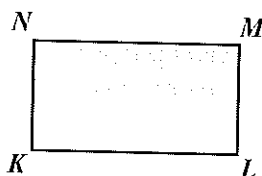
56) Нацртај кружница со радиус 3 cm.

57) Измери ги страните, а потоа пресметај ја обиколката на секоја од фигурите (во милиметри).

а)

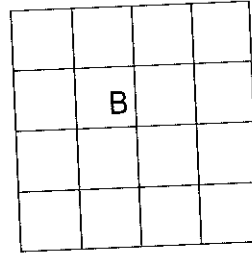
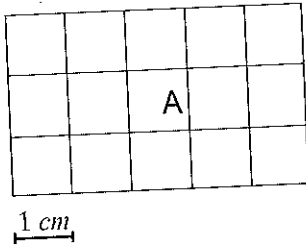


б)



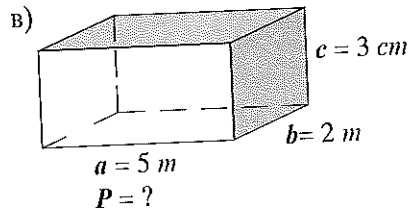
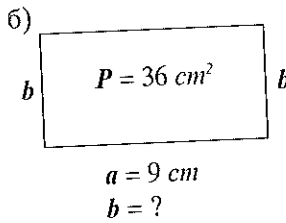
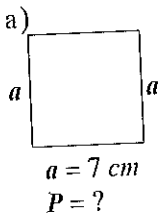
## 1. Повторуваме и прошируваме

- 58) Одреди ги обиколката и плоштината на фигурите *A* и *B*.



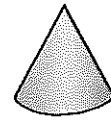
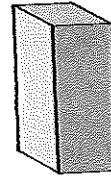
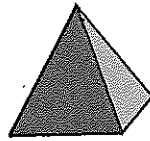
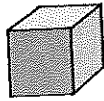
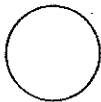
- 59) Колкава е плоштината на правоаголникот, чии димензии се  $5\text{ cm}$  и  $8\text{ cm}$ ?

- 60) Пресметај што се бара.



в)  $P = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c = 2 \cdot 5 \cdot 2 + \square$

- 61) Прецртај, а потоа дополни.



квaдap

- 62) Плоштината на Охридското Езеро е  $349\text{ km}^2$ , на Преспанското Езеро  $294\text{ km}^2$ , а на Дојранското Езеро е  $43\text{ km}^2$ . За колку квадратни километри плоштината на Охридското Езеро е поголема од збирот на плоштините на Преспанското Езеро и на Дојранското Езеро?



E

И податоците се математика

- 63 Должините на границата на Република Македонија со соседните земји се дадени, во километри, во следната табела.

Граница	Сувоземна	Речна	Езерска	Вкупно
Албанија	151	12	—	191
Бугарија	—	—	—	165
Грција	238	4	20	—
Србија	—	—	—	—
Вкупно	786	—	—	—

- а) Препиши ја табелата, а потоа пополни ги празните полиња.  
 б) Со која соседна земја немаме езерска граница?  
 в) Со која соседна земја имаме најдолга речна граница?  
 г) Со која соседна земја имаме најкратка граница?  
 д) Колку пати речната граница со Албанија е помала од вкупната езерска граница?  
 е) Кој дел од речната граница е со Грција?  
 ж) За колку километри сувоземната граница со Бугарија е пократка од целокупната граница со Грција?  
 з) Наведи уште споредби од понудените податоци.

- 64 А сега податоци и за нашите прекрасни езера.

Езеро	Плоштина во $km^2$	Надморска височина во $m$	Најголема длабочина во $m$
Охридско Езеро	349	693	286
Преспанско Езеро	294	853	54
Дојранско Езеро	43	148	10

- а) Кое езеро е на најголема надморска височина?  
 б) Кое езеро е најдлабоко? А најплитко?  
 в) За колку квадратни километри Охридското Езеро е поголемо од Преспанското Езеро?  
 г) Дали најниската (најдлабоката) точка на Преспанското Езеро е на поголема надморска височина од површината на Охридското Езеро. За колку метри?

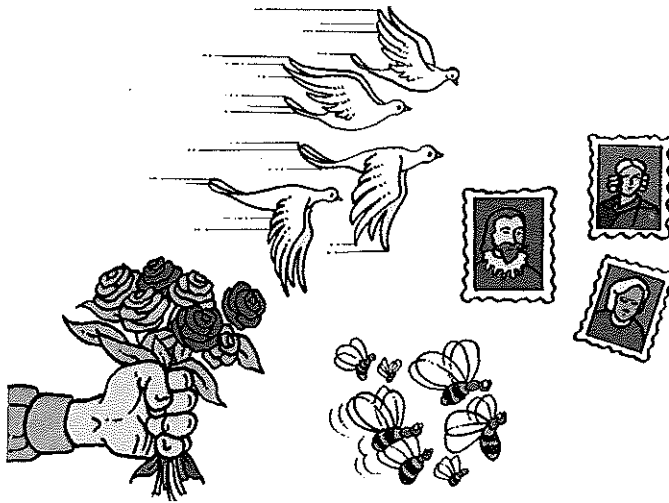
## 2. МНОЖЕСТВА

Со изучување на содржините од оваа тема ќе ги прошириш своите знаења за множествата и операциите со нив и ќе можеш:

- да наведуваш примери на множества, да ги запишуваш и да објаснуваш кога едно множество е определено;
- да ги користиш симболите  $\in$  и  $\notin$  за припадност на еден елемент на дадено множество;
- да одредуваш подмножество од дадено множество;
- да наведуваш примери на конечни и бесконечни множества, вклучувајќи го и празното множество;
- да разликуваш еднакви од истобројни множества;
- да одредуваш пресек, унија и разлика на множества;
- да наоѓаш Декартов производ на две множества.

- 2.1. Примери на множества. Запишување множества
- 2.2. Графичко претставување на множества  
Подмножество. Празно множество
- 2.3. Истобројни множества. Еднакви множества. Конечни и бесконечни множества
- 2.4. Пресек на множества
- 2.5. Унија на множества
- 2.6. Разлика на множества
- 2.7. Подредена двојка. Декартов производ

## 2.1. Примери на множества. Запишување множества.



**A** Веројатно ти е познато значењето на секој од зборовите:

**група, тим, колектив; стадо, јато, рој; колекција, гарнитура.**

Секој од овие зборови, велме уште и термини, значи некое обединување на луѓе, животни, предмети.

Во математиката наместо овие зборови ќе го користиме терминот **множество**.

Значи, множеството го сфаќаме како целина на различни објекти. Објектите од кои е формирано множеството ги викаме елементи на множеството.

**1** Примери на множества во едно училиште се:

- а) Множество ученици.      б) Множество наставници.  
в) Множество книги.      г) Множество клупи.

✦ Наведи барем уште три множества.

**2** Запиши седум елементи на множеството градови во Република Македонија.

**3** Самогласките од македонската азбука образуваат множества.

- а) Запиши ги сите елементи на ова множество?  
б) Колку елементи има ова множество?  
в) Дали буквата а е елемент на ова множество?  
г) Дали зборчето ау е елемент на ова множество?

**Б** Во III одделение научи множествата да ги запишуваш со загради  $\{ \}$  и да ги означуваш со големи латински букви.



- 4 Множеството чии елементи се броевите 1, 2 и 3 го запишуваме вака:  $\{1, 2, 3\}$ . Слично, записот  $\{a, b, c, d\}$  е математичка ознака за множеството чии елементи се:  $a, b, c, d$ . Ваквиот начин на запишување на множествата го викаме **табеларен начин**.  
Внимавај! Меѓу секои два елемента запишуваи зашпика.

- 5 Запиши го на табеларен начин множеството  $M$ , чии елементи се:
- а) броевите 2, 3, 5 и 7;
  - б) парните цифри;
  - в) природните броеви помали од 2;
  - г) буквите на зборот пет
  - д) месеците во годината што се запишуваат со 4 букви;
  - ѓ) двоцифрените броеви, чија цифра на единици е 7.

д ▶  $M = \{\text{март, јуни, јули}\}$ .

- 6 Множеството  $A$  на двоцифрените броеви го запишуваме вака:

$$A = \{10, 11, 12, \dots, 99\}.$$

Тука, заради кратко запишување, ставивме ... (три точки), кои ги заменуваат елементите што мисловно се опфатени, а не се запишани. Множеството  $N$  на природните броеви го запишуваме вака:

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}.$$

- 7 Запиши го множеството  $M$  чии елементи се:
- а) трицифрени броеви;
  - б) природните броеви помали од 70;
  - в) парните броеви поголеми од 20, а помали од 90.

- В Веќе научи припадноста на еден елемент на дадено множество да ја означуваи со симболите  $\in$  или  $\notin$ .  
Потсети се: наместо да пишуваме „ $x$  е елемент на множеството  $M$ “ или „ $x$  му припаѓа на множеството  $M$ “, кратко пишуваме

$$x \in M.$$

Слично, записот  $x \notin M$  го читаме „ $x$  не е елемент на множеството  $M$ “ или „ $x$  не му припаѓа на множеството  $M$ “.

- 8 За множеството  $A = \{1, 2, a\}$  можеме да запишеме:

$$1 \in A, 2 \in A, a \in A, \text{ но и } 3 \notin A, 7 \notin A, x \notin A.$$

⊕ Прочитај го секој од овие записи.

- 9 Со помош на знакот  $\in$  запиши дека броевите

$$1, 17, 835, 2001, 1000001,$$

се природни броеви.

МНОГУ Е ЛЕСНО  
 $1 \in N$



- 10 Воочи го множеството  $M = \{1, 3, 4, 6\}$ .  
Кое од следните тврдења е точно:

а)  $1 \in M$ ;      б)  $2 \in M$ ;      в)  $3 \notin M$ ;      г)  $5 \notin M$ .

- 11 Запиши кој од броевите 1, 2, 3, 4, 5, 6 припаѓа, а кој не припаѓа на множеството  $C = \{1, 23, 4, 56\}$

- Г Едно множество е **наполно определено** ако ги знаеме сите елементи кои му припаѓаат.

Во некои случаи не сме во можност да ги запишеме сите елементи на едно множество, иако ги знаеме кои се тие. Во вакви случаи множествата ги запишуваме на **описен начин**, со истакнување на заедничкото својство на сите негови елементи.

На пример, множеството

$$M = \{1, 2, 3, \dots, 99\}$$

на описен начин го запишуваме вака:

$$M = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ и } x < 100\}$$

а читаме: „ $M$  е множество од сите елементи  $x$ , кои имаат својство да се природни броеви помали од 100“.

- 12 Запиши го на описен начин множеството:

а) чии елементи се буквите на зборот **МОЛИВ**;  
б)  $A = \{\text{пролет, лето, есен, зима}\}$ ;      в)  $B = \{15, 25, 35, \dots, 95\}$ ;  
г)  $R = \{I, V, X, L, C, D, M\}$ ;      д)  $C = \{\text{крал, кралица, топ, ловец, коњ, пион}\}$ .

Г  $R = \{x \mid x \text{ е римска цифра}\}$ .

- 13 Запиши пет елементи на множеството

а)  $A = \{x \mid x \text{ е предмет што се изучува во V одделение}\}$ ;  
б)  $B = \{y \mid y \text{ е овошка}\}$ ;      в)  $C = \{z \mid z \in \mathbb{N} \text{ и } z \leq 5\}$ ;  
г)  $D = \{a \mid a \text{ е ден во неделата}\}$ .

- 14 Запиши го табеларно и на описен начин множеството  $M$ , чии елементи се броевите: 1, 3, 5, 7, 9.

- 15 Воочи ги следните две множества.

а)  $M = \{1, 3\}$  и  $L = \{1, 2, 3, 4\}$ ;  
б)  $A = \{M, E, C, O\}$  и  $B = \{C, O, M\}$ .

Што забележуваш?

Котче на истражувачот

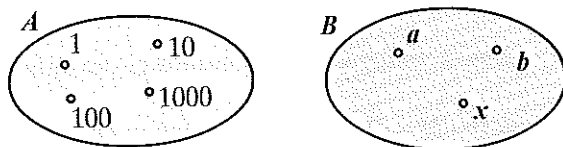


Ти си моја ќерка, а јас не  
сум твоја мајка!  
Кој може ова да го каже?

## 2.2. Графичко претставување на множества. Подмножество. Празно множество

**A** За поголема нагледност и подобро расудување, во математиката користиме разни цртежи (скици, графици, дијаграми). И множествата ги претставуваме со цртежи. Секој елемент на множеството го претставуваме со една точка, а потоа сите елементи ги заградуваме со затворена линија. Ваквиот цртеж го нарекуваме **Венов дијаграм**.

**1** Воочи го графичкото претставување на множествата  $A$  и  $B$  со Венов дијаграм.



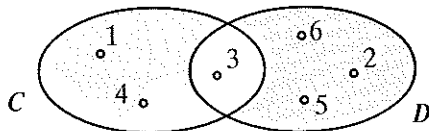
- ⊛ Кои се елементите на множеството  $A$ ?
- ⊛ Колку елементи има множеството  $B$ ?

**2** Претстави го со Венов дијаграм множеството:

а)  $A = \{2, 4, 6, 8\}$

б)  $B = \{3, a, \alpha, \Delta\}$

**3** Секое од множествата  $C$  и  $D$  е претставено со Венов дијаграм. Запиши ги овие множества табеларно.



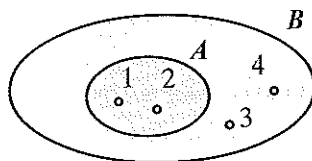
**4** Претстави ги со Венов дијаграм множествата

$$P = \{a, b, c, x, y\} \quad \text{и} \quad B = \{e, m, x, y, z\}$$

☞ **Внимавај на заедничките елементи!**

**5** Со Венов дијаграм се прикажани множествата  $A$  и  $B$ .

- ⊛ Запиши ги табеларно овие множества.



- Б Познати ти се некои односи меѓу броевите: е еднаков ( $=$ ); е помал ( $<$ ); е поголем ( $>$ ); не е еднаков ( $\neq$ ). И кај множествата ќе воведеме некои односи. Воочи ги множествата  $A = \{1, 2\}$  и  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ , од претходната задача. Што можеш да заклучиш? Дали твојот заклучок е дека множеството  $A$  е содржано во множеството  $B$ ? Види го цртежот!
- Поточно: **секој елемент на множеството  $A$  е елемент и на множеството  $B$ .** Во овој случај велиме дека множеството  $A$  е **подмножество** од множеството  $B$ , и пишуваме

$$A \subseteq B.$$

- 6 Прочитај ги следните записи:

а)  $A \subseteq M$ ,    б)  $C \not\subseteq X$ ;    в)  $x \notin N$ ;    г)  $P \not\subseteq D$ .

6► Множеството  $C$  не е подмножество од множеството  $X$ .

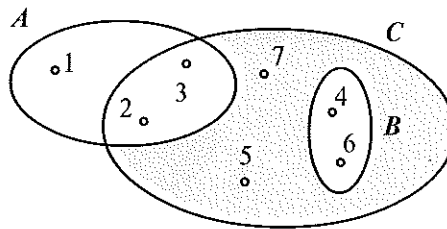
- 7 Дадено е множество  $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Запиши две негови подмножества кои имаат:

а) еден елемент;                      б) два елемента;  
в) три елемента;                      г) четири елемента.

г►  $\{1, 2, 3, 4\}$  или  $\{1, 2, 3, 5\}$  или  $\{1, 2, 4, 5\}$  или...

- 8 Множествата  $A$ ,  $B$  и  $C$  се зададени со Венови дијаграми. Кое од следните тврдења е точно:

а)  $A \subseteq C$ ;  
б)  $B \subseteq C$ ;  
в)  $\{4\} \not\subseteq A$ ;  
г)  $\{3, 4\} \subseteq C$ ;  
д)  $\{2, 4, 6\} \subseteq B$ ?



- 9 За множеството  $M = \{2, 3, 5\}$  одреди две множества  $A$  и  $B$ , за да важи:  $A \subseteq M$  и  $M \subseteq B$ .

- 10 Кое од следните тврдења е точно:

а)  $5 \in \{2, 5, 7\}$ ;    б)  $\{5\} \subseteq \{2, 5, 7\}$     в)  $\{2, 5\} \subseteq \{2, 5, 7\}$ ?

- 11 Образложи ја точноста на тврдењето  $\{1, 2\} \subseteq \{1, 2\}$ .

✱ Искажи го со зборови општиот заклучок:  $M \subseteq M$ .

- B** Веројатно забележа дека во математиката разгледуваме и множества што имаат само еден елемент. И уште повеќе – разгледуваме и множество што нема ниту еден елемент. За него велíme дека е **празно множество** и го запишуваме со знакот  $\emptyset$ . Значи, ако  $M$  е празно множество, пишуваме  $M = \emptyset$ .

**12** Објасни зошто секое од следните множества е празно множество:

- а)  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ и } x < 1\}$ .  
 б)  $B = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ и } 1 < x < 2\}$ .  
 в)  $C = \{x \mid x \text{ е жител на Охрид висок } 5 \text{ m}\}$ .  
 г)  $D = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ и } 2 + x = 1\}$ .

►  $B = \emptyset$  бидејќи нема природни броеви меѓу 1 и 2.

**13** Дали е празно множеството  $\{0\}$ ? А множеството  $\{\emptyset\}$ ?

⊛ Колкав е бројот на секое од овие множества?

**14** Се договараме дека празното множество е подмножество на кое било множество  $M$  и запишуваме

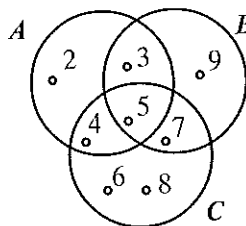
$$\emptyset \subseteq M$$

⊛ Запиши ги сите подмножества на множеството  $\{1, 2\}$ .

👉 Не го заборавај празното множество, но и самото множество. Значи, ги има вкупно четири.

**15** Множествата  $A, B, C$  се дадени со Венов дијаграм

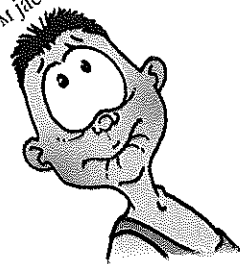
- а) Запиши ги множествата табеларно.  
 б) Запиши ги множествата на описен начин.



**16** Нека  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ . Запиши ги сите подмножества од множеството  $A$ , кои ги содржат елементите на множеството  $\{1, 2\}$ .

**катче на истражувачот**

Може да ме помножите со кој било број, јас останувам секогаш еднаков на самиот себе. Кој сум јас?



### 2.3. Истобројни множества. Еднакви множества конечни и бесконечни множества

**A** Со записот  $A \subseteq B$  искажавме еден однос меѓу множествата  $A$  и  $B$ . Сега ќе разгледаме уште некои односи меѓу две множества.

**1** Одреди го бројот на секое од множествата:

$$M = \{1, 2, 3, 4\}, \quad A = \{12, 3, 4\}, \quad B = \{2, 4, 6, 8\},$$

$$C = \{\text{лето}\}, \quad D = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ и } x < 4\}.$$

☛ Кои множества имаат ист број елементи?

Веројатно утврди дека :  $\delta M = \delta B = 4, \delta A = \delta D = 3$ .

Ако две множества имаат ист број елементи, тогаш велиме дека се **истобројни множества**.

**2** Напиши едно множество  $A$ , кое ќе биде истобројно со множеството;

а)  $\{1\}$ ; б)  $\{1, 2\}$ ; в)  $\{1, 2, 3\}$ ; г)  $\{1, 2, 3, 4\}$ .

**3** Дали множеството  $\{\Pi, O, Д\}$  е истобројно со множеството

$$A = \{x \mid x \text{ е природно езеро во Македонија}\}.$$

**B** Што мислиш, кои множества се еднакви?

**4** Воочи ги множествата  $A = \{1, 2, 3\}$  и  $B = \{2, 3, 1\}$ .

Забележувај дека тие имаат исти елементи. За вакви множества велиме дека се **еднакви множества** и пишуваме  $A = B$ .

*Да забележиме!* Бидејќи секој елемент на  $A$  е елемент и на множеството  $B$ , важи  $A \subseteq B$ . Точно е и обратното, т.е.  $B \subseteq A$ . Значи, за две множества ќе велиме дека се еднакви ако  $A \subseteq B$  и  $B \subseteq A$ .

И множествата  $\{1, 2\}$  и  $\{1, 2, 1\}$  се еднакви.

*Займајќи:* При табеларното запишување на множествата не е битен редоследот во наведувањето на елементите, а секој елемент се запишува само еднаш!

**5** Дали се еднакви множествата  $\{H, A, D, E\}$  и  $\{D, A, H, E\}$ ?

**6** Наведи два збора, чии множества букви се еднакви.

**7** Одреди го  $x$ , за да важи  $\{2, 3, 7\} = \{3, x, 7\}$ .

**8** Множествата  $\{1, 2, 3\}$  и  $\{1, 12, 3\}$  се истобројни. Дали се еднакви овие множества?

## 2. Множества

**B** Да видиме сега кои множества се конечни.

**9** Бројот на секое од множествата:

$$\{1\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \dots, \{1, 2, 3, \dots, n\}$$

е еднаков соодветно на:  $1, 2, 3, \dots, n$ , т.е. е некој природен број. За овие множества велме дека се конечни множества. И множествата што се истобројни со нив се исто така **конечни множества**.

Празното множество нема ниту еден елемент, па природно е да кажеме дека неговиот број е 0, т.е.  $\delta\emptyset = 0$ .

Празното множество го сметаме за конечно множество. За множествата, пак, кои не се конечни, велме дека се **бесконечни множества**.

**10** Ти знаеш дека множеството  $N$  на природните броеви е бесконечно множество, па затоа пишуваме

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

⊛ Дали е бесконечно множеството

а)  $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$ ;

б)  $B = \{15, 25, 35, 45, \dots\}$ .

**11** Запиши ги на табеларен начин множествата

а)  $A = \{x \mid x \in N \text{ и } x < 10\}$ ;

б)  $B = \{x \mid x \in N \text{ и } x > 10\}$ ;

в)  $C = \{y \mid y \text{ е двоцифрен број}\}$ ;

г)  $D = \{z \mid z \text{ е петоцифрен број}\}$ .

⊛ Кое од овие множества е конечно?

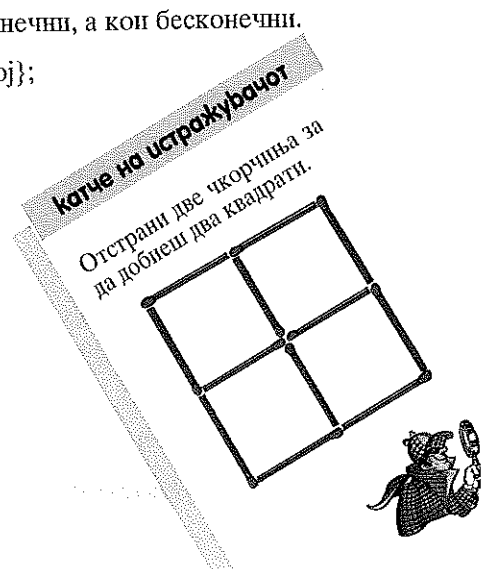
**12** Одреди кои од следните множества се конечни, а кои бесконечни.

а)  $A = \{x \mid x \text{ е непарен природен број}\}$ ;

б)  $B = \{y \mid y \in N \text{ и } y < 1000000\}$ ;

в)  $C = \{z \mid z \in N \text{ и } z > 1000000\}$ ;

г)  $D = \{p \mid p \text{ е жител на Кина}\}$ .



## 2.4. Пресек на множества

**A** Со операцијата пресек на две множества се сретна во III одделение. Сега ќе ги освежиш своите знаења и ќе ги прошириш со нови.

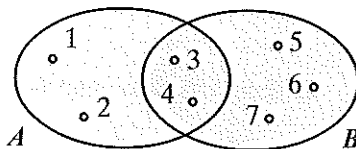
**1** Дадени се множествата  $M = \{1, 2, 3, 4\}$  и  $L = \{1, 3, 5\}$ .

✦ Кои елементи се заеднички на овие множества?

✦ Запиши го множеството  $P$  чии елементи припаѓаат и на множеството  $M$  и на множеството  $L$ .

**2** Множествата  $A$  и  $B$  се претставени со Венов дијаграм.

Лесно се воочува дека 3 и 4 се заеднички елементи на множествата  $A$  и  $B$ . Множеството  $\{3, 4\}$  што е формирано од заедничките елементи на множеството  $A$  и  $B$  го викаме пресек на множествата  $A$  и  $B$ .



Пресек на множествата  $A$  и  $B$  е множество образувано од сите елементи кои му припаѓаат и на множеството  $A$  и на множеството  $B$ .

Пишуваме:  $A \cap B$ ,

чийме:  $A$  пресек  $B$ .

Ова искажување математички го запишуваме вака:

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}.$$

**3** Одреди го пресекот на множествата:

а)  $A = \{1, 2, 3, 5, 6\}$  и  $B = \{2, 3, 4, 6, 7\}$

б)  $M = \{\Gamma, \text{И}, \text{О}, \text{Р}\}$  и  $L = \{\text{А}, \Gamma, \text{Н}, \text{О}, \text{Р}\}$

а)  $A \cap B = \{2, 3, 6\}$

**4** Дадени се множествата

$$A = \{1, 2, 7, 4\},$$

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ и } x < 5\} \text{ и}$$

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ и } 2 < x < 8\}$$

Најди:

а)  $A \cap B$ ; б)  $A \cap C$ ; в)  $B \cap C$ .





## 2. Множества

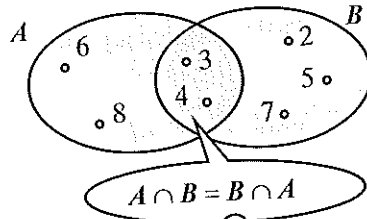
- 5 Претстави ги со Венов дијаграм множествата  $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$  и  $B = \{3, 6, 9, 12, 15\}$ , а потоа одреди го нивниот пресек.

Познати ти се некои својства што важат кај операциите собирање и множење на броеви. Сега ќе согледаш дека такви својства важат и кај операцијата пресек на множества.

- 6 Дадени се множествата  $A = \{3, 4, 6, 8\}$  и  $B = \{2, 3, 4, 5\}$ .

Одреди  $A \cap B$  и  $B \cap A$ .

- ☛ Што забележуваш?
- ☛ Искажи го заклучокот со зборови.



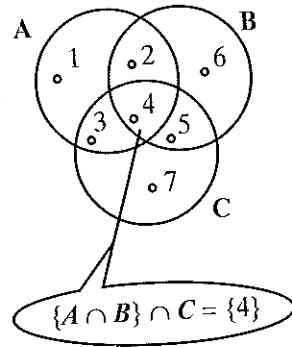
Равенството  $A \cap B = B \cap A$  важи за кои било множества  $A$  и  $B$ . Со ова равенство е искажано комутативното својство на операцијата пресек на множества.

- 7 Кај кои операции со броеви важи комутативното својство? Запиши ги тие две равенства.

- 8 Дадени се множествата  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ;  $B = \{2, 4, 5, 6\}$  и  $C = \{3, 4, 5, 7\}$ .
- а) Одреди  $A \cap B$ , а потоа  $\{A \cap B\} \cap C$ .
- б) Одреди  $B \cap C$ , а потоа  $A \cap \{B \cap C\}$ .

- ☛ Што забележуваш?
- ☛ Дали заклучи дека

$$(A \cap B) \cap C = \{4\} = A \cap (B \cap C).$$



Равенството  $(A \cap B) \cap C = \{4\} = A \cap (B \cap C)$  важи за кои било множества  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Со ова равенство е искажано асоцијативното својство на операцијата пресек на множества.

- 9 Кај кои операции со броеви важи асоцијативното својство? Запиши ги тие две равенства.

10 Дадени се множествата:

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ и } x \leq 8\},$$

$$B = \{4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12\} \text{ и}$$

$$C = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14\}.$$

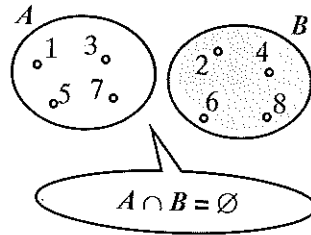
а) Одреди ги множествата  $P = A \cap B$  и  $Q = B \cap C$ .

б) Најди  $P \cap C$  и  $A \cap Q$ .

✦ Што забележуваш? Кој е заклучокот?

В Уште некои својства на операцијата пресек на множества.

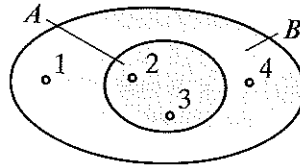
11 Дали множествата  $A = \{1, 3, 5, 7\}$  и  $B = \{2, 4, 6, 8\}$  имаат заеднички елементи? За вакви множества велите дека се **одвоени** (дисјунктни), бидејќи нивниот пресек е празно множество.



12 Нека  $A = \{1, 2\}$ . Најди  $A \cap A$ , а потоа и  $A \cap \emptyset$ .

✦ Што забележуваш?

✦ Кој е заклучокот?



13 Од Веновиот дијаграм воочуваш дека  $A \subseteq B$ . Колку е  $A \cap B$ ?

✦ Кој е заклучокот?

14 Нека  $A = \{1, 2, 3\}$  и  $B = \{3, 4\}$ . Дали постои некое множество  $X$ , такво што  $A \cap X = B$ ?

► Кои елементи мора да ги има множеството  $A$ ?

15 Нека  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  и  $B = \{3, 4\}$ . Дали постои некое множество  $Y$ , такво што  $A \cap Y = B$ ?

► На пример,  $Y = \{3, 4\}$ , т.е.  $Y = B$ .  
Или  $Y = \{3, 4, 5\}$ , или  
 $Y = \{3, 4, 5, 6\}$ , итн.

✦ Колку множества  $Y$  го исполнуваат условот?

**катче на истражувањето**

Носот на Пинокио е долг 3 см. Неговата должина двојно се зголемува секогаш кога Пинокио лаже. Колку е долг носот ако тој излажал 3 пати?

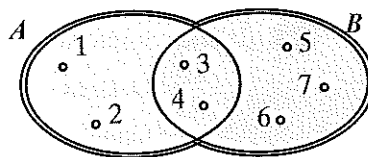


## 2.5. Унија на множества

**A** Сега ќе се потсетиш на операцијата унија на две множества, а ќе се здобнеш и со нови сознанија.

**1** Дадени се множествата  $M = \{1, 2, 3, 4\}$  и  $L = \{1, 3, 5\}$ .  
Запиши го множеството  $Q$  формирано од елементите што му припаѓаат на множеството  $M$  или на множеството  $L$ .

**2** Множествата  $A$  и  $B$  се претставени со Венов дијаграм. Со обединување на овие две множества добиваме ново множество  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ .  
Тоа е формирано од елементите што му припаѓаат на множеството  $A$  или на множеството  $B$  и го викаме **унија на множествата  $A$  и  $B$** .



Унија на множествата  $A$  и  $B$  е множество образувано од сите елементи што му припаѓаат на множеството  $A$  или на множеството  $B$ .

Пишуваме:  $A \cup B$       чиијаме:  $A$  унија  $B$ .

Ова искажување математички го запишуваме вака:

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}.$$

**3** Одреди ја унијата на множествата:

а)  $A = \{1, 3, 4, 5\}$  и  $B = \{2, 4, 6, 8\}$

в)  $M = \{C, И, М, О, Н\}$  и  $L = \{М, О, Н, К, А\}$

**4** Дадени се множествата

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ и } x < 5\},$$

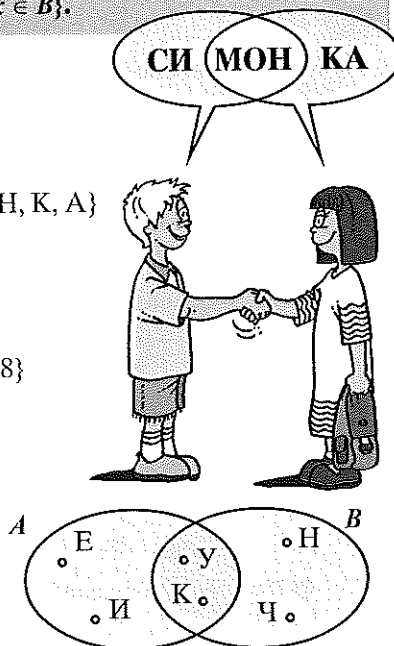
$$B = \{2, 4, 6\} \text{ и } C = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ и } 2 < x < 8\}$$

Најди:

а)  $A \cup B$ ,    б)  $A \cup C$ ,    в)  $B \cup C$ .

**5** Најди ја унијата на множествата  $A$  и  $B$ , зададени со Венов дијаграм.

✪ Обиди се да составиш збор од елементите на множеството  $A \cup B$ .



**Б** И кај операцијата унија на множества важат комутативното и асоцијативното својство.

**6** Дадени се множествата  $A = \{5, 10, 15, 20\}$  и  $B = \{10, 20, 30\}$ .  
Одреди  $A \cup B$  и  $B \cup A$ . Што забележуваш?

Со равенството  $A \cup B = B \cup A$  е искажано комутативното својство на операцијата унија на множества.

**7** Дадени се множествата  $A = \{1, 3, 5\}$ ,  $B = \{2, 3, 6\}$ ,  $C = \{1, 4, 7\}$ .

а) Одреди  $A \cup B$ , а потоа  $(A \cup B) \cup C$ .

б) Одреди  $B \cup C$ , а потоа  $A \cup (B \cup C)$ .

☛ Што заклучуваш?

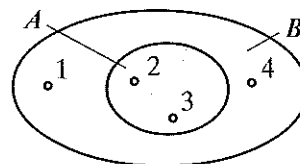
Со равенството  $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$  е искажано асоцијативното својство на операцијата унија на множества.

**8** Провери го асоцијативното својство за множествата  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  
 $B = \{2, 3, 4, 5\}$  и  $C = \{1, 2, 5, 6\}$ .

**9** Нека  $M = \{x, y, z\}$ . Најди  $M \cup M$  и  $M \cup \emptyset$ .

☛ Што забележуваш? Искажи го заклучокот!

**10** Од Веновиот дијаграм воочуваш дека  $A \subseteq B$ . Колку е  $A \cup B$ ?



☛ Кој е заклучокот?

**11** Дадени се множествата:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, \quad B = \{2, 4, 6, 8\}, \quad C = \{3, 5, 7, 9\}.$$

Запиши ги табеларно множествата:

а)  $A \cap B$ ;   б)  $A \cap C$ ;

в)  $B \cup C$ ;   г)  $A \cap (B \cup C)$

д)  $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

☛ Што забележуваш? Дали е точно равенството

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)?$$

катче на истражувањот



Легнувате во 8 часот на вечер и го регулирате часовникот да ве буди во 9 часот наутро. Колку минути ќе спите?

## 2.6. Разлика на множества

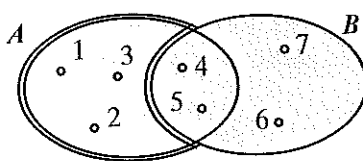
**A** И операцијата разлика на множества ја учеше во III одделение. Сега ќе ги прошириш своите знаења за неа.

**1** Дадени се множествата  $M = \{1, 2, a, b\}$  и  $L = \{a, b, x\}$ .  
Запиши го множеството  $R$  чии елементи припаѓаат на множеството  $M$ , но не припаѓаат на множеството  $L$ .

**2** Множествата  $A$  и  $B$  се претставени со Венов дијаграм.

Од нив образуваме ново множество, така што од множествата  $A$  ги оставаме елементите што му припаѓаат и на множеството  $B$ .

Добиеното множество  $\{1, 2, 3\}$  го викаме разлика на множествата  $A$  и  $B$ .



Множеството од елементите што му припаѓаат на множеството  $A$ , а не му припаѓаат на множеството  $B$ , го викаме разлика од множествата  $A$  и  $B$ .

Пишуваме:  $A \setminus B$ , чиијаме:  $A$  минус  $B$ .

Ова исказување математички го запишуваме вака:

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}.$$

**3** Дадени се множествата:

$$A = \{1, 2, 3, 5\}, \quad B = \{1, 2, 4, 6\} \quad \text{и} \quad C = \{1, 3, 4, 7\}.$$

Најди:

а)  $A \setminus B$ ;                      б)  $A \setminus C$ ;

в)  $B \setminus C$                       г)  $B \setminus A$ ;

д)  $C \setminus A$ ;                      е)  $C \setminus B$ .

⊕ Дали важи  $A \setminus B = B \setminus A$ ? Тоа значи дека...

☞      е)  $C \setminus B = \{1, 3, 4, 7\} \setminus \{1, 2, 4, 6\} = \{3, 7\}$

**4** За множествата  $A, B$  и  $C$  од претходната задача одреди  $(A \setminus B) \setminus C$  и  $A \setminus (B \setminus C)$ .

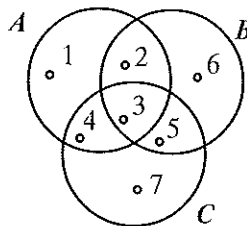
⊕ Што забележуваш? Заклучокот е...?

**5** Нека  $A = \{1, 2\}$ . Колку е  $A \setminus A$ ?

- 6 Множествата  $A$ ,  $B$  и  $C$  се зададени со Венов дијаграм. Запиши ги табеларно множествата:

а)  $A \cap B$    б)  $B \cup C$    в)  $A \setminus C$   
 г)  $(A \cap B) \setminus C$    д)  $(B \cup C) \setminus A$ .

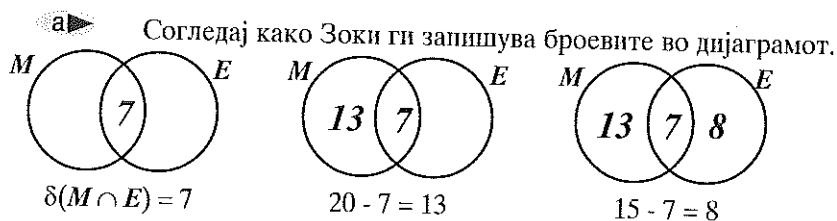
- ✦ Состави и ти вакви задачи.



- Б Проблеми што се решаваат со Венови дијаграми.

- 7 Во V-а одделение секој ученик е член на математичката или на еколошката секција. Од нив 20 ученици биле членови на математичката секција ( $M$ ), 15 ученици на еколошката секција ( $E$ ), а 7 ученика биле членови и на двете секции. Колку ученици:

- а) имало во V-а одделение?  
 б) биле членови само на математичката секција?



- \*8 Од 34 ученици што решавале 2 задачи од математика, 9 ученици ги решиле двете задачи, 13 ученици ја решиле само првата задача, а 2 ученика не решиле ниедна задача. Колку ученици ја решиле:

- а) првата задача?  
 б) втората задача?

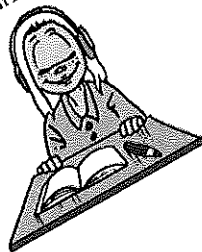
- \*9 Во едно биро за преведување се вработени 24 лица. Од нив 13 зборуваат англиски, 12 – руски, 11 – француски, 6 – англиски и француски, 5 – англиски и руски, 4 – француски и руски, и 3 англиски, француски и руски.

Колкумина од нив зборуваат само:

- а) англиски?  
 б) руски?  
 в) француски?

**Котче на истражувањето**

Набљудувај ја следната низа за броеви:  
 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34.  
 Кои се следните два броја?!



## 2.7. Подредена двојка. Декартов производ.

**A** Сега ќе научиш да разликуваш двоелементно множество од подредена двојка (или подреден пар).

1 Напиши ги сите двоелементни подмножества од множеството  $M = \{x, y, z\}$ . Колку множества напиша?


2 Веќе научи дека множествата  $\{1, 2\}$  и  $\{2, 1\}$  се еднакви, т.е.  $\{1, 2\} = \{2, 1\}$ , бидејќи редот на запишување на елементите од едно множество не е битен. Но, во математиката, како и во практичниот живот, често пати се јавува потреба од подредување на елементите на едно множество (прв, втор, трет, ...). Ако за елементите  $a$  и  $b$  однапред утврдиме кој од нив е прв, а кој втор, тогаш така добиениот пар од елементи го викаме **подредена двојка** (или **подреден пар**), и запишуваме

$$(a, b).$$

Притоа, за  $a$  велíme дека е **прва компонента**, а  $b$  **втора компонента**.

3 а) Кој број е прва компонента во подредената двојка  $(3, 5)$ ?  
б) Запиши подредена двојка чија прва компонента е  $A$ , а втора  $1$ .


4 Запиши ги сите подредени двојки од елементите на множеството  $M = \{1, 2, 3\}$ . Колку ги има на број?

 Вимавај на оние со еднаква прва и втора компонента!

5 Запиши ги сите подредени двојки од елементите на множеството  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ и } x < 8\}$ :

- а) чија прва компонента е најмалиот елемент во  $A$ ;  
б) чија втора компонента е најголемиот елемент во  $A$ .

Дали запиша две еднакви подредени двојки?

6   $(1, 7), (2, 7), (3, 7), (4, 7), (5, 7), (6, 7), (7, 7)$ .

6 Местата за седење во кино можат да се означат со подредена двојка броеви, од кои првиот го означува редот, а вториот седништето.

★ Според тебе, дали подредените двојки  $(1, 2)$  и  $(2, 1)$  се еднакви?

КИНО ВАРДАР	
РЕД	2
МЕСТО	1
ПОЧЕТОК	20:00

За две подредени двојки  $(a, b)$  и  $(c, d)$  веліме дека се еднакви и пишуваме  
 $(a, b) = (c, d)$  ако  $a = c$  и  $b = d$ .

- 7 Дали е точно равенството  $(5, 2) = (2, 5)$ ? А равенството  $\{5, 2\} = \{2, 5\}$ ?
- 8 Одреди ги  $x$  и  $y$  за да важи равенството:  
 а)  $(2, x) = (2, 7)$  б)  $(4, y) = (x, 9)$  в)  $(2 + x, 3) = (4, y - 3)$ .

**Б** Сега ќе научиш за операцијата Декартов производ на две множества.

- 9 Дадени се множествата  $A = \{a, b\}$  и  $B = \{1, 2, 3\}$ . Запиши го множеството од сите подредени двојки, чија прва компонента е некој елемент од множеството  $A$ , а втора некој елемент од множеството  $B$ .

Нека  $A$  и  $B$  се некои множества, тогаш множеството од сите подредени двојки  $(a, b)$ , чија прва компонента  $a$  е елемент од множеството  $A$ , а втората компонента  $b$  е елемент од множеството  $B$ , го викаме Декартов производ на множествата  $A$  и  $B$ .

*Пишуваме:  $A \times B$ , чиијаме:  $A$  по  $B$ .*

Симболички, ова го запишуваме вака:  $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ и } b \in B\}$

- 10 Дадени се множествата  $A = \{1, 3, 5\}$  и  $B = \{2, 4\}$ . Одреди:  
 а)  $A \times B$  б)  $B \times A$ .

⊕ Дали овие множества се еднакви? Тоа значи дека...

- 11 Запиши ги табеларно множествата чиј Декартов производ е:  
 а)  $A \times B = \{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b)\}$   
 б)  $M \times L = \{(2, 7), (2, 8), (3, 7), (3, 8), (5, 7), (5, 8)\}$ .

6► Бидејќи  $M$  ги содржи првите компоненти, имаме  $M = \{2, 3, 5\}$

- 12 Дадено е множеството  $A = \{x, y\}$ . Најди  $A \times A$ .

Множеството  $A \times A$  го викаме Декартов квадрат.

*Пишуваме:  $A^2$ , чиијаме:  $A$  на квадрат.*

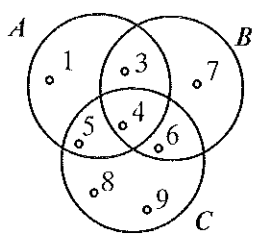
- 13 Запиши го Декартовиот производ на множеството:  
 а)  $A = \{1, 2, 3\}$ ; б)  $M = \{x \mid x \in N \text{ и } 5 < x \leq 7\}$
- 14 Запиши го множеството  $M$ , ако  $M^2 = \{(1, 1)\}$ .



## НЕ ЗАБОРАВИ ДЕКА...!

- \* Множеството го сфаќае како целина на различни објекти, кои ги викаме елементи на множеството.
- \* Знакот  $\in$  го користиме кога елементот припаѓа на множеството, а знакот  $\notin$  – кога не припаѓа.
- \* Множеството е наполно определено ако ги знаеме сите негови елементи.
- \* Множествата ги запишуваме табеларно или на описен начин, а графички ги претставуваме со Венов дијаграм.
- \* Ако секој елемент на множеството  $A$  е елемент и на множеството  $B$ , тогаш велиме дека множеството  $A$  е подмножество од множеството  $B$  и пишуваме  $A \subseteq B$ .
- \* Множеството кое нема ниту еден елемент го викаме празно множество, и го означуваме со симболот  $\emptyset$ .
- \* Секое множество е подмножество од самото себе, т.е.  $M \subseteq M$ .
- \* Празното множество е подмножество на кое било множество, т.е.  $\emptyset \subseteq M$ .
- \* Истобројните множества имаат ист (еднаков) број елементи, а еднаквите множества имаат исти елементи.
- \* Конечно множество е она чиј број е некој природен број. Ако множеството не е конечно, велиме дека е бесконечно множество.
- \* Бидејќи  $\delta\emptyset = 0$ , празното множество го сметаме за конечно множество.
- \* Пресек на множествата  $A$  и  $B$  е множество образувано од сите заеднички елементи на множествата  $A$  и  $B$ , т.е.  $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}$ .
- \* Унија на множествата  $A$  и  $B$  е множество образувано од елементите на множеството  $A$  или на множеството  $B$ , т.е.  $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}$ .
- \* Разлика на множествата  $A$  и  $B$  е множество образувано од елементите на множеството  $A$  кои не припаѓаат и на множеството  $B$ .  
т.е.  $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}$ .
- \* Операцијата разлика на множества ниту е комутативна ниту асоцијативна.
- \* За операциите пресек и унија на множества важат следниве својства:
  1. комутативност  $A \cap B = B \cap A$  и  $A \cup B = B \cup A$
  2. асоцијативност  $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$  и  $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
  3.  $A \cap A = A$  и  $A \cup A = A$       4.  $A \cap \emptyset = \emptyset$  и  $A \cup \emptyset = A$
  5. Ако  $A \subseteq B$ , тогаш  $A \cup B = B$  и  $A \cap B = A$
- \* Нека  $a$  и  $b$  се некои објекти. Со  $(a, b)$  означуваме подредена двојка, чија прва компонента е  $a$ , а втора  $b$ . Ако  $a = x$  и  $b = y$  тогаш  $(a, b) = (x, y)$ .
- \* Декартов производ на множествата  $A$  и  $B$  е множество од подредени двојки  $(a, b)$ , чија прва компонента е елемент од  $A$ , а втората е елемент од  $B$ , т.е.  $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ и } b \in B\}$ .
- \* Множеството  $A \times A$  го викаме Декартов квадрат.

## ТЕСТ II

- 1 Запиши го табеларно и на описен начин множеството чии елементи се:  
 а) деновите во една недела; (4)  
 б) природните броеви од петтата десетка. (4)
- 2 Множеството  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  запиши го на описен начин, а потоа претстави го со Венов дијаграм. (8)
- 3 Множествата  $A, B, C$  се дадени со Венов дијаграм. Запиши ги овие множества табеларно. (9)
- 
- 4 Одреди го бројот на множествата:  
 а)  $A = \{1, 2, 3, \dots, 77\}$  (4)  
 б)  $B = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ и } 7 < x < 77\}$  (6)
- 5 Кои од следните множества се исгобројни:  
 $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ и } x < 5\}$ ,  $B = \{y \mid y \text{ е годишно време}\}$ ;  
 $C = \{z \mid z \text{ е месец во годината што се запишува со 4 букви}\}$ . (11)
- 6 Кои од следните множества се конечни:  
 $A = \{23, 24, 25, 26, \dots\}$ ;  $B = \{1, 2, 3, \dots, 99\}$ ;  
 $C = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ и } 8 < x < 9\}$ ;  $D = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ и } x < 45\}$ . (12)
- 7 За множествата  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  и  $B = \{3, 4, 5, 6\}$  најди:  
 а)  $A \cap B$ ; б)  $A \cup B$ ; в)  $A \setminus B$ ; г)  $B \setminus A$ . (12)
- 8 Дадени се множествата:  $A = \{2, 4, 5, 7\}$ ,  $B = \{1, 2, 4, 6\}$ ,  $C = \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$ .  
 Најди ги множествата:  
 а)  $A \cup (B \cap C)$ ; (5)  
 б)  $(A \cup B) \cap C$ ; (5)  
 в)  $(A \cup B) \setminus C$ . (5)
- 9 За множествата  $A = \{1, 2, 3\}$  и  $B = \{a, b\}$  одреди:  
 а)  $A \times B$ ; (5)  
 б)  $B \times A$ . (5)

Скала за оценување	Доволен	Добар	Многу добар	Одличен
	32 - 47	48 - 63	64 - 79	80 - 95

### 3. ПРИРОДНИ БРОЕВИ И ОПЕРАЦИИ СО НИВ

Првите чекори во изучувањето на математиката почнуваат со поимот **број, бројењето и бројните множества**. Познато ти е основното множество броеви – множеството природни броеви.

Со изучување на овие содржини ќе ги прошириш и ќе ги систематизираш своите знаења за природните броеви и за операциите со нив, и ќе можеш:

- да ги претставуваш природните броеви со точки на бројна полуправа;
- правилно да ги користиш термините, за операциите и за нивните компоненти (збир – собирок...)
- да пресметуваш збир, разлика, производ и количник, на додени броеви и да вршиш проверка;
- да согледаш кои операции се изводливи во множеството  $N_0$ ;
- да ги запишуваш комутативното, асоцијативното и дистрибутивното својство – со букви;
- да го одредуваш резултатот на една операција во зависност од промената на компонентите;
- да го усвоиш поимот степен и да одредуваш степен на даден број;
- да пресметуваш вредност на некои бројни изрази;
- да решаваш равенки и практични задачи;

- 3.1. Множество природни броеви
- 3.2. Собирање
- 3.3. Одземање
- 3.4. Основни својства на собирањето
- 3.5. Зборови и разлики
- 3.6. Множење
- 3.7. Степен
- 3.8. Основни својства на множењето
- 3.9. Делење
- 3.10. Дистрибутивно својство

## 3.1 Множество природни броеви

**A** За природните броеви досега научи многу. Сега ќе ги прошириш своите знаења, а ќе стекнеш и нови.

**1** Првите чекори во изучувањето на математиката почнуваат со **броење**. Со броење лесно ќе одговориш на следните прашања, како и на слични на нив:

- а) Колку членови има твоето семејство?
- б) Колку ученици има во твоето одделение?
- в) Колку наставници те подучуваат оваа година?

★ Запиши го одговорот на секое прашање. Што запиша?

**2** Еве уште некои броеви: Во 1995 година во Република Македонија имало 2 320 000 овци, биле произведени 720 000 *t* жито, а била посетена од 147 000 странски туристи.

★ Запиши ги овие броеви со зборови.

**3** Секој од досега спомнатите броеви е **природен број**. Нив ги добиваме со пребројување на елементите на некое конечно множество. Сите природни броеви образуваат **множество природни броеви**, кое го означуваме со буквата  $N$  и пишуваме

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}.$$

Бројот 0 не е природен број. Ако на множеството  $N$  го доделиме бројот 0 го добиваме множеството

$$N_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\} \quad (\text{читај: ен нула})$$

★ Кои броеви се елементите на множеството  $\{1, 3, 5, 7, \dots\}$

**4** Бројот 1 е најмал природен број. Не постои најголем природен број. Зошто? Значи природни броеви има бесконечно многу.

★ Дали оттука можеш да заклучиш дека множеството природни броеви е **бесконечно множество**?

★ Дали е бесконечно множество  $\{10, 20, 30, \dots\}$ ?

★ Запиши два примера на бесконечни множества.

## 3. Природни броеви и операции со нив

5 Секој природен број, колку и да е голем, можеме да го запишеме само со десетте цифри: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Секоја цифра, во зависност од местото (позицијата) што го има во даден број, го означува бројот на единиците, десетките, стотките итн. Затоа овој начин на запишување на броевите го викаме **позиционен начин на запишување на природните броеви**.

★ Каква е вредноста на цифрата 7 во секој од броевите

2 070, 41 307, 275 463, 2 093 712?

6 При запишување на броевите важна улога има бројот 10. Потсети се дека  $1 \text{ Д} = 10 \text{ Е}$ ,  $1 \text{ С} = 10 \text{ Д}$ ,  $1 \text{ И} = 10 \text{ С}$  итн. Овој начин на запишување на броевите го викаме **десетичен броен систем** или **декаден броен систем**. Постојат и други бројни системи.

★ Запиши го бројот кој содржи 7 илјади и 3 десетки.

7 Воочи ги броевите во таблицата со месни вредности.

• 1000			• 1000			• 1000					
класа билиони			класа милиони			класа илјади			класа единици		
С	Д	Е	С	Д	Е	С	Д	Е	С	Д	Е
		4	1	0	5	3	8	6	9	2	7
	5	3	2	9	1	0	4	7	5	6	8
2	7	1	8	5	4	6	2	9	0	3	1

а) Прочитај го секој број.

б) Која е вредноста на цифрата 9 во секој од овие броеви?

а► Вториот број го читаме вака

53 билиона, 291 милион, 47 илјади и 568

☞ Внимавај на запирките; класата единици не се изговара.

Б Сега ќе научиш како природните броеви да ги претставуваш со точки на една полуправа.

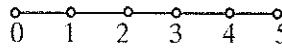
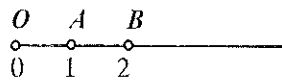
8 Цртаме полуправа со почетна точка  $O$ . На точката  $O$  ѝ го придружуваме бројот 0.



Избираме произволна точка  $A$  и на неа ѝ го придружуваме бројот 1.

На бројот 2 му ја придружуваме точката  $B$ , таква што отсечката  $AB$  е еднаква на отсечката  $OA$ .

Продолжувајќи на ист начин ги одредуваме точките на кои им ги придружуваме броевите 3, 4, 5, ...



**Велиме дека множеството природни броеви е претставено со точки на една полуправа. Ова полуправа ја викаме бројна полуправа.**

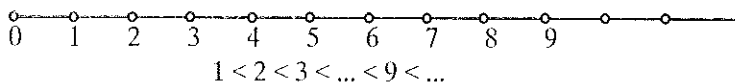
✪ Нацртај една полуправа, а потоа одреди ги точките што им се придружени на броевите: 3, 5, 7 и 11.

9 Нацртај полуправа. На броевите 0 и 1 придружи им точки, чие растојание е 5 *mm*. Одреди ги оние точки од бројната полуправа, на кои им се придружени парните броеви помали од 17.

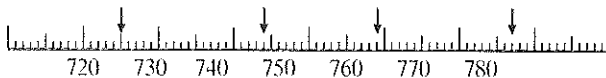
10 Претстави ги на бројна полуправа природните броеви означени со  $x$ , за кои важи  $5 < x < 11$ .

11 На бројната полуправа природните броеви се подредени. Сите броеви „десно“ од бројот означен со  $x$  се поголеми до него.

✪ Спореди ги со 23 броевите кои се „лево“ од него.



12 Прочитај ги броевите посочени со стрелката.



Аце	12.8
Гоце	7.4
Кире	17.1
Васна	18.4
Мурко	17.7
Божан	20.5
Сена	21.4
Аце	18.3
Васа	14.7
Маре	9.3

13 Зоки ги напишал родендените на своите другари. По кој ред ќе ги празнуваат?

14 Кој е највисок?

Кире е повисок од Насе.

Гоце е повисок од Аце.

Иле е понизок од Насе.

Иле е повисок од Гоце.

Подреди и прочитај ги првите букви.

**катче на истражувањето**



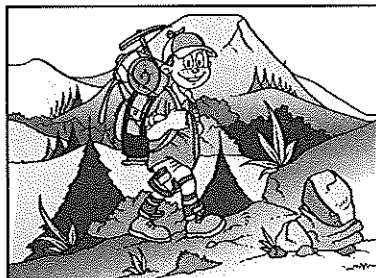
Како со две нули ќе запишеш број што не е нула?

## 3.2. Собирање

- A** Добро знаеш дека природните броеви можеме да ги собираме. За да те потсетиме на она што го учеше, но и да научиш нешто ново, ќе започнеме со едноставни примери.

- 1** Првиот ден Јане поминал  $14\text{ km}$ , а вториот  $11\text{ km}$ . Колкав пат изминал Јане за овие два дена?

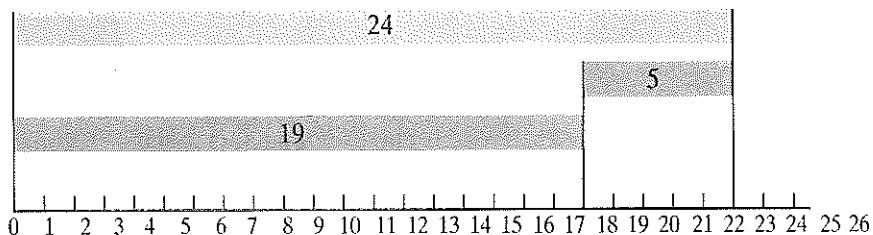
► Одговорот е:  $25\text{ km}$ , бидејќи  $14 + 11 = 25$ .



Значи, за да одговориш на прашањето, требаше да ги **собереш** броевите  $14$  и  $11$ . За броевите  $14$  и  $11$  велиме дека се **собиропци**, а бројот  $25$  е нивен **збир** (или **сума**). И за изразот  $14 + 11$  велиме дека е **збир** (на броевите  $14$  и  $11$ ).

- 2** Од записот  $19 + 5$  гледаме дека на бројот  $19$  му е додаден бројот  $5$ . На бројната полуправа тоа значи: од бројот  $19$  одиме  $5$  чекори на десно. Тоа е во согласност со равенството

$$19 + 5 = 19 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1.$$



- 3** Пресметај:

а)  $38 + 56$

б)  $429 + 1\,072$

в)  $20\,635 + 2\,476$

$64 + 777$

$1\,347 + 5\,863$

$47\,903 + 52\,718$

$92 + 198$

$4\,028 + 7\,094$

$16\,4547 + 256\,774$

**6** ► Можеш и вака:  $429 + 1\,072 = \dots 1$

- 4** Плоштината на копното е  $149\,629\,563\text{ km}^2$ , а на морпњата  $361\,045\,106\text{ km}^2$ . Колкава е плоштината на Земјата?

- 5 а) Пресметај го збирот на броевите 296 и 75.  
 б) Колкав е збирот, ако собираците се 23 и 88?  
 в) Зголеми го бројот 327 за 56.  
 г) На збирот на броевите 109 и 64, додај го бројот 37.
- 6 Најди го збирот на сите двоцифрени броеви што се запишуваат со исти цифри.
- 7 Шарпланинскиот врв Љуботен е висок 2 499 *m*, а Пелистер на планината Баба е повисок од него за 101 *m*. Колку метри е висок врвот Пелистер?
- 8 Од едно лозје набрале 2 450 *kg* грозје, а од друго 210 *kg* повеќе, отколку од првото. Колку килограми грозје набрале:  
 а) од второто лозје?  
 б) од двете лозја?
- 9 Бројникот за изминати километри при поаѓање покажувал 64527 *km*. Првиот ден возачот изминал 245 *km*, вториот ден 21 *km* повеќе, а третиот ден 217 *km*. Кој број го покажал бројникот на крајот од:  
 а) првиот ден?  
 б) вториот ден?  
 в) третиот ден?



Два автобуса поаѓаат истовремено еден кон друг, еден од Скопје, а друг од Охрид. За 1 час возење првиот поминува 70 *km*, а вториот 60 *km*. Колкава е оддалеченоста на тие автобуси еден час пред средбата?

- 11 Во празните полиња запиши ги цифрите 2, 4, 5, 9 за:

- а) збирот да биде најголем;  
 б) збирот да биде најмал;  
 в) збирот да биде 101.

$$\square\square + \square\square = ???$$

Колку можности???

- 12 Највисокиот врв во светот Монт Еверест е висок 8 848 *m*. Најдлабок е Тихиот Океан со 11 022 *m*. Колкава е висинската разлика меѓу овие две точки на Земјата?

**качичка на истражувачот**

Во 10 часот наветер врне дожд. Може ли да се очекува дека по 48 часа ќе грее сонце?



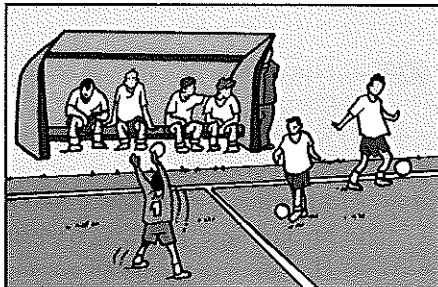


## 3.3. Огземање

**A** Со неколку едноставни примери ќе се потсетиш на она што го учеше за одземањето, а ќе научиш и нешто ново.

- 1** На клупата седат 18 спортисти. Од нив 6 истрчале на теренот. Колку спортисти останале на клупата?

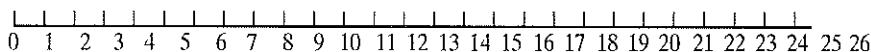
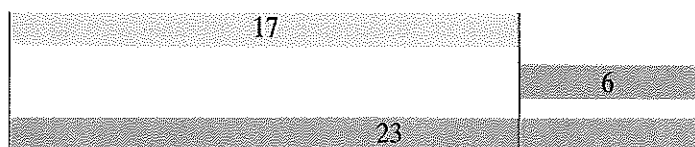
▶ Одговорот е: 12 спортисти, бидејќи  $18 - 6 = 12$



Значи, за да одговорим на прашањето, требаше од бројот 18 да го одземеш бројот 6. За бројот 18 велиме дека е **намаленик**, за бројот 6 дека е **намалител**, а бројот 12 е нивната **разлика** (или **диференција**).

И за изразот  $18 - 6$  велиме дека е **разлика** (на броевите 18 и 6).

- 2** Од записот  $23 - 6$  гледаме дека од бројот 23 е одземен бројот 6. На бројната полуправа тоа значи: Од бројот 23 одиме 6 чекори на лево.



★ Воочи како Зоки ја користи бројната полуправа, за да ја согледа врската меѓу одземањето и собирањето:

$$23 - 6 = 17 \quad \text{и} \quad 17 + 6 = 23.$$

- 3** Тргувајќи од равенството  $347 + 265 = 612$ , одговори веднаш:  
а) Колку е  $612 - 347$ ?      б) Колку е  $612 - 265$ ?

- 4** Пресметај, а потоа провери.

а)  $529 - 347$

$401 - 401$

$240 - 97$

б)  $2012 - 843$

$3152 - 1475$

$5460 - 92$

в)  $72\,340 - 9\,762$

$74\,365 - 22\,478$

$81\,342 - 295$

▶ Можеш и вака:

$$2012 - 843 = \dots 9$$

5 Во 1988 година е постигнат висински рекорд на балон со топол воздух, од 19 800 *m*. Највисокиот врв во светот Монт Еверест е висок 8 848 *m*. За колку метри балонот бил повисоко од највисокиот врв на светот?

6 а) Пресметај ја разликата на броевите 84 и 47.

б) Кој број треба да го одземеш од бројот 91 за да добнеш 19?

в) Колкава е разликата, ако намаленикот е 213, а намалителот 127?

г) Од кој број треба да одземеш 64 за да добнеш 46?

д) На кој број треба да додадеш 58 за да добнеш 85?

7 а) За колку бројот 95 е поголем од бројот 47?

б) За колку е помал бројот 76 од бројот 135?

в) Кој број е за 2345 помал од бројот 9 876?

г) За колку треба да го зголемиш бројот 52 за да добнеш 1001?

8 Одреди ја разликата меѓу најмалиот седмоцифрен број и најголемиот петцифрен број.

9 Два броја се разликуваат за 50. Кои се тие броеви, ако на бројната полуправа се еднакво оддалечени од:

а) бројот 30?

б) бројот 100?

в) бројот 50?

10 Запиши ги цифрите 2, 4, 5, 9 во празните полиња, за:

а) разликата да биде најголема;

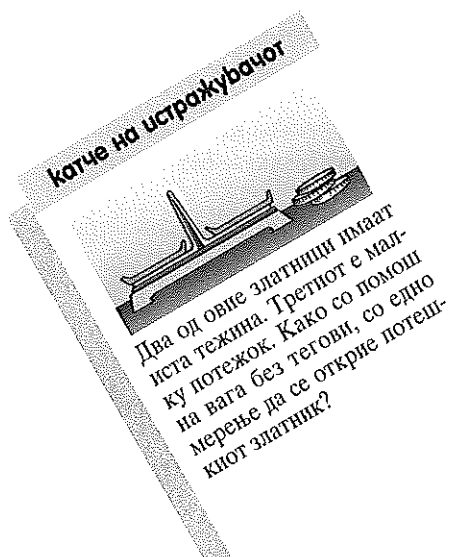
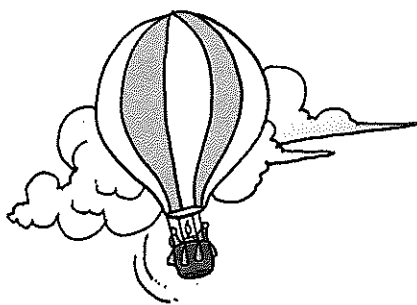
б) разликата да биде најмала;

в) разликата да биде 25.

$$\square\square - \square\square = ?$$

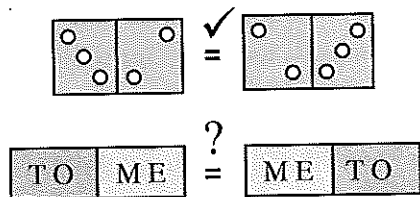
11 Од три ниви се добиени 22 *t* пченица. Од првата нива се добиени 6 247 *kg* пченица, од втората 1 256 *kg* повеќе отколку од првата. Колку килограми пченица се добиени од третата нива?

12 Наскок е база на Монт Еверест (8 848 *m*), на висина од 5 680 *m*, а следните два логора се на 6 250 *m* и 7 570 *m*. На кое растојание до врвот се базата и логорите?



## 3.4. Основни својства на собирањето

**A** Преку едноставни примери ќе се потсетиш на некои својства на собирањето, а ќе научиш и некои нови.



**1** Во V-б одделение има 17 девојчиња и 15 момчиња. Колку вкупно ученици има во ова одделение?

- а ► Ана пресметува вака:  $17 + 15 = 32$   
Иво пресметува вака:  $15 + 17 = 32$

★ Што заклучуваш ти? Дека...

**Збирот не се менува ако собираците си ги променат местата.**

Ова својство важи за кои било природни броеви  $a$  и  $b$ , а важи и кога еден од нив или и двата се еднакви на нула. Значи:

За секој два броја  $a$  и  $b$  од  $\mathbb{N}_0$  важи

$$a + b = b + a$$

Ова својство на собирањето во  $\mathbb{N}_0$  го викаме комутативност. Велиме дека собирањето во  $\mathbb{N}_0$  е комутативно.

**2** Колку треба да е  $x$  за да биде точно равенството

а)  $127 + x = 5 + 127?$

б)  $x + 3452 = 3452 + 0?$

**3** Ване патува од Скопје до Охрид, а Гане од Охрид до Скопје.

★ Кое е твоето толкување на комутативноста на собирањето?



- 4 Бројот на учениците во V-а одделение е 34, во V-б е 32, а во V-в 29. Колкав е бројот на сите ученици во V одделение?

► Бараниот број можеш да го одредиш, ако на збирот на првите два броја го додадеш третниот број. Запишуваш

$$(34 + 32) + 29.$$

Но, бараниот број можеш да го одредиш ако на првиот број му го додадеш збирот на другите два броја:

$$34 + (32 + 29).$$

Бидејќи вкупниот број ученици е еднаков, без разлика како го пресметуваш, заклучуваш дека

$$(34 + 32) + 29 = 34 + (32 + 29).$$

- 5 Провери ја точноста на равенствата:

а)  $(21 + 39) + 13 = 21 + (39 + 13)$ ; б)  $(46 + 52) + 0 = 46 + (52 + 0)$ .

✦ Кој е заклучокот?

За кои било три броја  $a, b, c$  од  $\mathbb{N}_0$  важи

$$(a + b) + c = a + (b + c).$$

Ова својства на собирањето во  $\mathbb{N}_0$  го викаме асоцијативност.

Велиме дека собирањето во  $\mathbb{N}_0$  е асоцијативно.

Затоа збирот  $(a + b) + c$  го запишуваме без загради  $a + b + c$ .

- 6 Запиши го асоцијативното својство за броевите  $x, y$  и  $z$ , а потоа провери го, ако

а)  $x = 17, y = 28, z = 45$ ; б)  $x = 213, y = 452, z = 327$

- 7 Користејќи ги комутативното и асоцијативното својство на собирањето, пресметај вешто:

а) $32 + 27 + 43$	б) $104 + 37 + 26 + 13$
$46 + 14 + 27$	$235 + 28 + 45 + 22$
$38 + 35 + 25$	$312 + 46 + 54 + 18$
$82 + 18 + 49$	$137 + 52 + 43 + 28$

6►  $137 + 52 + 43 + 28 = (137 + 43) + (52 + 28) = 180 + 80 = 260.$

- 8 а) Собери ги броевите: 38, 57, 26, 12, 44 и 33.  
 б) Колкав е збирот на броевите: 23, 80, 77, 52 и 18?  
 в) Пресметај го збирот на сите природни броеви меѓу 20 и 30.  
 г) Најди го збирот на броевите од 1 до 100.

✦ Кои парови ќе ги групираш?



## 3. Природни броеви и операции со нив

## 3.5. Збирови и разлики

**A** Веројатно и ова го знаеше, но не на ваков начин. Сега тоа посебно ќе го истакнеме.

**1** Веќе научи дека збир на кои било два природни броеви е природен број. Велме дека собирањето е изводливо во  $N$ .

Ако  $a$  и  $b$  припаѓаат на  $N$ , тогаш и  $a + b$  припаѓа на  $N$ .

✪ Запиши го ова тврдење со помош на симболот  $\in$ .

**2** Пресметај:

а)  $47 + 0$ ; б)  $0 + 92$ ; в)  $0 + 0$

✪ Дали збирот на два броја од  $N_0$  е број од  $N_0$ ?

✪ Тогаш, дали собирањето е изводливо во  $N_0$ ?

Ако  $a$  и  $b$  се кои било броеви од  $N_0$ , тогаш и нивниот збир  $a + b$  е број од  $N_0$ . Краток запис: Ако  $a, b \in N_0$ , тогаш  $a + b \in N_0$ .

**3** Колкав е збирот, ако едниот собирок е 0?

✪ Што заклучуваш? Дека...

За секој број  $a$  од  $N_0$  важи  $a + 0 = a$  и  $0 + a = a$ .

Ова е т.н. својство на нулата при собирањето, со кое таа се одликува од другите броеви во множеството  $N_0$ .

Запамти: Бројот 0 има специфична улога при собирањето!

**4** Воочи ги равенствата:

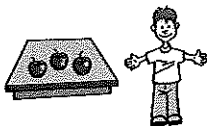
$1 + 1 = 2$ ;  $2 + 1 = 3, \dots$ ,  $5 + 3 = 8$ ,  $40 + 20 = 60, \dots$

✪ Дали е можно еден од собироците да биде поголем од збирот?

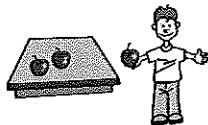
За секој  $a$  и  $b$  од  $N$  важи  $a + b > a$  и  $a + b > b$ .

**5** Воочи ги разликите:

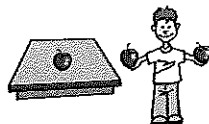
$$3 - 0$$



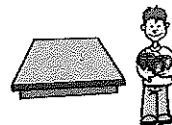
$$3 - 1$$



$$3 - 2$$



$$3 - 3$$



✦ До кога можеш да одземаш? Заклучокот е ...?

Разликата  $a - b$  на броевите  $a$  и  $b$  од множеството  $\mathbb{N}_0$  можеш да ја пресметаш само ако  $a > b$  или  $a = b$ .

6 Пресметај ги разликите:

а)  $5 - 0$ ,  $28 - 0$ ,  $415 - 0$ ; б)  $5 - 5$ ,  $28 - 28$ ,  $415 - 415$ .

✦ Ако броевите 5, 28, 415 ги означим со  $a$ , како ќе гласи заклучокот?

За секој  $a$  од  $\mathbb{N}_0$  важи:  $a - 0 = a$  и  $a - a = 0$

7 Како ќе се промени збирот на два броја, ако:

- а) еден собирок зголемиш за 10?  
б) еден собирок зголемиш за 15 а друг намалиш за 15?

☞ Потсети се на зависноста на збирот од собираците!

8 Во секој од двата вагона има по 50 патници. Како ќе се промени бројот на патниците ако:

- а) од првиот вагон слезат 9 патници?  
б) од вториот вагон слезат 5, а во првиот се качат 7 патници?

9 Препиши и дополни:

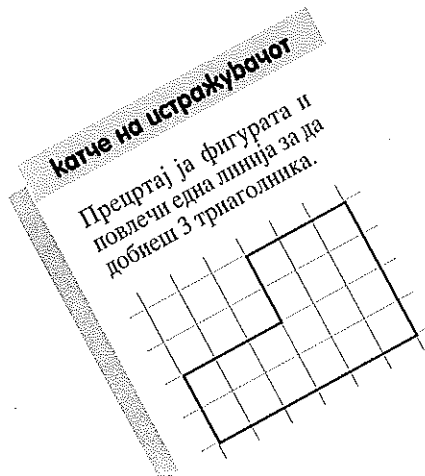
- а) Ако намаленикот се зголеми за 5, тогаш разликата .  
б) Ако намалителот се зголеми за 5, .  
в) Ако намаленикот се намали за 5, .  
г) Ако намалителот се намали за 5, .

10 Таткото има 40 години, а синот 10 години.

- а) Колку години таткото ќе биде постар од синот по 5 години?  
б) Колку години таткото бил постар од синот пред 5 години?

11 На почетокот на учебната година во едно основно училиште се запишале 847 ученици. Во текот на годината се отпишале 12 ученици, а се запишале други 7 ученици.

- а) Колкав е бројот на учениците на крајот од учебната година?  
б) Колку нови ученици требаше да се запишат, за бројот на учениците да остане непроменет?



## 3.6. Множење

**A** Преку едноставни примери ќе се потсетиш на множењето на природните броеви и неговата примена, а ќе научиш и нешто ново.

- 1** Едно лозје има 5 реда. Во секој ред има по 17 лози. Колку лози има лозјето?

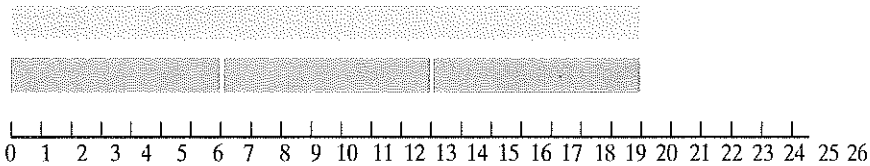
▶ Одговорот е: 85 лози, бидејќи  $5 \cdot 17 = 85$ .



Значи, за да одговориш на прашањето, требаше да ги помножиш броевите 5 и 17. За броевите 5 и 17 велме дека се **множителни**, а бројот 85 е нивен **производ**.

И за изразот  $5 \cdot 17$  велме дека е производ (на броевите 5 и 17).

- 2** Ако во збирот сите собираци се еднакви, тогаш тој збир го пресметуваме со множење. Пример:  $7 + 7 + 7 = 3 \cdot 7 = 21$



**Множењето е скратено собирање на еднакви собираци.**

★ Запиши го како производ збирот:  $25 + 25 + 25 + 25$ .

- 3** Пресметај:

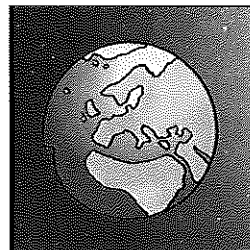
а)  $5 \cdot 20$   
 $30 \cdot 7$   
 $4 \cdot 80$

б)  $37 \cdot 6$   
 $5 \cdot 87$   
 $94 \cdot 9$

в)  $341 \cdot 20$   
 $576 \cdot 34$   
 $75 \cdot 918$

▶ Кога множиш почнуваш со единиците!

$$\begin{array}{r} 2 \\ 576 \cdot 34 \\ \hline 4 \end{array}$$



- 4** Земјата се врти околу Сонцето и за еден ден поминува пат од  $2405624 \text{ km}$ . Колкав пат изминува Земјата за една година (365 дена)?

- 5 а) Помножи ги броевите 23 и 41.  
 б) Пресметај го производот на броевите 35 и 748.  
 в) Колкав е производот, ако множителите се 202 и 5005?  
 г) Зголми го бројот 53 седум пати.
- 6 Звукот поминува 340 m во една секунда. Колку километри ќе помине звукот за 1 час?
- 7 Една нива е во форма на правоаголник со димензии 32 m и 18 m, а друга е во форма на квадрат со страна 24 m. Која нива има поголема плоштина?

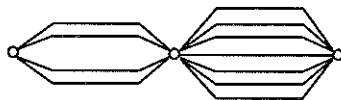


Користи ја формулата  $P = a \cdot b$ .

- 8 Чудни резултати со бројот 142857. Помножи го со 7. Што доби? Запиши ги следните резултати еден под друг:

а) $142857 \cdot 1$	б) $142857 \cdot 8$	в) $142857 \cdot 7$
$142857 \cdot 2$	$142857 \cdot 15$	$142857 \cdot 14$
.....	$142857 \cdot 22$	$142857 \cdot 21$
$142857 \cdot 6$	$142857 \cdot 29$	$142857 \cdot 28$

- 9 Од  $A$  до  $B$  има 4 патишта, а од  $B$  до  $C$  7. Колку различни патишта има од  $A$  до  $C$ ?



- 10 а) Колку би платил за една година, ако неделникот го купуваш од трафика?  
 б) Колкава е добивката за една година, ако се претплатиш на овој неделен весник?

Неделникот излегува секој петок

Цена 40 денари

Годишна претплата: 1.664,<sup>00</sup> денари

Полугодишна претплата: 832,<sup>00</sup> денари

Тримесечна претплата: 420,<sup>00</sup> денари

- 11 Во празните полиња запиши ги цифрите 2, 3, 4 и 5 за:

- а) производот да биде најголем;  
 б) производот да биде најмал;  
 в) производот да биде 1 470.

$$\square \square \cdot \square \square = ?$$

- 12 Срцето на младиот човек додека спие отчукува приближно 55 пати за една минута.

- а) Колку отчукувања има во 1 час?  
 б) Колку отчукувања има за 8 часа?

- 13 Пресметај ја плоштината на квадар, чии димензии се 8 cm, 5 cm и 4 cm.



Користи ја формулата  $P = 2 \cdot (ab + bc + ac)$ .

**Катче на истражувачот**

Во понеделник наутро пољавот почнал да се искачува по телефонскиот столб, висок 7 m. Денџе се качувал по 3 m, а ноќе се смнучувал по 2 m. Во кој ден и во кое време пољавот ќе стигне до врвот на столбот?



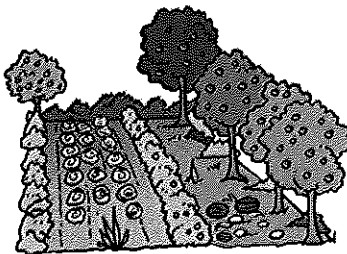


## 3.7. Степен

**A** Сега ќе научиш производот од повеќе еднакви множители да го запишуваш кратко – како степен.

**1** Граднината има форма на квадрат со страна 9 m. Колкава ѝ е плоштината?

▶ Одговорот е:  $81 \text{ m}^2$   
бидејќи  $9 \cdot 9 = 81$ .



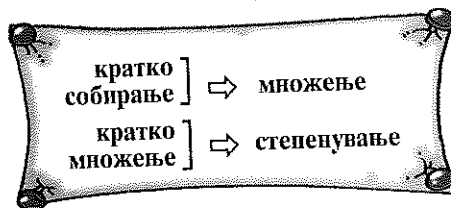
**2** Ако во производот сите множители се меѓу себе еднакви, тогаш тој производ го запишуваме кратко вака:

$$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^4 \text{ (читаме: 7 на 4).}$$

Оваа сметковна операција ја викаме **степенување**. Записот (изразот)  $7^4$  го викаме **степен**, бројот 7 е **основа на степенот**, а бројот 4 е **степенов показател** (или **експонент**).

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$$

основа      показател      вредност на степенот



**Запамти:** Основата е множителот, а показателот е бројот на множителите, (ни „покажува“ колку пати основата на степенот е земена како множител).

**3** Запиши го производот како степен, а потоа прочитај го.

а)  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

б)  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

в)  $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

$4 \cdot 4 \cdot 4$

$7 \cdot 7 \cdot 7$

$11 \cdot 11 \cdot 11$

$1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$

$0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0$

$123 \cdot 123$

**4** Запиши го степенот како производ од еднакви множители, а потоа пресметај ја неговата вредност.

а)  $2^5$   
 $1^3$

б)  $3^4$   
 $0^5$

в)  $2^8$   
 $5^3$

г)  $3^3$   
 $7^2$

д)  $10^4$   
 $11^2$

▶

$$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 9 \cdot 9 = 81$$

## 3. Природни броеви и операции со нив

- 5 Степените со показател 2 се квадрати на броевите, а со показател 3 се кубови на броевите.

Читаме:  $7^2$  – седум на квадрат,  $5^3$  – пет на куб, итн.

- 6 Пресметај ги квадратите на броевите од 1 до 20 и запамти ги! Ќе ги користиш подоцна.

- 6 Запиши ги броевите:

а) чии квадрати се: 25, 49, 64, 121, 144;

б) чии кубови се: 1, 8, 125, 64, 216.

- 7 Спореди и стави еден од знаците:  $>$ ,  $<$  или  $=$ :

а)  $2^3$    $3^2$   
 $4^3$    $8^2$

б)  $2^4$    $4^2$   
 $2^7$    $5^3$

в)  $6^2$    $3^3$   
 $1^5$    $1^9$

г)  $3^4$    $9^2$   
 $0^3$    $0^8$

- 8 Запиши ги како степен со основа 10 броевите:

а) илјада;

б) стоилјади

в) милион

г) билнон.



$100\ 000 = 10^5$ . Бројот на нулите е показател!

- 9 Природните броеви во табелата се подредени на посебен начин. Согледај кој?

а) Каде стојат квадратите на броевите?

б) Помогни си од табелата и пресметај:

$1 + 3$ ,  $1 + 3 + 5$ ,  $1 + 3 + 5 + 7$ , ...

									1					
								2	3	4				
								5	6	7	8	9		
								10	11	12	13	14	15	16
								17	18	19	.	.	.	.

- 10 Бактериите се размножуваат многу брзо. Кај некои видови бактерии бројот им се дуплира за 5 часа. Ако на почетокот се 10 бактерии, по 5 часа ќе бидат 20, по 10 часа ќе бидат 40 итн. Колку бактерии ќе има:

а) по 20 часа?

б) по 50 часа?

- 11 Запиши го како производ на природен број и степен со основа 10 бројот:

а) 200;

б) 3000;

в) 70000;

г) 900000

6▶  $3000 = 3 \cdot 1000 = 3 \cdot 10^3$ .

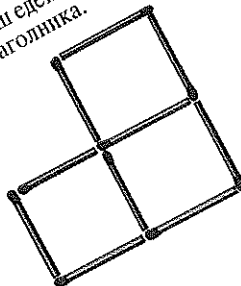
- 12 Запиши го табеларно множеството:

а)  $A = \{2^n \mid n \in \mathbb{N} \text{ и } n < 10\}$

б)  $B = \{3^n \mid n \in \mathbb{N} \text{ и } n < 6\}$

**Каче на истражувањот**

Размести две чкорчиња за да направиш еден квадрат и два правоаголника.

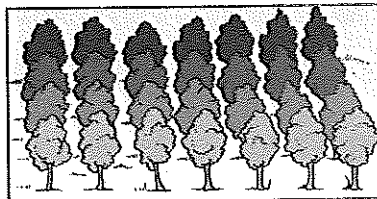


## 3.8. Основни својства на множењето

**A** Преку едноставни примери ќе се потсетиш на некои својства на множењето, а ќе научиш и нешто ново.

- 1** Колку дрвја има во една овошна градина, ако во неа има 4 реда, а во секој ред има по 7 дрвја?

▶ Ана пресметала вака:  $4 \cdot 7 = 28$   
Иван пресметал вака:  $7 \cdot 4 = 28$



☪ Што заклучуваш ти? Дека...

**Производот не се менува, ако множителите си ги променат местата.**

Ова својство важи за кои било природни броеви  $a$  и  $b$ , а важи и кога еден од нив или и двата се еднакви на нула. Значи:

За кои било два броја  $a$  и  $b$  од  $\mathbb{N}_0$  важи

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Ова својство на множењето во  $\mathbb{N}_0$  го викаме комутативност.

Велиме дека множењето во  $\mathbb{N}_0$  е комутативно.

- 2** Искористи го комутативното својство и пресметај:

а)  $7 \cdot 324$       б)  $11 \cdot 659$       в)  $101 \cdot 1998$ .

- 3** Во едно одделение има 3 реда клупи. Во секој ред има по 6 клупи, а во секоја клупа седат по 2 ученика. Колку ученици има во одделението?

▶ Ана пресметува: Има 3 реда по 6 клупи, значи има  $3 \cdot 6$  или 18 клупи. Во секоја клупа седат по 2 ученика, значи има  $18 \cdot 2$  или 36 ученици.

Иван пресметува: Во еден ред има 6 клупи со по 2 ученика, тоа се  $6 \cdot 2 = 12$  ученици. Има 3 реда клупи, а во секој ред има 12 ученици, значи има  $3 \cdot 12 = 36$  ученици.

Заедно заклучиле дека  $(3 \cdot 6) \cdot 2 = 3 \cdot (6 \cdot 2)$ .

- 4** Провери ја точноста на равенствата

а)  $(3 \cdot 2) \cdot 7 = 3 \cdot (2 \cdot 7)$       б)  $(5 \cdot 4) \cdot 0 = 5 \cdot (4 \cdot 0)$

☪ Кој е заклучокот?

За кои било три броја  $a, b, c$  од  $\mathbb{N}_0$  важи

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Ова својство на множењето во  $\mathbb{N}_0$  го викаме асоцијативност.

Велиме дека множењето во  $\mathbb{N}_0$  е асоцијативно.

Затоа производот  $(a \cdot b) \cdot c$  го запишуваме без заграда  $a \cdot b \cdot c$ .

- 5 Запиши го асоцијативното својство за броевите  $x, y$  и  $z$ , а потоа провери го, ако:

а)  $x = 2, \quad y = 4, \quad z = 10; \quad$  б)  $x = 5, \quad y = 3, \quad z = 8.$

- 6 Пресметај вешто:

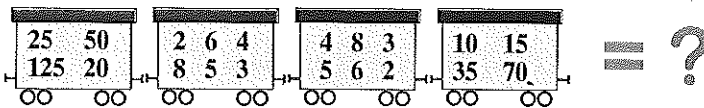
а)  $4 \cdot 9 \cdot 5$   
 $5 \cdot 7 \cdot 8$

б)  $4 \cdot 17 \cdot 25$   
 $8 \cdot 9 \cdot 125$

в)  $4 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 7 \cdot 125$   
 $25 \cdot 35 \cdot 74 \cdot 8 \cdot 5$

▶  $4 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 7 \cdot 125 = 7 \cdot (4 \cdot 15) \cdot (8 \cdot 125) = 7 \cdot 60 \cdot 1\,000 = 420\,000.$

- 7 Состави седум производи. Од секој вагон избери еден погоден број како множител. Внимавај на групирањето на множителите.



▶  $25 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 35 = (25 \cdot 4) \cdot (2 \cdot 35) = 100 \cdot 70 = 7000.$

- 8 Веќе научи дека производ на два природни броја е природен број. Велиме дека множењето е изводливо во  $\mathbb{N}$ .

Ако  $a$  и  $b$  припаѓаат на  $\mathbb{N}$ , тогаш и  $a \cdot b$  припаѓа на  $\mathbb{N}$ .

- ★ Запиши го ова тврдење со помош на симболот  $\in$ .

- 9 Пресметај: а)  $11 \cdot 0$    б)  $0 \cdot 391$    в)  $0 \cdot 0$

- ★ Дали производот на два броја од  $\mathbb{N}_0$  е број од  $\mathbb{N}_0$ ?

Ако  $a$  и  $b$  се кои било броеви од  $\mathbb{N}_0$ , тогаш и нивниот производ  $a \cdot b$  е број од  $\mathbb{N}_0$ .

Краток запис: Ако  $a, b \in \mathbb{N}_0$ , тогаш  $a \cdot b \in \mathbb{N}_0$ .

- 10 а) Колкав е производот ако едниот множител е 0?

- б) Колкав е производот ако едниот множител е 1?

За секој  $a \in \mathbb{N}_0$  важи

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a \quad \text{и} \quad a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$$

катче на истражувачот



Кој е најголемиот четирцифрен парен број?

## 3.9. Делење

**A** Со неколку едноставни примери ќе се потсетиш на она што го учеше за делењето, а ќе научиш и нешто ново.

- 1** Четири другарчиња сакаат праведно да си поделат 32 чоколади. По колку чоколади ќе добије секој од нив?

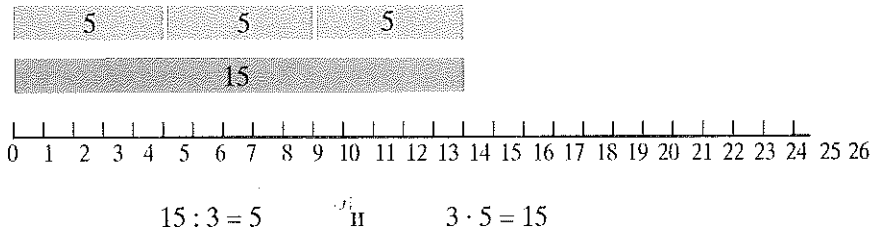
▶ Одговорот е: 8 чоколади, бидејќи  $32 : 4 = 8$ .



Значи, за да одговориш на прашањето, требаше бројот 32 да го поделиш со бројот 4. За бројот 32 велме дека е деленик, за бројот 4 дека е делител, а бројот 8 е нивниот количник.

И за изразот  $32 : 4$  велме дека е количник (на броевите 32 и 4).

- 2** Воочи како Зоки ја користи бројната полуправа, за да ја согледа врската меѓу делењето и множењето.



- 3** Дополни:

- а)  $45 : 5 = \square$ , затоа што  $5 \cdot \square = 45$        $72 : 9 = 8$  затоа што  $9 \cdot 8 = 72$   
 б)  $30 : 2 = \square$ , затоа што  $\square$   
 в)  $63 : 7 = \square$ ,  $\square$

- 4** Тргувајќи од равенството  $36 \cdot 95 = 3\,420$ , одговори веднаш:

- а) Колку е  $3420 : 36$ ?      б) Колку е  $3\,420 : 95$ ?

- 5** Запиши две равенства со делење:

- а)  $13 \cdot 15 = 195$       б)  $475 \cdot 16 = 7\,600$   
 $32 \cdot 23 = 736$        $248 \cdot 25 = 6\,200$

$$\begin{array}{r} 17 \cdot 4 = 68 \\ 68 : 17 = 4 \\ 68 : 4 = 17 \end{array}$$

6) Сметај напамет:

а) $45 : 5$	б) $30 : 5$	в) $18 : 3$	г) $27 : 9$		
$42 : 6$	$56 : 8$	$28 : 7$	$72 : 8$		
$47 : 7$	$36 : 6$	$20 : 4$	$36 : 4$		

7) Пресметај, а потоа изврши проверка.

а) $665 : 5$	б) $7\,518 : 21$	в) $32\,949 : 63$
$822 : 6$	$5\,094 : 18$	$53\,801 : 67$
$623 : 7$	$8\,996 : 26$	$28\,600 : 88$
$976 : 8$	$4\,320 : 32$	$54\,570 : 85$

- 8) а) Пресметај го количникот на броевите 240 и 80.  
 б) Деленикот е 84, а делителот 7. Колкав е количникот?  
 в) Намали го бројот 234 девет пати.  
 г) Колку пати бројот 738 е поголем од бројот 9?  
 д) Колку пати бројот 45 е помал од бројот 315?

9) Плоштината на правоаголникот е  $1\,440\text{ m}^2$ . Колкава е неговата должина, ако ширината му е  $32\text{ m}$ ?

10) Соколот прелетува  $2\,790\text{ m}$  за 45 секунди. Колку метри ќе прелета соколот за една секунда?

11) Во една фабрика произвеле 23 405 порачки. Една петтина од нив биле балони. Колку балони произвела фабриката?

12) Колку пати ќе се зголеми бројот 25 ако:

- а) му допишеме една нула?      б) му го допишеме бројот 25?  
 в) му допишеме три нули?      г) му го допишеме бројот 100?

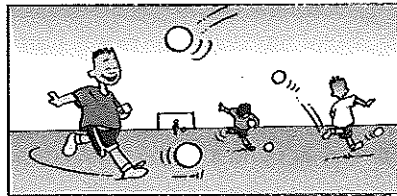
13) Оддалеченоста на Земјата од Сонцето е 150 милиони километри. Колку време му е потребно на сончевиот зрак да стигне на Земјата, ако во една секунда поминува пат од  $300\,000\text{ km}$ ?

14) Од една цевка истекуваат  $392\text{ l}$  вода за 7 минути, а од друга цевка  $432\text{ l}$  за 8 минути.

- а) Колку вода истекува од секоја цевка за 1 минута?  
 б) Колку вода истекува од двете цевки за 1 час?

**Б** Со неколку примери ќе се потсетим на делење со остаток.

- 15** Дали е можно 15 топки да поделиш на 4 екипи, така што секоја екипа да добие ист број топки?



▶ Одговорот е: Не, бидејќи  $15 : 4$  не е природен број, т.е. не постои природен број кој помножен со 4 дава 15.

⊕ Наведи два примера каде количникот не е природен број.

Велиме дека делењето не е изводливо во  $N$ .

Истот заклучок важи и за множество  $N$ .

Во овој случај запишуваме:

$$15 : 4 = 3 \text{ и остаток } 2 \text{ или } 15 = 4 \cdot 3 + 2,$$

и велиме: бројот 3 е **неполен количник**, а бројот 2 е **остаток**.

- 16** Одреди го неполниот количник и остатокот при делењето:

а)  $73 : 7$

б)  $501 : 22$

в)  $2\,178 : 101$

$132 : 5$

$4\,162 : 13$

$34\,256 : 213$

$2436 : 8$

$27\,534 : 59$

$579\,600 : 159$

- 17** Ластовици во јато можат да прелетаат приближно  $10\,000 \text{ km}$ , летајќи со брзина од  $45 \text{ km}$  на час.

Колку најмалку часови се во лет? А денови?

- 18** За  $150 \text{ g}$  мед пчелите треба да слетаат на приближно  $20\,000$  цвета. Колку цвета треба да „посетат“ пчелите за да соберат  $75 \text{ kg}$  мед?

- 19** Снежана треба да подели 77 печурки на седумте цуџиња, кои биле подредени по големина. Прво му дала печурка на најмалото цуџе, а потоа на секое наредно му давала по една печурка повеќе. Колку печурки треба да добие најмалото цуџе, за да се разделат сите печурки?



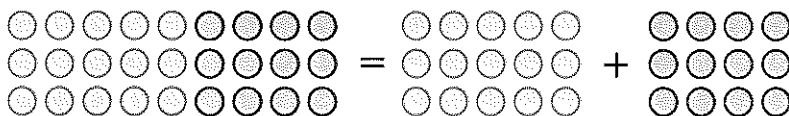
## 3.10. Дистрибутивно својство

**A** Веќе научи да множиш збир или разлика со број. Преку едноставни примери ќе научиш за заедничкото својство на множењето и собирањето.

**1** Провери ја точноста на секое од равенствата

$$\begin{array}{ll} \text{a) } (5 + 4) \cdot 3 = 5 \cdot 3 + 4 \cdot 3, & \text{б) } 6 \cdot 2 + 6 \cdot 7 = 6 \cdot (2 + 7); \\ \text{в) } (9 - 4) \cdot 5 = 9 \cdot 5 - 4 \cdot 5; & \text{г) } 5 \cdot 8 - 5 \cdot 2 = 5 \cdot (8 - 2). \end{array}$$

► Еве како можеш нагледно да го провериш равенството а):



$$(5 + 4) \cdot 3 = 5 \cdot 3 + 4 \cdot 3$$

За секои три броја  $a, b, c$  од  $\mathbb{N}$  важи

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

Ова својство на множењето и собирањето го викаме **дистрибутивност**. Велиме дека во множеството  $\mathbb{N}$  множењето е дистрибутивно во однос на собирањето.

Користејќи го комутативното својство, дистрибутивноста на множењето во однос на собирањето ја запишуваме и вака

$$c \cdot (a + b) = c \cdot a + c \cdot b.$$

**2** Дали во множеството  $\mathbb{N}$  множењето е дистрибутивно во однос на одземањето? Запиши ги двете равенства со букви.

**3** Користејќи го дистрибутивното својство, пресметај напамет.

$$\begin{array}{llll} \text{a) } 51 \cdot 7 & \text{б) } 49 \cdot 7 & \text{в) } 8 \cdot 81 & \text{г) } 8 \cdot 102 \\ 79 \cdot 5 & 32 \cdot 9 & 7 \cdot 69 & 7 \cdot 99 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 7 \cdot (100 - 1) \\ = 700 - 7 \end{array}$$

**4** Искажи го сега правилото за множење на збир (разлика) со број или број со збир (разлика).

**5** Кое од следните равенства е точно:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } (20 + 16) : 4 = 20 : 4 + 16 : 4? & \text{б) } (36 - 24) : 6 = 36 : 6 - 24 : 6? \\ \text{в) } 18 : (6 + 3) = 18 : 6 + 18 : 3? & \text{г) } 36 : (9 - 3) = 36 : 9 - 36 : 3? \end{array}$$



**Б** Ако еден од множителите во производот е буква (ознака за кој било број од  $\mathbb{N}_0$ ), договорено е знакот  $\cdot$  (точката) за множење да го изоставиме. Затоа:

- наместо  $3 \cdot a$  (три по  $a$ ), пишуваме  $3a$  (три  $a$ );
- наместо  $a \cdot x$  ( $a$  по  $x$ ), пишуваме  $ax$  ( $a$  по  $x$ ).

**6** Запиши го дистрибутивното својство на множењето во однос на собирањето (одземањето) без знакот за множење.

**7** Користејќи го дистрибутивното својство, упрости ги изразите.

а)  $2x + 3x$       б)  $24a + 9a$       в)  $17m - 8m$   
        $7y + 5y$             $75b + 15a$        $86h - 14h$

**6**►  $24a + 9a = (24 + 9)a = 33a$ .

Почесто пишуваме кратко:

$24a + 9a = 33a$  велејќи:  $24a$  и  $9a$  се  $33a$ .

**8** Со извлекување заеднички множител пред заграда, пресметај:

а)  $5 \cdot 37 + 5 \cdot 23$       б)  $32 \cdot 71 + 32 \cdot 29$   
     $9 \cdot 94 - 9 \cdot 54$        $46 \cdot 23 - 46 \cdot 13$   
     $7 \cdot 44 + 7 \cdot 36$        $83 \cdot 43 + 83 \cdot 57$



**В** Потсети се на зависноста на производот од множителите и на количникот од деленикот и делителот.

**9** Дополни:

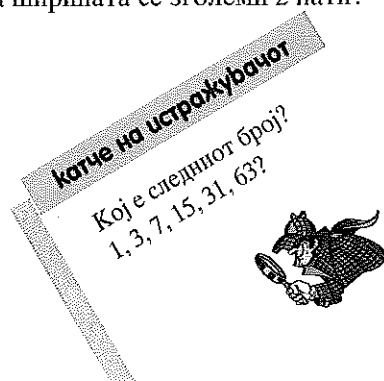
- а) Ако еден множител се зголеми 3 пати, тогаш .
- б) Ако еден множител се намали 7 пати, тогаш .
- в) Ако еден множител се зголеми 5 пати, а другиот се намали 5 пати, тогаш .

**10** Како ќе се промени плоштината на еден правоаголник, со должина  $18\text{ cm}$  и ширина  $12\text{ cm}$ , ако:

- а) должината се намали 4 пати?  
 б) ширината се зголеми 3 пати?  
 в) должината се намали 2 пати, а ширината се зголеми 2 пати?

**11** Како ќе се промени количникот, ако:

- а) деленикот се зголеми 8 пати?  
 б) делителот се намали 8 пати?  
 в) и деленикот и делителот се зголемат 5 пати?  
 г) и деленикот и делителот се намалт 3 пати?



### Читање податоци од табела.

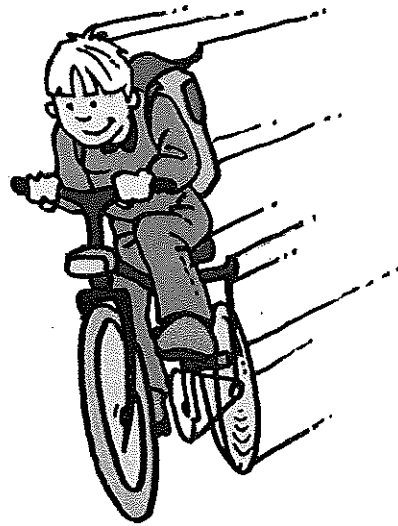
Веројатно си забележал дека при поголеми напори на нашиот организам му се потребни и поголеми количини на одредени хранливи материи. На пример, за време на една повеќечасовна велосипедска трка, организмот троши многу енергија. Во наредната табела е дадена количината храна (во грамови), која ја конзумира велосипедистот во ден на одмор и во ден на трка.

Храна конзумирана од велосипедист за време од еден ден (во грамови)	Ден на одмор	Ден на трки
Протеини (млеко, месо, јајца...)	610	1900
Шеќери (леб, скроб, овошје, шеќер...)	775	2175
Масли (путер, масло за јадење...)	25	75
Друго (зеленчуци...)	300	150

★ Што можеш да прочиташ од оваа табела? На пример, дека во денот на трката велосипедистот конзумира 1 900 g протеини.

а) Колкава количина на шеќери конзумира овој велосипедист во ден на одмор? А колку во ден на трка?

б) Кој вид храна велосипедистот конзумира повеќе кога се одмора, отколку кога има трки?



★ Освен читање на податоците од табелата, можеш нешто и да пресметаш. Што на пример...?

в) Пресметај ја вкупната дневна порција во грамови за еден ден на одмор, а потоа и за ден на трка. За колку е зголемена порцијата?

**НЕ ЗАБОРАВИ ДЕКА...!**

- \* Броевите 1, 2, 3, ... ги викаме природни броеви. Бројот 1 е најмал природен број. Не постои најголем природен број.
- \* Множеството природни броеви  $N = \{1, 2, 3, \dots\}$  е бесконечно.
- \* И множеството  $N_0 = N \cup \{0\} = \{0, 1, 2, \dots\}$  е бесконечно.
- \* Знаците: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ги викаме цифри. Со нив ги запишуваме сите броеви во т.н. десетичен (декаден) броен систем.
- \* Секоја цифра во позициониот запис на броевите има определена вредност, во зависност од позицијата (разредот во класата) во која се наоѓа.
- \*  $a + 0 = 0 + a = a$ ;  $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ ,  $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$ .
- \* Полуправата на која природните броеви ги претставуваме со точки ја викаме бројна полуправа.
- \* Природните броеви можеме да ги собираме. Ако  $a$  и  $b$  се природни броеви, тогаш и нивниот збир е природен број, т.е. ако  $a, b \in N$ , тогаш и  $a + b \in N$ .
- \* Во равенството  $a + b = s$ ,  $a$  и  $b$  се собироци,  $s$  е збир (сума).
- \* Операцијата со која по даден збир и еден од собироците го наоѓаме другиот собирок ја викаме одземање.  
Ако  $a, b \in N$ , тогаш  $a - b \in N$ , само ако  $a > b$ .
- \* Во равенството  $a - b = d$ ,  $a$  е намаленик,  $b$  намалител,  $d$  е разлика (диференција).
- \* Природните броеви можеме да ги множиме. Множењето е, всушност, скратено собирање на еднакви собироци. Затоа  $a \cdot b = b + b + b + \dots + b$  (точно  $a$  собироци)
- \* Ако  $a, b \in n$ , тогаш и  $a \cdot b \in N$ .
- \* Во равенството  $a \cdot b = p$ ,  $a$  и  $b$  се множители,  $p$  е производ.
- \* Операцијата со која по дадени производ и еден множител го наоѓаме другиот множител ја викаме делење.
- \* Во равенството  $a : b = q$ ,  $a$  е деленик,  $b$  делител,  $q$  е количник.
- \* Ако при делење на природните броеви  $a$  и  $b$  се јавува и остаток, тогаш пишуваме  $a = b \cdot q + r$ ;  $q$  е неполн количник,  $r$  е остаток.
- \* За собирањето и множењето на природни броеви важат својствата:
  1. Комутативност:  $a + b = b + a$  и  $a \cdot b = b \cdot a$ .
  2. Асоцијативност:  $(a + b) + c = a + (b + c)$  и  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ .
  3. Дистрибутивност на множењето во однос на собирањето (одземањето)  $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$  или  $c \cdot (a + b) = c \cdot a + c \cdot b$ .
- \* Скратено запишување на производ на еднакви множители го викаме степен. Изразот  $2^5$  е степен со основа 2 и показател (експонент) 3. Неговата вредност е:
 
$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$$

## ТЕСТ III

1. Употребувајќи ја секоја од цифрите 0, 2, 4, 6 само еднаш, запиши го најмалиот и најголемиот четирицифрен број. (3)
2. Збирот на броевите 7 348 и 5 863 намали го за 2 453. (4)
3. Провери го асоцијативното својство на собирањето за броевите 7, 17, 33. (4)
4. Пресметај ја вредноста на изразот  $(54 : 6 + 7) : 8$ . (3)
5. Театарската претстава ја гледале 240 лица. 80 од нив платиле по 320 денари за карта, а останатите по 250 денари. Колку денари изнесува приходот од таа претстава. (5)
6. Дополни: Ако и деленикот и делителот се зголемат три пати, тогаш \_\_\_\_\_ . (2)
7. Кој број при делење со 50 има количник 30 и остаток 20. (3)
8. Реша ги равенките:
- а)  $10\,000 - x = 2\,051$  (3)
- б)  $32 \cdot x = 7\,840$  (4)

Скала за оценување	Доволен	Добар	Многу добар	Одличен
	11 - 16	17 - 21	22 - 26	27 - 31

## 4. ДЕЛИВОСТ НА ПРИРОДНИТЕ БРОЕВИ

Количникот на два природни броја не е секогаш природен број. Испитувањето кога количникот на два природни броја е природен број – *деливоста на природните броеви*, е основа на една математичка дисциплина – *теорија на броевите*.

Со изучување на содржините од оваа тема ти ја учиш „азбуката“ на оваа математичка дисциплина и ќе можеш:

- да ги објаснуваш термините: делив, делител, содржател и да одредуваш делители и содржатели на даден број;
- да утврдуваш деливост на збир, разлика и производ на природни броеви;
- да ги искажуваш и да ги применуваш признаците за деливост со 10, 5, 2, 4, 9 и 3;
- да дефинираш прост број и да утврдиш дали еден природен број е прост или сложен;
- да разложуваш сложени броеви на прости множители;
- да одредуваш заеднички делители (најголемиот) и заеднички содржатели (најмалиот), на два или повеќе броеви;
- да ги користиш стекнатите знаења при решавање практични задачи.

4.1. Делители и содржатели

4.2. Деливост на збир, разлика, производ

4.3. Признаци за деливост

4.4. Прости и сложени броеви

4.5. Заеднички делители. Најголем заеднички делител.

4.6. Заеднички содржатели. Најмал заеднички содржател.

## 4.1. Делители и содржатели

- A** Веќе научи дека збирот и производот на два природни броја е секогаш природен број. (Операциите собирање и множење се изводливи во множеството  $N$ ). Но разликата и количникот на два природни броја не секогаш е природен број. Дали разликата  $a - b$  е природен број утврдуваш лесно – ако  $a > b$ . Но утврдувањето дали количникот (на пример  $23\ 746 : 9$ ) е природен број не е очигледно – треба да делиш!  
Сега ќе научиш, без да го извршуваш делењето, да дознаеш кога еден количник е природен број.

- 1** Од равенството

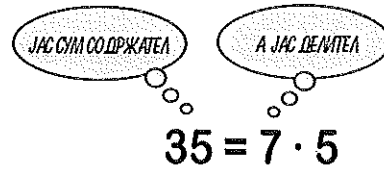
$$35 : 7 = 5 \text{ т.е. } 35 = 7 \cdot 5$$

можеш да заклучиш дека бројот 35 се дели без остаток со бројот 7.

Велиме дека бројот 35 е делив со бројот 7.

За бројот 7 велиме дека е делител на бројот 35, а бројот 35 е содржател (или многукратник) на бројот 7.

- ☉ Дали 35 е делив со 5? Тогаш дали 5 е делител на 35?



- 2** Од равенството

$$27 : 6 = 4 \text{ и остаток } 3, \text{ т.е. } 27 = 6 \cdot 4 + 3$$

заклучуваш дека бројот 27 при делење со 6 дава остаток 3.

Велиме дека бројот 27 не е делив со 6 или дека бројот 6 не е делител на бројот 27.

- ☉ Кој од броевите: 3, 4, 7, 9 е делител на бројот 27.

Ако природниот број  $a$  се дели без остаток со природниот број  $b$ , т.е. ако  $a = bq$ , тогаш велиме дека:

$b$  е делител на  $a$ .

Пишуваме  $b \mid a$ , читаеме:  $b$  е делител на  $a$ .

- 3** Дали секој природен број е делив со 1? А со самиот себе?

Значи, за секој  $n \in N$  важи  $1 \mid n$  и  $n \mid n$ .

- 4** Лесно утврдуваш дека сите делители на бројот 6 се броевите: 1, 2, 3, 6. Множеството од сите делители на бројот 6 го означуваме со  $D_6$ . Значи,  $D_6 = \{1, 2, 3, 6\}$ .

- ☉ Запиши ги табеларно множествата:  $D_2$ ,  $D_4$ ,  $D_5$  и  $D_9$ .

Колкав е бројот на секое од овие множества?

- 5 Воочи како Зоки ги одредува сите различни делители на бројот 12.

$$12 : 1 = 12$$

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 1} \\ | \end{array}$$

Делители се  
1 и 12

$$12 : 2 = 6$$

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 1} \\ \underline{6} \phantom{2} \\ | \end{array}$$

Делители се  
2 и 6

$$12 : 3 = 4$$

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 1} \\ \underline{6} \phantom{2} \\ \underline{4} \phantom{3} \\ | \end{array}$$

Делители се  
3 и 4

Значи,  $D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ .

- ★ Одреди ги сите делители на броевите: 16, 18, 24 и 36.

- 6 Воочи ја таблицата множење со бројот 3.

n	1	2	3	4	5	6	7	...	▶
n · 3	3	6	9	12	15	18	21	...	▶

Секој од броевите 3, 6, 9, 12, 15, ...

е содржател на бројот 3. Множеството содржатели на бројот 3 го означуваме со  $S_3$ . Значи

$$S_3 = \{3, 6, 9, \dots\}.$$

Ако  $a$  е природен број, тогаш секој од броевите:

$$a, 2a, 3a, 4a, \dots$$

е содржател на бројот  $a$ .

Множеството содржатели на бројот  $a$  ( $S_a$ ) е бесконечно.

- 7 а) Запиши неколку содржатели на бројот 7.  
б) Запиши го табеларно множеството  $S_7$ .  
в) Запиши го на описен начин множеството  $S_7$ .

$$\blacktriangleright S_7 = \{x \mid x \text{ е содржател на } 7\} = \{x \mid x = 7a \text{ и } a \in \mathbb{N}\}.$$

- 8 Провери дали бројот:

- а) 54324 е делив со 27;      б) 32 е делител на 39 488;  
в) 7213 е содржател на 7;      г) 15 е делител на 40 130.

- 9 Погледај, размисли, а потоа дополни ги множествата содржатели:

а)  $\{5, 10, \square, \square, \dots\}$

б)  $\{\square, 16, 24, \square, \square, \dots\}$ ,

в)  $\{\square, \square, 39, 42, \square, \square, \dots\}$ .

- 10 Погледај, размисли, а потоа дополни ги множествата делители:

а)  $\{1, 2, \square, \square, \square, 20\}$ ,

б)  $\{\square, \square, 11, 33\}$ ,

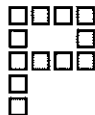
в)  $\{\square, 2, 3, 5, \square, \square, \square, 30\}$ .

11 Дополни го даденото множество, за да добиеш множество делители.

а) {1, 2, 8};      б) {1, 3, 4, 26};      в) {1, 2, 3, 7, 42}.

в Доволно е да ги одредиш сите делители на 42.

12 Колку правоаголници можеш да составиш од квадратчињата на буквата P?



13 Од 24 керамички плочки во форма на квадрат со страна 15 cm треба да формираме правоаголник. Кои димензии ги имаат можните правоаголници?

14 На колку начини можеш 30 бонбони да поделиш на извесен број деца, така што секое дете да добие по еднаков број бонбони? Колкав може да биде бројот на децата и по колку бонбони ќе добие секое дете.

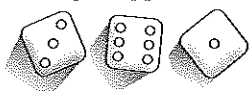
30		1
15		2
10		3
6		5

15 Од автобуската станица автобусите поаѓаат на секои 12 минути. Првиот тргнува во 6 часот. Запиши го возниот ред од 6 до 9 часот.

16 Низ игра одредуваме делители! Секој играч двапати фрла по 3 коцки. Правила на играта:

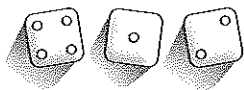
1. Ги множи броевите што ги добил при првото фрлање.
2. Од броевите на точките добиени при второто фрлање добива што повеќе делители на бројот добиен при првото фрлање. Дозволен се сите операции и употреба на загради.

Прво фрлање

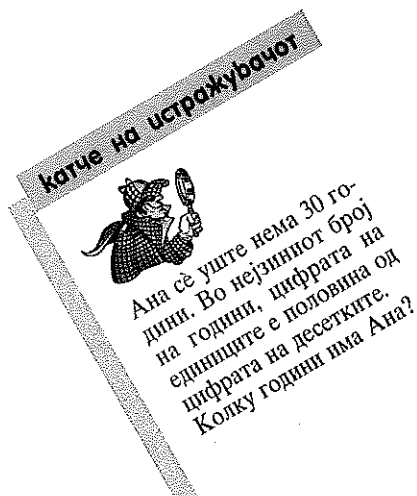


$$3 \cdot 6 \cdot 1 = 18$$

Второ фрлање



Делители се: 1, 2,  
3 (= 2 + 1), 6 (= 2 + 4) и  
9 (= 4 · 2 + 1)





## 4.2. Деливост на збир, разлика, производ.

**A** Сега ќе научиш, без да го пресметуваш збирот, да утврдиш дали тој е делив или не е делив со даден број.

**1** Секој собирок во збирот:

- а)  $16 + 24$  е делив со 8. Дали и збирот е делив со 8?
- б)  $21 + 35$  е делив со 7. Дали и збирот е делив со 7?
- в)  $36 + 18$  е делив со 9. Дали и збирот е делив со 9?

**2** Секој од броевите: 3, 6, 9, 12, 15, ... е содржател на бројот 3. Лесно се проверува дека збирот на секои два од овие бројеви е пак содржател на бројот 3. Провери!

**3** Сите содржатели на природниот број  $n$  се броевите:

$$n, 2n, 3n, 4n, 5n, 6n, 7n, 8n, 9n, 10n, 11n, \dots$$

Збирот на два од нив е пак содржател на бројот  $n$ . На пример:

$$3n + 4n = (3 + 4)n = 7n, \quad 2n + 9n = 11n, \text{ итн.}$$

Покажавме: Ако два броја се содржатели на природниот број  $n$ , тогаш и нивниот збир е содржател на бројот  $n$ .

**Ако секој од природните броеви  $a$  и  $b$  е делив со природниот број  $n$ , тогаш и нивниот збир  $a + b$  е делив со бројот  $n$ .  
Краток запис: Ако  $n \mid a$  и  $n \mid b$ , тогаш  $n \mid (a + b)$ .**

**4** Во претходните три задачи разгледувавме збир на два броја. Состави три слични задачи за разлика на два броја. Што заклучуваш?

**Ако секој од природните броеви  $a$  и  $b$  ( $a > b$ ) е делив со природниот број  $n$ , тогаш и нивната разлика  $a - b$  е делива со бројот  $n$ .**

✦ Запиши го краткиот запис на ова тврдење.

**5** Без да го пресметуваш збирот (разликата), образложи ги следните тврдења:

- а) Збирот  $45 + 25$  е делив со 5.
- б) Збирот  $320 + 540$  е делив со 10.
- в) Разликата  $42 - 24$  е делива со 6.
- г) Разликата  $120 - 30$  е делива со 3.

6 Својството за деливост на збир важи и во случај кога имаме повеќе од два собирака. Секој собиок во збирот  $12 + 24 + 6$  е делив со 6. Провери дали и збирот е делив со 6.

Б Сега ќе научиш, без да го пресметуваш производот, да утврдиш дали тој е делив или не е делив со даден број.

7 Од равенството  $210 = 21 \cdot 10$  заклучуваш дека бројот 210 е делив и со 21 и со 10. Од равенствата, пак,  $21 = 3 \cdot 7$  и  $10 = 2 \cdot 5$ , заклучуваш дека 21 е делив и со 3 и со 7, а 10 е делив и со 2 и со 5. Провери дали бројот 210 е делив со секој од броевите: 2, 3, 5 и 7.

8 Дали е потребно да го пресметаш производот  $110 \cdot 427$ , за да утврдиш дека тој е делив со 11? Користејќи го асоцијативното својство на множењето можеш да запишеш:

$$110 \cdot 427 = (11 \cdot 10) \cdot 427 = 11 \cdot (10 \cdot 427) = 11 \cdot 4270.$$

Оттука заклучуваш дека овој производ е делив со 11.

**Ако барем еден од множителите  $a$  или  $b$  е делив со природниот број  $n$ , тогаш и нивниот производ е делив со бројот  $n$ .**

✪ Запиши го краткиот запис на ова тврдење.

9 Образложи зошто производот:

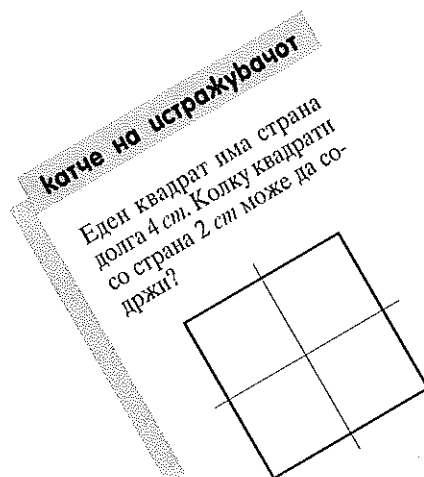
- а)  $35 \cdot 73$  е делив со 5;                      б)  $48 \cdot 97$  е делив со 8;  
в)  $142 \cdot 33$  е делив со 11;                    г)  $21 \cdot 101$  е делив со 7.

10 Својството за деливост важи и во случај кога имаме повеќе од два множителни.

✪ Образложи зошто производот  $12 \cdot 14 \cdot 15$  е делив со секој од броевите: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 10.

11 Запиши барем два броја во , за да добнеш точно тврдење.

- а)  $6 \mid (24 + \text{$ )  
 $20 \mid (40 + \text{$ )  
б)  $7 \mid (63 - \text{$ )  
 $15 \mid (75 - \text{$ )  
в)  $5 \mid 11 \cdot \text{$   
 $17 \mid 22 \cdot \text{$



## 4.3. Признаци за деливост

**A** Сега ќе научиш, без да го извршуваш делењето, да утврдиш кога даден број е делив со 10, со 5 или со 2. При изведување на заклучоците, ќе ги користиме својствата за деливост на збир и на производ.

- 1** Запиши неколку содржатели на бројот 10. Воочи ја последната цифра на секој од нив. Што забележуваш? Секој од овие броеви е делив со 10. Тогаш кои броеви се деливи со 10?

**Природниот број  $a$  е делив со 10, ако последната цифра му е 0.**

- 2** Одговори веднаш кој од следните броеви е делив со 10:  
101; 110; 1 010; 1 001; 27 320; 456 960.

★ Обиди се да го искажеш правилото за деливост со 100.

- 3** Бројот 10 е делив и со 5 и со 2. Образложи зашто секој содржател на бројот 10 е делив и со 5 и со 2.

- 4** Броевите:

5, 10, 15, 20, 25, 30, ..., 95, 100, 105, ...

се содржатели на бројот 5. Воочи ја последната цифра на секој од нив. Што забележуваш? Тогаш кои броеви се деливи со 5?

**Природниот број  $a$  е делив со 5, ако завршува на 0 или на 5.**

- 5** Одговори веднаш кој од следните броеви е делив со 5:  
502; 375; 2 003; 57 420; 127 635.

- 6** Запиши ги сите броеви меѓу 66 и 99 кои се деливи со 5.

- 7** Секој повеќецифрен број можеш да го запишеш во развиена форма.

$$2\ 536 = 2\ 000 + 500 + 30 + 6$$

Првите три собироци се деливи со 2, бидејќи се деливи со 10. Затоа, за бројот да биде делив со 2, треба цифрата на единиците да биде делива со 2.

Бидејќи  $2 \mid 6$ , следува  $2 \mid 2536$ .



**Природниот број  $a$  е делив со 2, ако цифрата на единиците му е или 0, или 2, или 4, или 6 или 8.**

Броевите што се деливи со 2 ги викаме **парни броеви**, а оние што не се деливи со 2 ги викаме **непарни броеви**.

- 8 Одговори веднаш кој од следните броеви е делив со 2:  
201, 302, 456, 798, 1 423, 3 714, 50 710.

- 9 Запиши цифра во , за да добиеш точно тврдење:  
а)  $10 \mid 24$        б)  $5 \mid 21$        в)  $2 \mid 423$

- Б Исканите тврдења за деливост на бројот  $a$  со 10, со 5 и со 2 ги викаме **признаци за деливост**. Сега ќе научиш уште еден – признак за деливост со 4.

- 10 Образложи зошто секој содржател на бројот 100 е делив со 4.

- 11 Можеш ли од записот  
 $3\ 716 = 3\ 000 + 700 + 16$

да заклучиш дека бројот 3 716 е делив со 4? Првите два собирок се содржатели на бројот 100, значи се деливи со 4. И третиот собирок е делив со 4. Значи, бројот 3 716 е делив со 4.

Но, ако последниот собирок е некој број што не е делив со 4, тогаш дали тој број ќе биде делив со 4? А последниот собирок е двоцифрениот завршеток на бројот. Конечно, кој е твојот заклучок? Исажи го со зборови.

**Природниот број  $a$  е делив со 4, ако неговиот двоцифрен завршеток е број делив со 4.**

ОДГОВОРОТ Е:  
ДВОЦИФРЕНИОТ ЗАВРШЕТОК

- 12 Размисли, а потоа одговори кој од следните броеви е делив со 4.  
124; 354; 2 036; 42 476.

- 13 Напиши ги сите броеви меѓу 45 и 75 кои се деливи со 4.

- 14 На местото на ѕвездичката стави цифра, така што добиениот број да биде делив со 4:

- а)  $72^*$                       б)  $321^*$                       в)  $4\ 735^*$   
    $7 * 2$                          $31 * 4$                          $864 * 6$



15 Запиши цифра во  $\square$ , за броевите да бидат делливи со 2, но да не бидат делливи и со 4.

- а) 31  $\square$ ;      б) 50  $\square$ ;      в) 3  $\square$  4;      г) 5  $\square$  6.

16 Ако бројот на годината е делив со 4, тогаш годината е престапна. (Исклучок се оние години чиј број не е делив со 400, затоа, на пример, 1900 година не беше престапна).

- а) Кои од следните години се престапни:  
1424, 1700, 1864, 1904, 1994, 20028?  
б) Кети е родена на 29.02.1984 година. Колку пати ќе го прославува својот роденден до 2018 година?

В Сега ќе научиш уште два признаци за деливоста. Основната идеја при изведување на заклучоците е сознанието дека секој од броевите: 9, 99, 999, 999... е делив со 9, односно со 3. За да дојдеме до овие признаци ќе разгледаме еден конкретен пример.

17 Тргуваме со бројот 2 571. Го запишуваме во развиена форма:

$$\begin{aligned} 2\,571 &= 2 \cdot 1\,000 + 5 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 1 \\ &= 2 \cdot (999 + 1) + 5 \cdot (99 + 1) + 7 \cdot (9 + 1) + 1 \\ &= 2 \cdot 999 + 2 + 5 \cdot 99 + 5 + 7 \cdot 9 + 7 + 1 \\ &= 2 \cdot 999 + 5 \cdot 999 + 7 \cdot 9 + (2 + 5 + 7 + 1) \end{aligned}$$

Првите три собироци се делливи и со 3 и со 9, бидејќи броевите 9, 99, 999 се делливи и со 3 и со 9. Значи, за бројот да биде делив со 3 или со 9, треба да провериме дали збирот во заградата е делив со 3, односно со 9.

Бидејќи  $2 + 5 + 7 + 1 = 15$ , а 15 е делив со 3, но не е делив со 9, заклучуваме дека бројот 2 571 е делив со 3, но не е делив со 9.

Збирот  $2 + 5 + 7 + 1$  го викаме збир на цифрите на бројот 2 571.

Конечно можеме да заклучиме дека:

**Природниот број  $a$  е делив**

- со 3, ако збирот на цифрите му е делив со 3.
- со 9, ако збирот на цифрите му е делив со 9.

- 18) Провери кој од следните броеви е делив со 3:  
121, 111, 501, 2 001, 42 032, 256 944.
- 19) Провери ја деливоста со 9 на броевите:  
405, 629, 3456, 273420, 123456789.
- 20) Запиши цифра во , за бројот да биде делив со 3:  
а) 17 , б) 423 , в) 5  5, г)  234.
- 6 ► Бидејќи збирот на цифрите е 9 ( $= 4 + 2 + 3$ ), бараната цифра може да биде или 0, или 3, или 6, или 9.
- 21) Кој е најмалиот четирицифрен број што е делив со 3? А со 9?
- 22) Кој од следните броеви е делив и со 2 и со 3?  
75, 86, 204, 510, 2 406, 3 621, 47 532.
- 23) Најди најмал број, кој се запишува само со цифрите 1 и 4 а е делив; а) со 3; б) со 9.
- 24) Цената на еден билет е 360 денари. На крајот од денот во благајната имало 28 000 денари.  
„Нешто не е в ред“ – рекол благајникот. Како го дознал тоа?
- 25) На местото на буквите  $x$  и  $y$  стави цифра, за бројот:  
а)  $5x2y$  да биде делив и со 5 и со 9;  
б)  $76xy$  да биде делив и со 2 и со 9;  
в)  $25x2y$  да биде делив и со 2 и со 3.
- 26) Кои броеви меѓу 200 и 250 се делливи и со 2 и со 3, а не се делливи ниту со 4, ниту со 9?



## 4.4. Прости и сложени броеви

**A** Колку делители има даден природен број  $a$ ? Одговорот на ова прашање не е воопшто едноставен. Многу познати и помалку познати математичари со векови се обидуваале да одговорат на ова прашање. И денес, сè уште се бара одговорот на ова прашање, но со помош на моќните компјутери.

**1** Веќе научи дека секој природен број  $a$ , различен од бројот 1, има барем два делителя. Тоа се броевите 1 и  $a$ .

✦ По колку делители има секој од броевите: 1, 2, 3, 4, 5 и 6?

**2** Воочи дека секој од броевите

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...

е делив со 1 и со самиот себе. За таквите броеви велíme дека се **прости броеви**.

**Прости броеви се оние природни броеви, што имаат точно два различни делители: бројот 1 и самиот тој број.**

**Природните броеви кои имаат повеќе од два делители ги викаме сложени броеви.**

**Бројот 1 ниту е прост број, ниту е сложен број.**

**3** Кои од следните броеви се прости броеви:

5, 9, 19, 21, 23, 31, 37, 49, 51, 105?

**\*4** Утврди дали е прост бројот:

а) 91;            б) 101;            в) 127;            г) 199;            д) 287.

► Бројот 101 ќе биде прост број, само ако не е делив со ниту еден од броевите меѓу 1 и 101. Користејќи ги признаците за деливост со 2, 3, 5 и својството за деливост на производ, заклучуваш;

– 2 не е делител на 101, затоа и 4, 6, 8, ... не се делители на 101.

– 3 не е делител на 101, затоа и 6, 9, ... не се делители на 101.

– 5 не е делител на 101, затоа и 10, 15, ... не се делители на 101.

Бидејќи  $101 = 7 \cdot 14 + 3$  заклучуваш дека:

– 7 не е делител на 101, затоа и 14, 21, ... не се делители на 101.

Деливоста со 11 не ја проверуваме, бидејќи  $11 \cdot 11 > 101$ .

Следствено, бројот 101 е прост број.

- 5 Често пати е корисно да знаеш дали еден број е прост или сложен, па затоа овде се наведени сите прости броеви помали од 100.

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41
43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	

Таблица на прости броеви до 1 000 е дадена на крајот на учебникот. Се покажува дека не постои најголем прост број, од што заклучуваме дека прости броеви има бесконечно многу. И сложени броеви има бесконечно многу.

- 6 Сега ќе научиш сложените броеви да ги запишуваш како производ на прости броеви.

- 6 Запиши го бројот 60 како производ на два, три и четири множители, при што секој множител е различен од 1.

★ Колку можности има секој случај?

★ Во кој случај сите множители се прости броеви?

$$60 = \square \cdot \square$$

$$60 = \square \cdot \square \cdot \square$$

$$60 = \square \cdot \square \cdot \square \cdot \square$$

- 7 Претстави ги сложените броеви: 6, 8, 18, 24, 30, 62 како производ на прости броеви.

$$\begin{aligned} \blacktriangleright 30 &= 2 \cdot 15 & 30 &= 3 \cdot 10 & 30 &= 5 \cdot 6 \\ &= 2 \cdot 3 \cdot 5 & &= 3 \cdot 2 \cdot 5 & &= 5 \cdot 2 \cdot 3 \end{aligned}$$

Забележуваш дека во секој од овие случаи сложениот број 30 е претставен како производ од простите броеви 2, 3 и 5. (Записите  $2 \cdot 3 \cdot 5$  и  $3 \cdot 2 \cdot 5$  не ги сметаме за различни.)

**Секој сложен број можеме на единствен начин да го претставиме како производ на прости броеви**  
**Велиме дека сложените број е разложен на прости множители.**

- 8 Разложи го на прости множители бројот:

а) 60;            б) 120;            в) 180;            г) 336;            д) 360.

$$\begin{aligned} \blacktriangleright 60 &= 2 \cdot 30 \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 15 \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \\ &= 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Оваа шема ни го олеснува сметањето.  
Протолкувај како!



## 4. Делливост на природните броеви

9 Разложи ги на прости множители броевите

а)  $\begin{array}{r} 176 \\ 208 \end{array}$

б)  $\begin{array}{r} 135 \\ 405 \end{array}$

в)  $\begin{array}{r} 504 \\ 1\ 800 \end{array}$

г)  $\begin{array}{r} 1\ 000 \\ 10\ 000 \end{array}$



Воочи како Зоки работи поинаку:

$$1\ 800 = 18 \cdot 100 = 2 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 10 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \\ = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2.$$

10 Два прости броја, чија разлика е 2 ги викаме **близнаци**. Такви се, на пример броевите 17 и 19. Користејќи ја таблицата на прости броеви, запиши барем десет парови близнаци.

11 Бројот 6 има интересно својство. Збирот на сите негови делители, без самиот број 6 е еднаков на бројот 6:

$$1 + 2 + 3 = 6. \text{ За таквите броеви велиме дека се } \textbf{совршени}.$$

★ Провери дали се совршени броевите: 12, 16, 28, 68, 496.

12 Обиди се секој сложен број меѓу 10 и 30 да го запишеш како збир на два или на три прости броеви.



$$12 = 5 + 7 = 2 + 3 + 7;$$

$$26 = 3 + 23 = 7 + 19 = 2 + 5 + 19.$$

13 Гоце и неговата помала сестра Весна се ученици во основно училиште. Бројот на годините на секој од нив е прост број. Производот од броевите на нивните години е еднаков на нивниот куќен број, кој е поголем од 80, а е помал од 100. Колку години има секој од нив?



## 4.5. Заеднички делители. Најголем заеднички делител.

**A** Сега ќе научиш да одредуваш заеднички делители на два природни броја.

1 Одреди ги сите делители на броевите 20 и 30, а потоа запиши ги табеларно множествата:  $D_{20}$ ,  $D_{30}$  и  $D_{20} \cap D_{30}$ .

2 Сите делители на бројот 12 се броевите: 1, 2, 3, 4, 6, 12.  
Сите делители на бројот 18 се броевите: 1, 2, 3, 6, 9, 18.  
Броевите: 1, 2, 3, 6 се **заеднички делители** на 12 и 18.  
Очигледно, тоа се елементите на множеството  $D_{12} \cap D_{18}$ .  
Бројот 6 е **најголем заеднички делител** на броевите 12 и 18.  
Го означуваме со  $D(12, 18)$ . Значи;  $D(12, 18) = 6$ .

✪ Запиши на што е еднаков  $D(20, 30)$ .

3 Одреди ги броевите:  $D(16, 20)$ ,  $D(24, 18)$  и  $D(8, 24)$

4 Бројот 1 е делител на секој природен број, па затоа секој два природни броја имаат барем еден заеднички делител – бројот 1.  
Запиши ги делителите на бројот 14 и делителите на бројот 15. Што забележуваш? Колку заеднички делители имаат броевите 14 и 15?  
Значи,  $D(14, 15) = 1$ .

Ако за природните броеви  $a$  и  $b$  важи  $D(a, b) = 1$ , тогаш за тие броеви велиме дека се **заемно прости броеви**.

✪ Дали броевите 14 и 15 се заемно прости?

5 Ако  $a$  и  $b$  се различни прости броеви, колку е  $D(a, b)$ ?  
Образложи! Значи, секој два прости броеви се и...

6 Провери дали се заемно прости броевите:

а) 7 и 13; б) 4 и 9; в) 9 и 16; г) 14 и 35

ЈАС СУМ НАЈГОЛЕМ  
ЗАЕДНИЧКИ ДЕЛИТЕЛ

$$2 = D(4, 6)$$

НАЈГОЛЕМ?  
АПОМАЛЕ ОД НАС



**5** Сега ќе научиш практично да одредуваш најголем заеднички делител (НЗД) на два или повеќе броеви.

**4** За да определиш НЗД на некои броеви, не мора да ги бараш сите делители на тие броеви. Доволно е да ги разложиш броевите на прости множители, еве вака:

$$\begin{array}{r} 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \\ 60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \\ \hline D(24, 60) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12 \end{array}$$

Значи, најголемиот заеднички делител на два броја е, всушност, **производ на сите заеднички прости множители.**

**8** Одреди ги броевите:

а)  $D(60, 140)$ ; б)  $D(330, 420)$ ; в)  $D(75, 98)$ .

**9** Одредувањето НЗД на три или повеќе броеви го вршиш на ист начин како и за два броја. Образложи ја постапката, што е прикажана шематски, при одредување НЗД на броевите 36, 60, 84

$$\begin{array}{r} 36 \ 60 \ 84 \ | \ 2 \\ 18 \ 30 \ 42 \ | \ 2 \\ 9 \ 15 \ 21 \ | \ 3 \\ 3 \ 5 \ 7 \end{array}$$

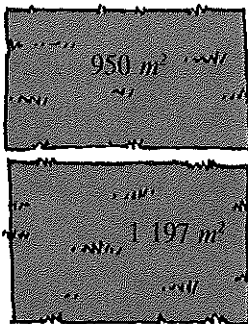
$D(36, 60, 84) = 12$

**10** Најди:

а)  $D(8, 12, 20)$ ; б)  $D(64, 80, 48)$ ; в)  $D(38, 55, 42)$ .

**11** Три жици со должина 28 m, 42 m и 63 m треба да се исечат на еднакви делови, што е можно поголеми. Колкава е тогаш должината на секој од тие делови?

**\*12** Плоштините на две правоаголни ниви се  $950 \text{ m}^2$  и  $1\,197 \text{ m}^2$ . Димензиите на овие ниви, изразени во метри, се природни броеви поголеми од 1. Одреди ги димензиите на овие ниви, ако нивните ширини им се еднакви.



### 4.6. Заеднички содржатели. Најмал заеднички содржател.

**A** Сега ќе научиш да одредуваш заеднички содржатели на два природни броја. Потсети се дека множеството содржатели на секој природен број не е конечно.

1 Запиши по 10 содржатели на броевите 2 и 3, а потоа запиши ги табеларно множествата  $S_2$ ,  $S_3$  и  $S_2 \cap S_3$ .

2 Содржатели на бројот 10 се броевите:

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, ...

а на бројот 15 броевите:

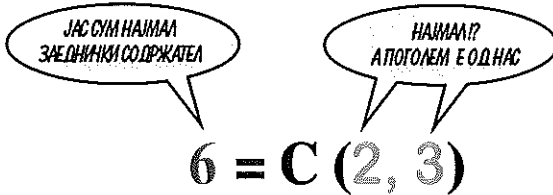
15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, ...

Ти знаеш дека и едните и другите ги има бесконечно многу.

Броевите: 30, 60, 90 и 120, ... се заеднички содржатели на 10 и 15. И нив ги има бесконечно многу, т.е. нема најголем, па затоа бараме **најмал заеднички содржател**, на броевите 10 и 15. Го означуваме со  $S(10, 15)$ . Значи,  $S(10, 15) = 30$ .

★ Запиши на што е еднаков  $S(2, 3)$ .

3 Одреди ги броевите:  $S(4, 6)$ ,  $S(8, 12)$  и  $S(12, 18)$ .



**B** Сега ќе научиш практично да го одредуваш најмалиот заеднички содржател (НЗС) на два или повеќе броеви.

4 За да го одредиш бројот  $S(20, 42)$ , повторно го користиш разложувањето на броевите на прости множители:

$$\begin{array}{r}
 20 = 2 \cdot 2 \quad \cdot 5 \\
 60 = 2 \quad \cdot 3 \quad \cdot 7 \\
 \hline
 S(20, 42) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 420
 \end{array}$$

Значи, најмалиот заеднички содржател на два броја е производот од простите множители, на кои е разложен едниот или другиот број.

5 Одреди ги броевите:

а)  $S(4, 10)$ ; б)  $S(12, 20)$ ; в)  $S(63, 45)$  г)  $S(308, 330)$ .

6 НЗС на повеќе од два броја одредувањето на ист начин како и за два броја. Воочи како Зоки го користи шематскиот запис на разложувањето на броевите 60, 24, 90 на прости множители, за да го одреди  $S(60, 24, 90)$ . Но, сега оди до крај – сè додека не добие 1 под секој од броевите.

60	24	90	2
30	12	45	2
15	6	45	2
15	3	45	3
5	1	15	3
1	1	5	5
1	1	1	
$S(60, 24, 90) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$			
$S(60, 24, 90) = 360$			

7 Најди:

а)  $S(4, 6, 10)$  б)  $S(8, 12, 20)$ ; в)  $S(40, 60, 120)$ .

8 Најди НЗС за броевите  $a = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$  и  $b = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ .

\*9 Во  запиши барем два броја, за да биде точно тврдењето:

а)  $S(9, \text{input}) = 45$  в)  $D(12, \text{input}) = 4$   
 б)  $S(\text{input}, 35) = 105$  г)  $D(\text{input}, 18) = 6$ .

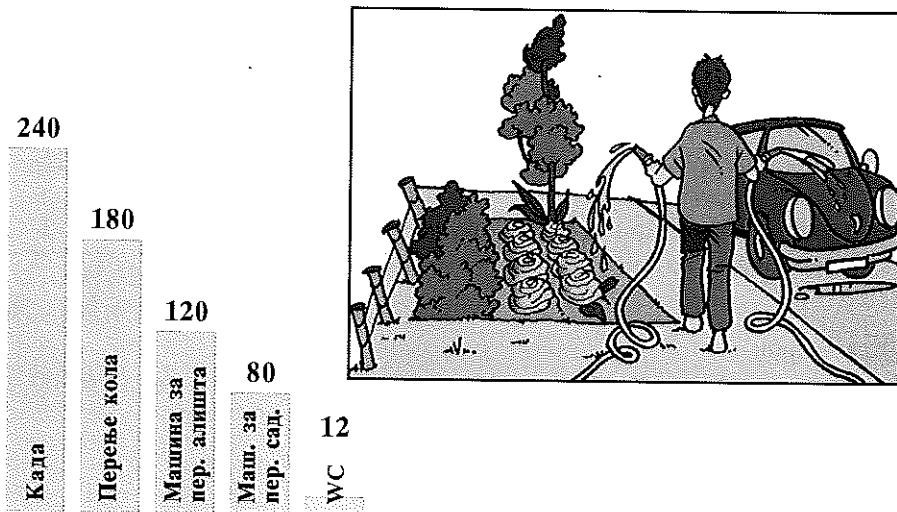
\*10 Марија ја посетува својата баба на секои 5 дена. Последната посета била во недела. Која по ред ќе биде наредната неделна посета? Колку денови ќе поминат до тогаш?

\*11 Двајца велосипедисти тргнуваат истовремено од стартот на една кружна патека. Првиот ја минува патеката за 12 минути, а вториот за 15 минути. По колку време велосипедистите ќе се најдат заедно на стартот?



### Читање податоци од хистограм

Во овој столбест дијаграм, т.е. хистограм е дадена потрошувачката на вода, во литри, при нејзиното користење.



✦ Што можеш да прочиташ од овој хистограм? На пример, при секое пуштање на водата од казанчето во WC-то, си потрошил 12 л вода.

а) Колку литри вода (просечно) ќе се потрошат при едно перење на колата?

б) За што најмногу се троши вода (при едно користење)?

✦ Што би пресметал од овие податоци? На пример:

в) Колку литри вода троши едно семејство, за една недела, ако се знае дека: 2 пати ја користи машината за перење алишта, 50 пати пушта вода во WC, 6 пати ја вклучува машината за миење садови, 8 пати ја полни када и троши уште 200 л плус – за други потреби?

✦ Како е нацртан овој хистограм? Столбот „када“ има висина 48 mm (за секои 5 л по 1 mm).

г) Колку милиметри е столбот „машина за перење алишта“.

Провери дали навистина е 24 mm (половина од „када“).

✦ Пресметај колку твоео семејство троши вода за една недела, за еден месец. Како ќе провериш дали добро си пресметал? (Спореди со месечната белешка од „Водовод“, каде што водата се мери во кубни метри  $1 m^3 = 1000 l$ ).

✦ Дискутирајте на часот за штедењето на водата.

## НЕ ЗАБОРАВИ ДЕКА...!

- ✧ Бројот  $a$  е делив со бројот  $b$ , ако постои број  $c$  таков што  $a = bc$ .  
Тогаш бројот  $b$  е делител на бројот  $a$  (ознака  $b \mid a$ ), а бројот  $a$  е содржател на бројот  $b$ .
- ✧ Ако  $n \mid a$ ,  $n \mid b$ ,  $n \mid c$ , тогаш  $n \mid (a + b + c)$ .
- ✧ Ако  $n \mid a$ ,  $n \mid b$  и  $a \geq b$ , тогаш  $n \mid (a - b)$ .
- ✧ Ако  $n \mid a$ , тогаш  $n \mid a \cdot b$ .
- ✧ Природниот број  $a$  е делив:
  - со 10, ако завршува на нула;
  - со 5, ако завршува на 0 или 5;
  - со 2, ако завршува на 0, 2, 4, 6 или 8;
  - со 3, ако збирот на цифрите му е делив со 3;
  - со 9, ако збирот на цифрите му е делив со 9;
  - со 4, ако двоцифрениот завршишк е делив со 4.
- ✧ Природни броеви што имаат само два делителя се прости броеви.
- ✧ Природни броеви што имаат повеќе од два делителя се сложени броеви.
- ✧ Бројот 1 ниту е прост, ниту е сложен број.
- ✧ Секој сложен број можеме да го претставиме како производ од прости броеви, т.е. да го разложиме на прости множители.
- ✧ Најголемиот број, со кој истовремено се деливи броевите  $a$  и  $b$  го викаме најголем заеднички делител на тие броеви и го означуваме со  $D(a, b)$ .
- ✧ Ако  $D(a, b) = 1$ , тогаш за броевите  $a$  и  $b$  велиме дека се заемно прости.
- ✧ Најмалиот број кој истовремено е делив со броевите  $a$  и  $b$  го викаме најмал заеднички содржател на броевите  $a$  и  $b$ , го означуваме со  $S(a, b)$ .

## ТЕСТ IV

- 1 Разложи го на прости множители бројот 80. (2)
- 2 Заокружи ја буквата пред збирот што е делив со 3. (4)
- а)  $6 + 27 + 30 + 39$   
 б)  $9 + 18 + 23 + 21$   
 в)  $24 + 33 + 12 + 15$   
 г)  $16 + 18 + 36 + 12$
- 3 Најди го најмалиот заеднички содржател на броевите 12, 18 и 30. (3)
- 4 Кои цифри можеш да ги ставиш на местото на буквата, за означената врска да биде точна? (8)
- а)  $2 \mid 12x$                       б)  $3 \mid 2y3$   
 в)  $9 \mid 7a2$                       г)  $4 \mid 7b2$
- 5 Одреди ги сите заеднички делители на броевите 36 и 48. (6)
- 6 На колку начини 12 ореви можеш да поделиш на извесен број деца, така што секое дете да добие по еднаков број ореви? (2)
- Колкав е бројот на децата и по колку ореви ќе добие секое дете? (4)
- 7 Колку правоаголници, чии димензии се природни броеви, имаат периметар 12 *cm*? (2)
- Кој од нив има најголема плоштина и колкава е таа? (4)
- 8 Одреди барем два броја на местото на буквата  $x$ . За кои важи равенството  $S(35, x) = 105$ . (3)
- Најди ги сите броеви  $x$ , за кои важи  $S(35, x) = 105$ . (7)

Скала за оценување	Доволен	Добар	Многу добар	Одличен
	16 - 23	24 - 31	32 - 38	39 - 45



## 5. ГЕОМЕТРИСКИТЕ ФИГУРИ СЕ МНОЖЕСТВА ТОЧКИ

Досега научи за броевите и за сметањето со нив. Тој дел од математиката се вика **аритметика** (грчки: аритмос = број). Но, научи и да црташ осечки, прави, полуправи, кругови...

Овој дел од математиката се вика **геометрија** (грчки: гео = земја, метрон = мерење).

Ако **бројот** е центарот на вселената „Аритметика“, тогаш во геометријата сè се врти околу **точката**.

Со изучување на содржините од оваа тема ќе ги прошириш своите знаења за геометриските фигури и ќе можеш:

- да црташ и да означуваш прави, полуправи, отсечки, искршени линии и кружници – според дадени услови;
- да искажуваш некои својства на правата и да воочуваш точки што лежат или не лежат на дадена права;
- да објаснуваш што е полуправа, отсечка, искршена линија, кружница, радиус, тетива и дијаметар на кружница;
- да одредуваш должина на отсечка, односно растојание меѓу две точки и да утврдуваш еднаквост на две отсечки;
- графички да собираш и да одземаш отсечки;
- да одредуваш периметар на искршена линија;
- да воочуваш заемна положба на две кружници;
- да наведуваш основни поими и да ги разликуваш од изведените поими.

### 5.1. Точки и прави

### 5.2. Полуправи и отсечки

### 5.3. Операции со отсечки

### 5.4. Искршена линија

### 5.5. Кружница и круг

### 5.6. Кружница и права. Две кружници

### 5.7. Основни и изведени поими

## 5.1. Точки и прави

**A** Потсети се како ги означуваше точките, а како правите, но и за односот меѓу нив.

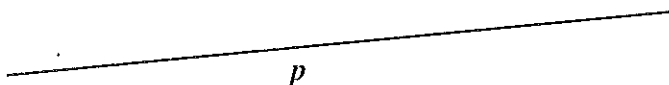
**1** Ако листот хартија го замислиш како **рамнина**, тогаш прво што ќе нацрташ во неа – е некоја **точка**.

Всушност, рамнината е **множество точки**. И сите нејзини делови, разни точки, линии, фигури – се множества точки.

Секое непразно множество точки го викаме **геометриска фигура**.

☛ Дали множеството чиј елемент е точката  $A$ , т.е. множеството  $\{A\}$  е геометриска фигура?

**2** Воочи ја правата линија на цртежот. Замисли дека тоа е неограничена од двете страни, нема почеток, нема крај. Си замислил **права**.

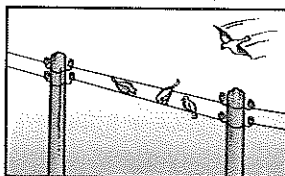
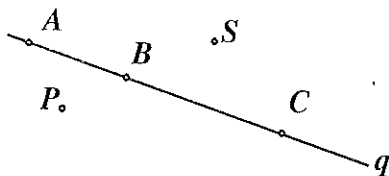


Правите ги означуваш со мали букви од латиницата.

☛ Како е означена правата на цртежот?

☛ Нацртај некоја права изначи ја со некоја буква.

**3** И правата е множество точки, т.е. геометриска фигура. Затоа една точка може или да ѝ припаѓа или да не ѝ припаѓа на правата.



Точките  $A, B, C$  ѝ припаѓаат на правата  $q$ , а точките  $P, S$  не ѝ припаѓаат. Запишуваме:  $A \in q$ , односно  $S \notin q$ .

За точка што припаѓа на една права велиме дека *лежи* на таа права или дека правата *минува* низ таа точка.

☛ Според цртежот, дополни ги тврдењата:

- Точката  лежи на правата  $q$ .
- Точката  не лежи на правата  $q$ .
- Точката  $C$   на правата  $q$ .
- Правата  $q$  минува низ точката .

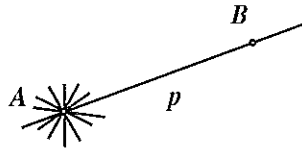
- 5 Нацртај една права и означи ја. Истакни 5 точки што припаѓаат на оваа права и 7 точки што не припаѓаат.

- 6 Колку точки можеш да изbereцн на една права? Очигледно многу.

*На секоја права лежат бесконечно многу точки, но постојат и точки што не лежат на правата.*

- 7 Избери точка A. Колку прави минуваат низ точката A? Колку прави минуваат низ две различни точки?

*Низ една точка минуваат бесконечно многу прави.  
Низ две различни точки минува точно една права.*



Велиме дека правата е напoлно определена со две точки. Затоа, можеме да кажеме „правата AB“ или „правата BA“, наместо „правата p“.

За три или повеќе точки што лежат на иста права велиме дека се **колинearни точки**.

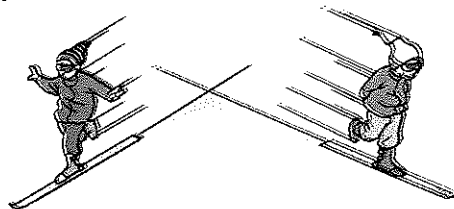
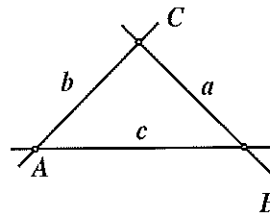
- 8 Избери 4 точки и нацртај ги сите прави што се определени со нив. Колку прави определуваат овие точки? А ако 3 од нив се коллинearни? Или сите 4 се коллинearни?

- Б Потсети се дека две прави или се сечат или се паралелни.

- 9 Две различни прави можат да имаат најмногу една заедничка точка. Во тој случај велиме дека *правите се сечат*, а нивната заедничка точка е *пресек* на тие прави.

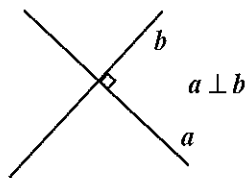
☉ Кои се пресечните точки на правите на цртежот?

▶ Пресек на правите  $a$  и  $b$  е точката  $C$ , т.е.  $a \cap b = \{C\}$ .



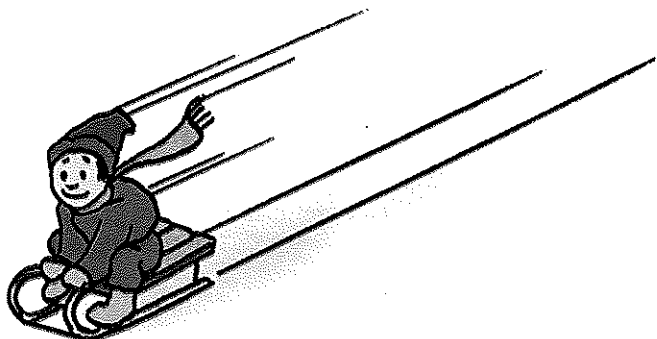
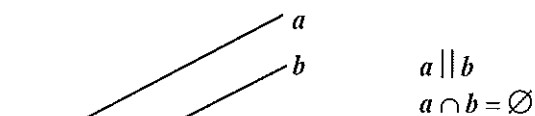
- 10 Меѓу паровите прави што се сечат од посебен интерес се *заемно нормалните прави*.

Ако правите  $a$  и  $b$  се заемно нормални, пишуваме  $a \perp b$ , а на цртежот тоа го истакнуваме со мало квадратче кај нивниот пресек.



✪ Нацртај некои две заемно нормални прави.

- 11 Две прави во рамнината може да немаат заеднички точки, т.е. да не се сечат. За нив велиме дека се паралелни прави.



Ако правите  $a$  и  $b$  се паралелни, запишуваме  $a \parallel b$ .

✪ Нацртај некои две паралелни прави.

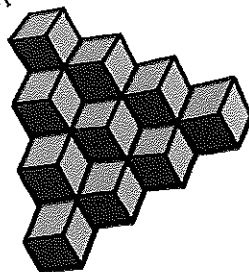
- 12 Нацртај две паралелни прави  $a$  и  $b$ , а потоа и права  $c$  нормална на правата  $b$ . Какви се меѓу себе правите  $a$  и  $c$ ?

- 13 Нацртај една права  $p$ . Избери точка  $M$  надвор од правата  $p$ . Низ точката  $M$ :

а) нацртај права  $a$ , така што  $a \parallel p$ ;  
б) нацртај права  $b$ , така што  $b \perp p$ .

**Катче на истражувањето**

Колку коцки има на долната илустрација?



## 5.2. Полуправи и отсечки

**A** Сега ќе ги прошириш своите знаења за полуправа, а ќе научиш и нешто ново.

- 1** Точката  $O$  ја дели правата  $p$  на два дела. Множеството точки од правата  $p$ , кои се од иста страна на точката  $O$ , заедно со неа го викаме **полуправа**. Точката  $O$  е **почетна точка на полуправата**.

Полуправата на цртежот ја означуваш со  $OX$ , каде што  $X$  е која било точка од таа полуправа, но на цртежот не ја истакнуваме со кругче.

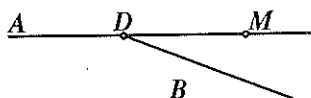


- 2** Нацртај изначи две полуправи:
- што имаат заедничка почетна точка  $O$ ;
  - што се меѓу себе нормални, а не се сечат;
  - што се паралелни.

- 3** Колку полуправи се истакнати на цртежот.



- 4** Именувај ги сите полуправи на цртежот.



- B** За отсечките многу научи. Сега ќе ги освежиш своите знаења, а ќе стекнеш и нови.

- 5** Точките  $A$  и  $B$  лежат на правата  $p$ . Воочи ги сите точки од правата меѓу точките  $A$  и  $B$ , заедно со нив.

★ Која геометриска фигура е тоа?



Отсечка е множество точки од една права, кое се состои од две нејзини точки  $A$  и  $B$  и сите точки што лежат меѓу нив.

Можеш и поинаку да кажеш:

Геометриска фигура што ги содржи точките  $A$  и  $B$  и сите точки што лежат меѓу нив се вика отсечка.

Точките  $A$  и  $B$  ги викаме **крајни точки** на отсечката  $AB$ .

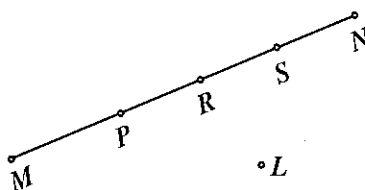
Според нив и отсечката ја именуваме: *отсечка*  $AB$  (или  $BA$ ).

Другите точки ги викаме **внатрешни точки** на отсечката  $AB$ .

6 Избери две точки  $M$  и  $N$  и нацртај ја отсечката  $MN$ .

7 Кои од точките на цртежот:

- лежат меѓу  $M$  и  $S$ .
- се внатрешни за отсечката  $PN$ ?
- не лежат на отсечката  $MS$ ?



8 На секои две различни точки  $A$  и  $B$  можеме да им придружиме еден број, кој ќе го викаме **растојание** од точката  $A$  до точката  $B$ . Го означуваме со  $\overline{AB}$ . Ако точките  $A$  и  $B$  се совпаѓаат, пишуваме  $A \equiv B$ , тогаш  $\overline{AB} = 0$ .

Растојанието од точката  $A$  до точката  $B$  е  $35 \text{ mm}$ .

Пишуваме  $\overline{AB} = 35 \text{ mm}$ .

★ Запиши колку е  $\overline{BA}$  и  $\overline{AA}$ .

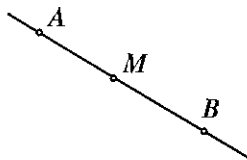
$A$

$B$

9 Точките  $A$ ,  $M$ ,  $B$  лежат на една права. Измери ги растојанијата  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AM}$  и  $\overline{MB}$  и провери дали важи равенството

$$\overline{AB} = \overline{AM} + \overline{MB}.$$

★ Провери го ова равенство, ако точките  $A$ ,  $M$ ,  $B$  не се колинеарни.

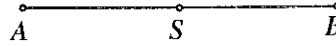


10 Растојанието меѓу крајните точки  $A$  и  $B$  на отсечката  $AB$  го викаме и **должина** на отсечката  $AB$  и ја означуваме со  $\overline{AB}$ .

★ Дали  $\overline{BA} = \overline{AB}$ ?

11 Избери произволно 4 точки  $A, B, C, D$ , а потоа нацртај ги сите отсечки определени со овие точки. Колку отсечки доби? Измери ја и запиши ја должината на секоја од нив. Која од нив е најдолга?

12 Измери ги и спореди ги должините на отсечките  $AS$  и  $SB$ .




☛ Што забележуваш?

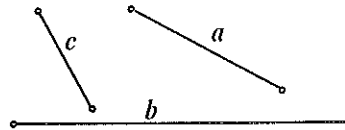
За точката  $S$  велиме дека е **средна точка** или **средина** на отсечката  $AB$ .

13 Нацртај некоја отсечка  $MN$  и одреди ја нејзината средина.

14 Отсечките ги означуваме и со мали букви од латиницата, а со истата буква ја означуваме и нивната должина.

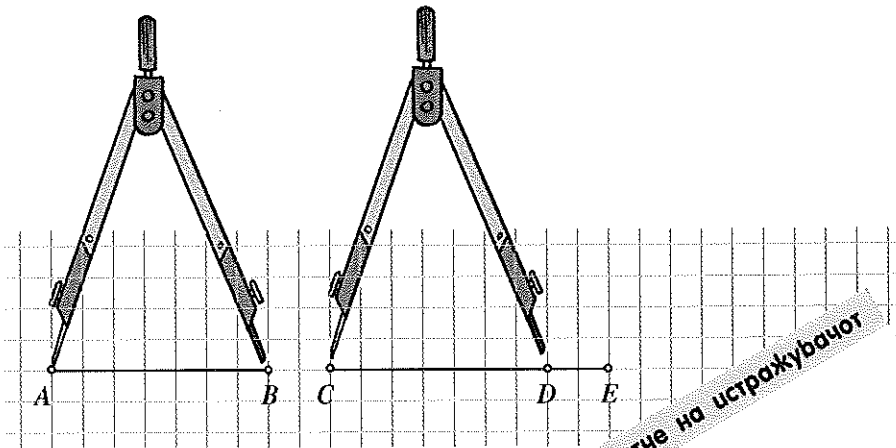
☛ Запиши ја должината на секоја од отсечките на цртежот.

  $c = 15 \text{ mm}$ .



15 За две отсечки што имаат еднакви должини велиме дека се **складни** отсечки.

Складноста на отсечките можеш да ја утврдиш без мерење. Користи го шестарот!



$\overline{AB} = \overline{CD}$

$\overline{AB} < \overline{CE}$

**катче на истражувањето**



Колку се 12-те делители на бројот 60?

## 5.3. Операции со отсечки

**A** Сега ќе научиш графички да собираш и да одземаш отсечки.

**1** Во III одделение научи да црташ триаголник, а во IV квадрат и правоаголник, со зададени страни  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , ...

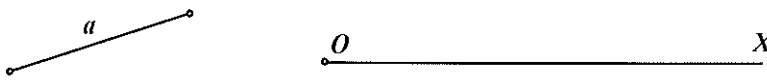
Притоа користеше само шестар и линијар.

Цртеж нацртан само со шестар и линијар го викаме **конструкција**.

☛ На полуправата  $OX$  конструирај отсечка  $OM$ :

а) еднаква на отсечката  $a$ ;

б) двапати поголема од отсечката  $a$ .



**2** Воочи како конструктивно, велме уште и графички, можеш да најдеш збир на две дадени отсечки  $a$  и  $b$ .



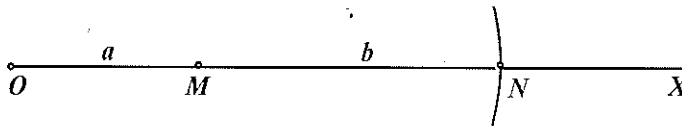
1. Нацртај полуправа  $OX$



2. На полуправата  $OX$  нанеси ја со шестар отсечката  $a$ .



3. На полуправата  $MX$  нанеси ја со шестар отсечката  $b$ .



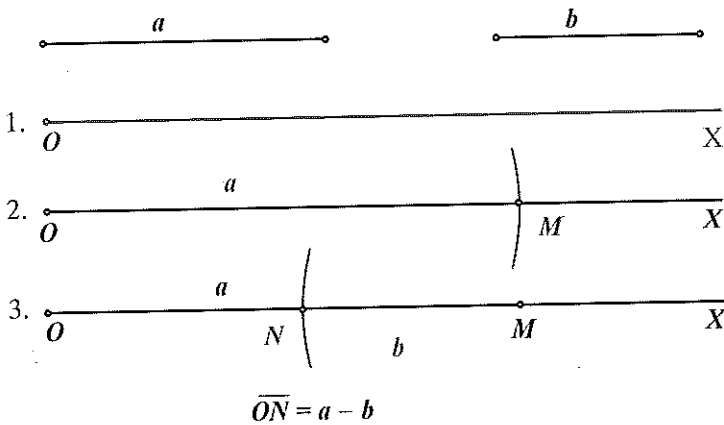
4. Бараниот збир е отсечката  $ON$ , т.е.  $\overline{ON} = a + b$ .

**3** Збир на три или повеќе отсечки наоѓаш на сличен начин. Избери три отсечки  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и конструирај го нивниот збир.



## 5. Геометриските фигури се множества точки

- 4 Користејќи ги стекнатите знаења за збир на две отсечки, обиди се, според цртежите, да ги објасниш чекорите при наоѓање разлика на две дадени отсечки  $a$  и  $b$ .



- Внимавај! Во третиот чекор нанесуваш на отсечката  $MO$ , а не на полуправата  $MX$ .

- 5 Избери две отсечки  $a$  и  $b$  ( $a > b$ ) и конструирај ја нивната разлика.



- 6 Нацртај три отсечки  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , а потоа конструирај ја отсечката  $a + b - c$ .

- 7 Дадени се отсечките  $a = 4 \text{ cm}$  и  $b = 25 \text{ mm}$ .  
Конструирај ги отсечките

- а)  $a + 2b$ ;  
б)  $4b - 2a$ ;  
в)  $2(a - b)$ ,

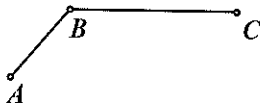
а потоа резултатот провери го со мерење.



## 5.4. Искршена линија

**A** Во IV одделение се запозна со геометриската фигура наречена искршена линија. Сега ќе ги прошириш своите знаења за неа и ќе стекнеш нови.

- 1 Секоја отсечка е множество точки. Избери две отсечки и во зависност од нивната заемна положба одреди го нивниот пресек.
- 2 За две отсечки кои имаат заедничка крајна точка, велиме дека се **надоврзани**. Притоа, тие можат да лежат на иста права.



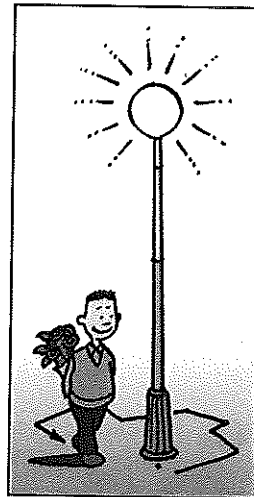
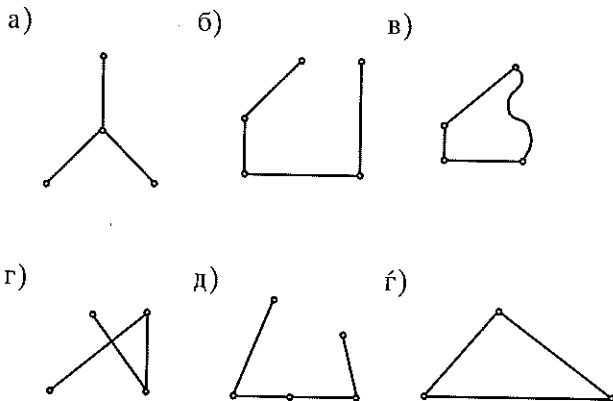
$$AB \cap BC = \{B\}$$



$$PR \cap RS = \{R\}$$

- 3 Ако две или повеќе отсечки се надоврзани една на друга и притоа никој две соседни не лежат на иста права, тогаш нивната унија е множество точки кое го викаме **искршена линија**.

★ Која од следните фигури не е искршена линија и зошто?



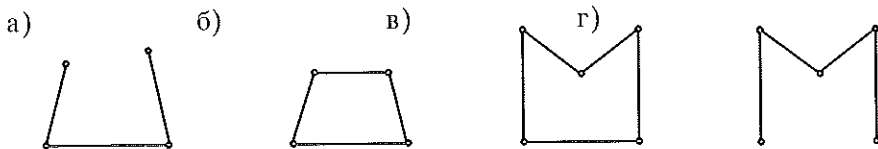
- 4 Избери точки  $M$  и  $N$  и сврзи ги со некоја искршена линија. Ако  $M$  и  $N$  не се совпаѓаат, ќе добиеш **отворена искршена линија**, а ако се совпаѓаат, тогаш ќе добиеш **затворена искршена линија**.

★ Колку можности има во секој случај?

5 Отсечките од кои е составена една искршена линија ги викаме **страни**, а нивните крајни точки – **темиња на искршената линија**. Соседните отсечки ги викаме **соседни страни**.

★ Која од следните искршени линии е отворена, а која затворена?

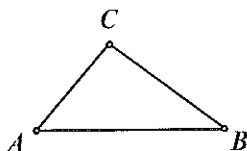
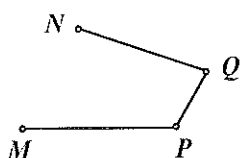
★ Колку темиња и колку страни има секоја од нив?



6 Исажи го односот меѓу бројот на темињата и бројот на страните кај затворена и кај отворена искршена линија.

7 Секоја отворена искршена линија можеш да ја именуваш точно на два начина, а затворената – на повеќе начина.

★ Воочи и дополни.



$ABCA$  или  $ACBA$   
 $BCAB$  или  $BA$    
 $CA$   или  $C$

$MPQN$  или  $NQ$

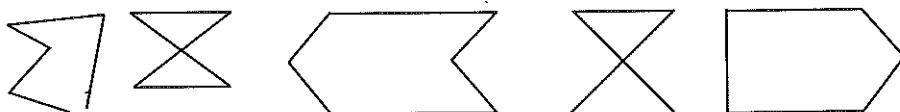
8 Која од следните искршени линии е отворена:

а)  $ABCA$ ; б)  $ABCD$  в)  $PQRS$ ; г)  $PQRP$ ?

9 Ако кои било две несоседни страни на една искршена линија не се сечат, тогаш за неа велите дека е **проста**.

★ Која од следните искршени линии е:

а) проста? б) затворена? в) проста и затворена?

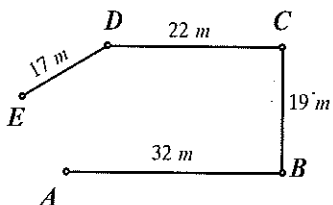


10 Избери три неколинеарни точки и нацртај ги, а потоа именувај ги сите отворени и затворени искршени линии. Колку можности има?

11 Избери 6 точки и обиди се да нацрташ искршена линија која има 1, 2, 3, 4, 5, или 6 точки на самопресекување.

12 Збирот од должините на сите страни на една искршена линија го викаме периметар на искршената линија. Го означуваме со буквата  $L$ .

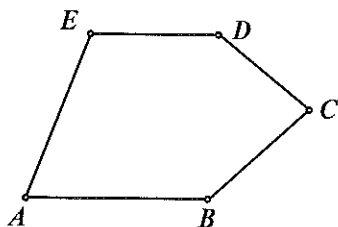
✦ Пресметај го периметарот на искршената линија, чии должини на страните се дадени на цртежот.



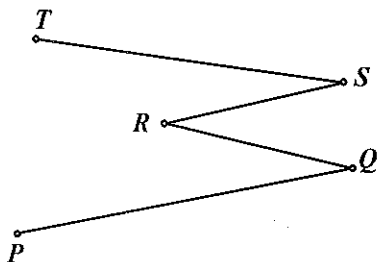
$L = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} = \square$

13 Измери ја должината на секоја страна, а потоа пресметај го периметарот на искршената линија.

а)



б)



14 На ова карта дел од патиштата во Република Македонија се претставени со отсечки чии должини се дадени во километри.

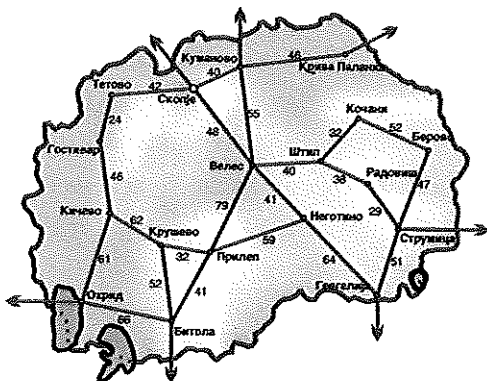
✦ Можеш ли да воочиш отворени и затворени искршени линији? Кои?

Пресметај ја должината на искршената линија:

а) Охрид – Битола – Прилеп – Крушево.

б) Охрид – Кичево – Крушево.

✦ Состави сам задачи со споредување на должините на две искршени линији.



**катче на истражуваот**

Четири деца се качуваат заедно на една вага. Таа покажува 182 kg. Можеш ли да ја пресметаш тежината на секое дете?

## 5.5. Кружница и круг

**A** Меѓу првите геометриски фигури што ги запозна беа кругот и кружницата. Сега ќе ги прошириш своите знаења за кружница.

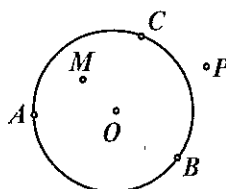
**1** Нацртај една кружница. Објасни како го стори тоа?

★ Кои елементи ги знаеш за кружницата?

**2** Со шестар е нацртана една кружница.

Точката  $O$  е центар на кружницата.

Точките  $A, B, C$  припаѓаат на кружницата, а точките  $M, P$  – не припаѓаат.



★ Дали важи равенството

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}?$$

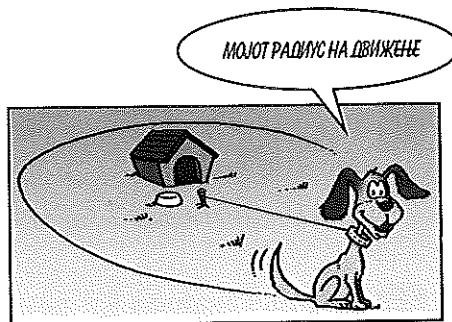
★ Тогаш, што е кружница?

**Кружница е множество од сите точки во рамнината кои се на еднакво растојание од една утврдена точка во таа рамнина.**

Утврдената точка е, всушност, центарот на кружницата и најчесто ја означуваме со буквата  $O$ .

**3** Кружницата е затворена крива линија. Секоја нејзина точка е еднакво оддалечена од нејзиниот центар.

**Отсечка која го сврзува центарот на кружницата со која било точка од кружницата ја викаме радиус на кружницата.**



Радиусот на кружницата најчесто го означуваме со  $r$ .

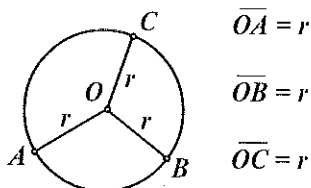
★ Нацртај една кружница со радиус  $r = 3 \text{ cm}$ .

★ Колку кружници можеш да нацрташ?

★ Кој е заклучокот?

- 4 Дали сите радиуси на иста кружница се складни отсечки?  
Дали две кружници што имаат еднакви радиуси се складни?

Една кружница е напълно определена ако ги знаеме нејзиниот центар и радиус. За две кружници чии радиуси се еднакви величине дека се складни.



Затоа кружницата ја означуваме со  $k(O; r)$ , или само со  $k$ .

- ✦ Нацртај кружници со заеднички центар  $O$  и радиуси од:  $1\text{ cm}$ ,  $2\text{ cm}$ ,  $26\text{ mm}$ ,  $3\text{ cm}$  и  $32\text{ mm}$ .

- 5 Нацртај една кружница и поврзи две нејзини точки. Добриената отсечка ја викаме тетива.

Отсечката чии крајни точки ѝ припаѓаат на кружницата ја викаме тетива на кружницата.

Тетивата што минува низ центарот на кружницата ја викаме дијаметар.



Дијаметарот го означуваме со  $d$ .

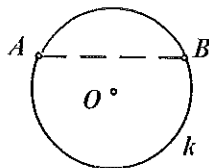
$$d = 2r$$

- 6 Нацртај една кружница и повлечи неколку нејзини дијаметри. Какви се тие меѓу себе?

✦ Колку пати дијаметарот е поголем од радиусот?

- 7 Нацртај кружница чиј дијаметар е  $5\text{ cm}$ . Колку милиметри е нејзиниот радиус?

- 8 Точките  $A$  и  $B$  ја делат кружницата  $k$  на два дела. Секој од тие делови, вклучувајќи ги и точките  $A$  и  $B$  го викаме **кружен лак**. Помалниот од нив го означуваме со  $\widehat{AB}$ .

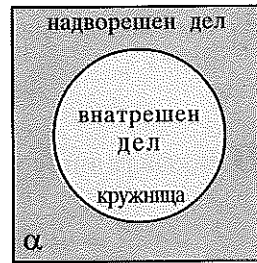


- 9 Нацртај кружница  $k(O; 3\text{ cm})$  и избери една точка  $A$  од кружницата. Обиди се да нацрташ две тетиви  $AB$  и  $AC$ , чии должини се  $5\text{ cm}$ .

**Б** Сè што научи за кружница ќе ти користи и за круг.

**10** Секоја кружница ја дели рамнината на два дела: внатрешен и надворешен дел.

Геометриската фигура образувана од една кружница и нејзиниот внатрешен дел ја викаме **круг**.



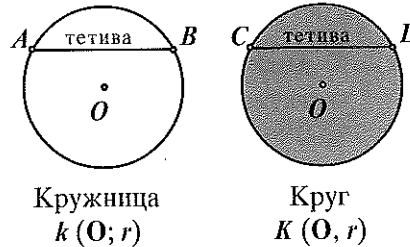
Центарот и радиусот на кружницата во исто време се **центар** и **радиус** на **кругот**.

Кругот е напoлно определен со својот центар и радиус, и затоа го означуваме со  $K(O; r)$ .

**11** Нацртај круг  $K(O; 2\text{ cm})$  и истакни го со шрафтирање.

★ Дали нацрта и кружница?

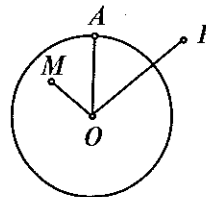
★ Запиши го означувањето на таа кружница.



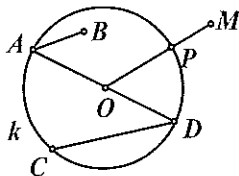
**12** Воочи ја кружницата  $k(O; r)$  и точките  $A, M, P$ . Очигледно важи двојното неравенство

$$\overline{OM} < r < \overline{OP}$$

За точката  $M$  велме дека е **внатрешна**, а  $P$  е **надворешна** точка за кружницата.



**13** Воочи го цртежот, а потоа одговори:



а) Кои точки припаѓаат на кружницата, а кои на кругот?

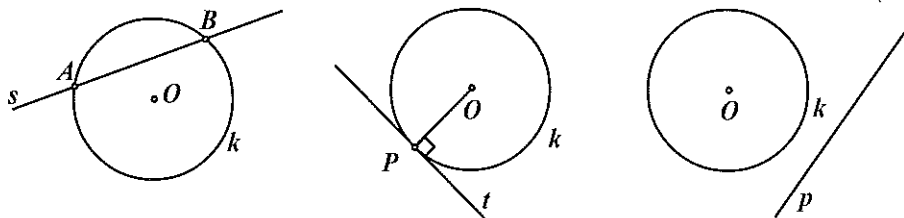
б) Која од отсечките е радиус, тетива, дијаметар на кружницата, односно на кругот?

в) Дали центарот  $O$  припаѓа на кружницата? Дали припаѓа на кругот?

## 5.6. Кружница и права. Две кружници

**A** Сега ќе научиш каков замен однос можат да имаат една кружница и една права.

**1** Воочи ги трите можни положби на кружница и права.

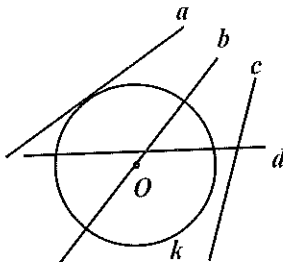


✦ Правата  $s$  ја сече кружницата во две точки  $A$  и  $B$ . Велиме дека  $s$  е **секанта** на кружницата  $k$ , а точките  $A$  и  $B$  се **пресечни точки** на правата и кружницата. Можеме да запишеме  $k \cap s = \{A, B\}$ .

✦ Правата  $t$  со кружницата  $k$  има само една заедничка точка  $P$ . Во таа точка правата  $t$  ја **допира** кружницата  $k$ . За правата  $t$  велиме дека е **тангента** на кружницата  $k$ , а точката  $P$  е **допирна точка** на тангентата  $t$ . Тангентата  $t$  е нормална на радиусот  $OP$ .

✦ Правата  $p$  нема заеднички точки со кружницата  $k$ , т.е.  $k \cap p = \emptyset$ . Велиме дека правата  $p$  лежи надвор од кружницата.

**2** Кои прави на цртежот се секанти? Која права е тангента, а која лежи надвор од кружницата  $k$ ?



**3** Нацртај кружница и избери една точка  $A$  надвор од кружницата. Нацртај една секанта на кружницата што минува низ точката  $A$ . Нацртај и една права низ  $A$ , која нема заеднички точки со кружницата.

**4** Нацртај една кружница и избери една точка  $B$  на неа, а потоа нацртај тангентата на кружницата што минува низ точката  $B$ .

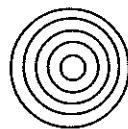


**Б** За заемниот однос на две кружници имаме повеќе можности.

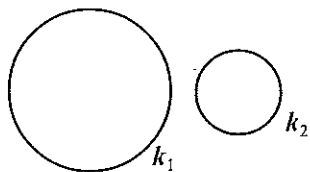
**5** Нацртај две кружници  $k_1$  ( $0, 2 \text{ cm}$ ) и  $k_2$  ( $0, 3 \text{ cm}$ ).

Си нацртал две кружници кои имаат заеднички центар. За такви две кружници велíme дека се **концентрични кружници**.

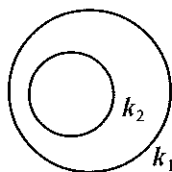
Очигледно, тие немаат заеднички точки.



**6** Воочи уште две положби кога кружниците  $k_1$  и  $k_2$  немаат заеднички точки, т.е. кога  $k_1 \cap k_2 = \emptyset$ .

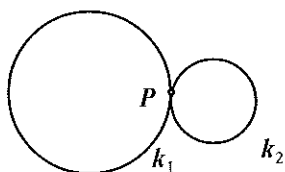


Кружниците се надвор една од друга

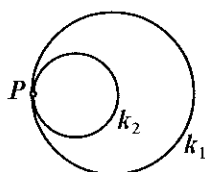


Еднава кружница се наоѓа во другата

**7** Воочи ги двете положби кога кружниците се допираат, т.е. кога  $k_1 \cap k_2 = \{P\}$ . Точката  $P$  е допирна точка на кружниците.

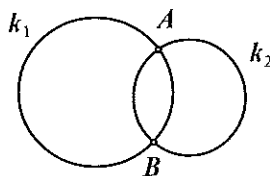


Кружниците се допираат однадвор



Кружниците се допираат однава

**8** Воочи го и последниот случај кога кружниците се сечат во две точки, т.е.  $k_1 \cap k_2 = \{A, B\}$ . Точките  $A$  и  $B$  ги викаме пресечни точки на кружниците.



**9** Нацртај ја во својата тетратка секоја можност од задачите 6, 7, 8.

10) Нацртај една отсечка  $AB$  со должина  $5\text{ cm}$  и две кружници:

а)  $k_1 (A, 25\text{ mm})$  и  $k_2 (B, 2\text{ cm})$ .

б)  $k_1 (A, 2\text{ cm})$  и  $k_2 (B, 3\text{ cm})$ .

в)  $k_1 (A, 3\text{ cm})$  и  $k_2 (B, 3\text{ cm})$ .

★ Каква е меѓусебната положба на кружниците  $k_1$  и  $k_2$  во секој од овие случаи?

11) Нацртај отсечка  $\overline{AB} = 1\text{ cm}$  и две кружници:

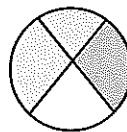
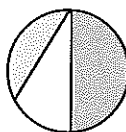
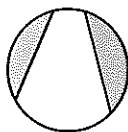
а)  $k_1 (A, 3\text{ cm})$  и  $k_2 (B, 2\text{ cm})$ ;

б)  $k_1 (A, 3\text{ cm})$  и  $k_2 (B, 15\text{ mm})$ .

★ Какви положби доби?

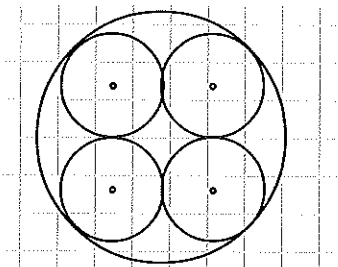
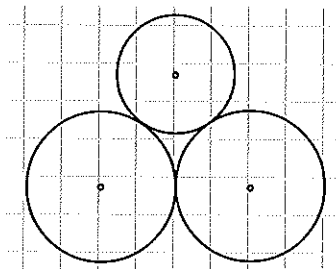
12) Две тетиви го делат кругот на три или на четири дела.

★ На колку делови го делат кругот три тетиви?



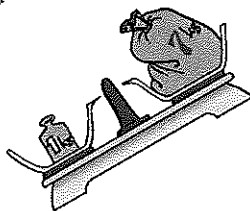
13) Обиди се да откриеш како се нацртани овие фигури, а потоа нацртај ги во својата тетратка.

★ Можеш ли и сам да нацрташ некои интересни фигури?



**Каче на истражувањето**

Располагаш само со еден тег од  $1\text{ kg}$ . Обиди се со три мерења да измериш  $7\text{ kg}$  ориз.



## 5.7. Основни и избегени поими

**A** Сега ќе научиш дека во математиката некои поими не ги дефинираме.

- 1** Веќе петта година како учиш математика. За ова време го збогати својот математички речник со многу **математички поими**: *збир, разлика, собирок, множител, деленик, делител, содржател, множестоиво, точка, права, описечка, кружница, штевица, приаголник, квадрат, коцка, пирамида, точка итн.*
- ★ Наброј уште математички поими што си ги изучувал.

- 2** За секој од овие поими веројатно, во своите мисли, имаш формирано некоја претстава што значи тој. За некои од нив можеш лесно да се искажеш, со зборови да опишеш, што подразбираш под тој поим. Но, за некои и не можеш, како „знаеш што е тоа“.

На пример, тешко можеш да објасниш што е *природен број* или што подразбираш под поимот *точка*. Но, затоа поимот *дијаметар на кружница* можеш многу поточно да го објасниш, да го опишеш:

*Дијаметар на кружница е штевица која минува низ центарот на кружницата.*

т.е. да одговориш на прашањето „Што е дијаметар на кружница?“

За оваа реченица велиме дека е **дефиниција** на поимот *дијаметар на кружница*.

Воопшто, секое искажување со кое се објаснува, се опишува, се осмислува еден поим и се согледува неговата содржина преку други, веќе познати поими, ја викаме *дефиниција*.

Во овој учебник некои од дефинициите се истакнати со зелена боја.

- ★ Како ќе одговориш на прашањето *Што е штевица?*
- ★ Како ќе го дефинираш поимот *описечка?*
- ★ Што подразбираш под поимот *геометриска фигура?*

- 3** Ако точно одговори на претходните три прашања, веројатно ја согледа нивната поврзаност со поимот *дијаметар*. Но, да почнеме по ред, со скратено искажување.

Дијаметар е *тешка*...      Тетива е *отсечка*...  
 Отсечка е множество од точки на една права...

Очигледно, ова „нижење“ на поими не можеме да го продолжиме до бескрај – бројот на поимите е ограничен. Затоа треба на некое место да престанеме.

Во математиката така и се прави. Некои поими се земаат за **почетни**. Нив ги викаме **основни поими** и не ги дефинираме, а ги користиме при дефинирањето на други поими.

За основни поими во геометријата, обично, ги земаме поимите: **точка**, **права**, **рамнина** и **растојание**, а во математиката уште и поимите: **број** и **множество**.

Поимите, пак, што ги дефинираме ги викаме **изведени поими**.

✪ Наведи барем пет изведени поими што ги изучи оваа година.



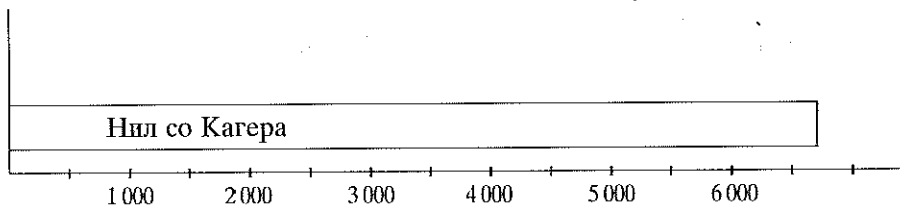
**Читање податоци**

Кои се најдолгите реки во светот?

Одговорот на ова прашање ќе го најдеш во следната табела

Најдолги реки во светот		
Река	Континент	Долж. (km)
Волга	Европа	3 688
Дунав	Европа	2 850
Јангце-Кјанг	Азија	6 380
Об со Иртиш	Азија	5 520
Нил со Кагера	Африка	6 695
Заир	Африка	4 667
Мисисипи со Мисури	Северна Америка	6 019
Мекензи	Северна Америка	4 250
Амазон	Јужна Америка	6 516
Парана	Јужна Америка	4 500
Мјуреј со Дарлинг	Австралија и Океанија	3 750

- а) Заокружи ги должините на реките на 100 km.  
На пример: 3 688 km  $\approx$  3 700 km.
- б) Потом прикажи ги со столбест дијаграм. (За секои 100 km должина на дијаграмот избори 2 mm.)
- в) Напиши нова табела во која реките ќе бидат подредени според нивната должина, почнувајќи од најдолгата.



- г) Се сложуваш ли дека од столбестиот дијаграм споредувањето на должините на реките е поочигледно, но не и поточно, отколку во табелата?
- д) Смисли барем три прашања во врска со овие податоци.
- ѓ) Нашиот Вардар е долг 301 km, т.е. приближно 300 km. Пресметано ( $6\,700 : 300 = 67 : 3$ ), тој е повеќе од 22 пати пократок од Нил со Кагера.

 **Читање податоци**

Резултатите од разни мерења, пребројувања, потоа податоците од производството и од трговијата често пати се прикажуваат со табели. Од нив можеш брзо и лесно да ги споредуваш податоците и да извлекуваш заклучоци.

Во текот на шест дена, Зоки двапати дневно ја мерел температурата на воздухот, а добиените податоци ги запишуваме во табелата:

	Понеделник	Вторник	Среда	Четврток	Петок	Сабота
Наутро	7°	4°	6°	10°	9°	8°
Попладне	24°	21°	25°	28°	25°	23°

- ☛ Што можеш да дознаеш од оваа табела?
- Во кој ден температурата била највисока?
  - Кој ден бил најладен?
  - Во кој ден температурната разлика е најголема?
  - Формулирај и ти некое прашање. Направи слични мерења...

☛ Во табелата се дадени податоци за производството на пченица, во тони, во Република Македонија во интервали од по 5 години.

- Во која година имало најбогата жетва?
- Постави слични прашања и обиди се да одговорим на нив.

1975	1980	1985	1990	1995
286 696	273 406	288 455	231 392	381 266

☛ За секој спорт заокружи го бројот на спортистите на плјади, а потоа претстави ги овие податоци со столбест дијаграм.

- Кои два спорта се најомилени?
- Со кој спорт се бават најмал број спортисти?
- Со кој спорт се бавиш ти?

Спорт	Број на спортисти
Атлетика	49 756
Пливање	32 617
Фудбал	60 281
Одбојка	37 740
Кошарка	44 805
Борење	28 142

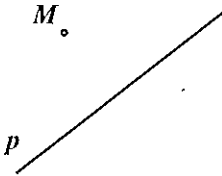
## НЕ ЗАБОРАВИ ДЕКА...!

- \* Секоја геометриска фигура е непразно множество точки.
- \* На секоја права лежат бесконечно многу точки.
- \* Низ една точка минуваат бесконечно многу прави.
- \* Низ кои било две точки минува точно една права.
- \* Правите  $a$  и  $b$  или се сечат или се паралелни.
- \* Множеството од сите точки од правата  $p$  од една страна на која било нејзина точка  $O$ , вклучувајќи ја и точката  $O$ , го викаме полу-права.
- \* Геометриска фигура што ги содржи точките  $A$  и  $B$  и сите точки што лежат меѓу шв ја викаме отсечка.
- \* Ако  $S$  е внатрешна точка на отсечката  $AB$  и ако  $\overline{AS} = \overline{SB}$ , тогаш велиме дека  $S$  е средна точка или средина на отсечката  $AB$ .
- \* За две отсечки што имаат еднакви должини велиме дека се складни.
- \* Унија на две или повеќе надоврзани отсечки, кај кои никои две соседни не лежат на исти прави, се вика искршена линија.
- \* Кружница е множество од сите точки во рамнината, кои се на еднакво растојание од една фиксна точка во таа рамнина.
- \* Отсечката чии крајни точки се центарот на кружницата и која било точка од кружницата ја викаме радиус.
- \* Тетива е отсечка чии крајни точки лежат на кружницата.
- \* Дијаметар е тетива што минува низ центарот на кружницата.
- \* Геометриската фигура образувана од една кружница и од нејзиниот внатрешен дел ја викаме круг.
- \* Кружницата (кругот) е напoлно определена ако ги знаеме нејзиниот центар и радиус.
- \* Една права или нема заеднички точки со кружницата, или има една заедничка точка (тангента), или има две заеднички точки (секанта).
- \* Две кружници или немаат заеднички точки, или имаат една заедничка точка (се допираат однадвор или одвнатре), или имаат две заеднички точки (се сечат).
- \* Концентричните кружници имаат ист центар, а различни радиуси.
- \* Основни поими се: точка, права, рамнина, растојание, број и множество.
- \* Изведени (дефинирани) поими се: отсечка, полуправа, агол, кружница, тетива, дијаметар, тангента, делител, содржател...

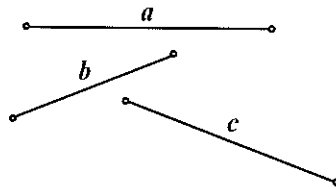
ТЕСТ V

- 1) Колку прави минуваат  
 а) низ една точка? б) низ две точки? (2)

- 2) Нацртај некоја отсечка  $AB$  и одреди ја нејзината средина  $S$ . (2)

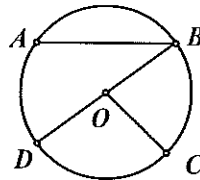
- 3)  а) Нацртај права  $a$  што минува низ точката  $M$  и е паралелна со правата  $p$ . (2)  
 б) Нацртај права  $n$  што минува низ точката  $M$  и е нормална на правата  $p$ . (2)  
 в) Каква е заемната положба на правите  $a$  и  $n$ ? (2)

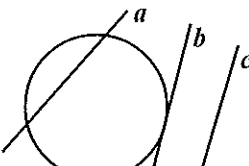
- 4) Избери полуправа  $OX$  и нацртај ја отсечката што е еднаква на  $a + b - c$ . (4)



- 5) Дополни ја дефиницијата: Кружница е множество точки \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_ (2)

- 6) Дополни според цртежот:  
 а) Радиус е отсечката \_\_\_\_\_  
 б) Тетива е отсечката \_\_\_\_\_  
 в) Дијаметар е отсечката \_\_\_\_\_ (3)



- 7)  Која права е:  
 а) секанта? б) тангента? (2)

- 8) Нацртај две кружници што се допираат  
 а) однадвор; б) одвнатре. (4)

Скала за оценување	Доволен	Добар	Многу добар	Одличен
	9 - 13	14 - 17	18 - 21	22 - 25



## 6. АГЛИ И МНОГУАГОЛНИЦИ

Со изучување на овие геометриски содржини ќе ги прошириш своите знаења за агли и за многуаголници и ќе можеш:

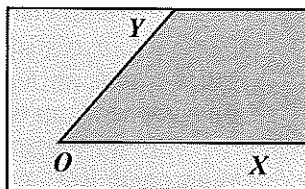
- да дефинираш агли и да разликуваш разни видови агли;
- да мериш и да споредуваш агли;
- да дефинираш и да конструираш симетрала на агол, симетрала на отсечка и нормала на права;
- да одредуваш растојание од точка до права;
- графички да собираш и да одземаш агли;
- да објаснуваш што е многуаголник, да дефинираш дијагонала на многуаголник и да го пресметуваш бројот на дијагоналите во еден многуаголник;
- да дефинираш триаголник и да вршиш поделба на триаголниците според аглите и страните;
- да ги запишуваш и да ги користиш формулите за пресметување периметар на триаголник.

- 6.1. Агли. Означување агли
- 6.2. Мерење агли
- 6.3. Графички операции со агли
- 6.4. Аритметички операции со агли
- 6.5. Уште два пара агли
- 6.6. Многуаголник
- 6.7. Дијагонали на многуаголник
- 6.8. Елементи на триаголник. Видови триаголници
- 6.9. Периметар на триаголник

## 6.1. Агли. Означување агли

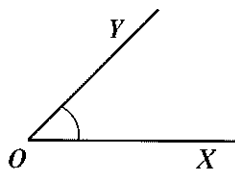
- A** За агли учеше во III одделение. Сега ќе ги прошириш своите знаења за оваа геометриска фигура.
- 1 Нацртај некоја полуправа и означи ја. Нацртај сега две полуправи со заеднички почеток. Што доби?
  - 2 Нацртај еден агол и означи го. Кои елементи на агол знаеш?
  - 3 Полуправите  $OX$  и  $OY$  ја делат рамнината на два дела (две области). Секој од нив е ограничен од полуправите (на цртежот се означени со две различни бои).

Геометриска фигура образувана од две полуправи со заедничка почетна точка и делот од рамнината ограничен со тие полуправи ја викаме агол.

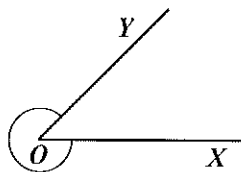


Зачи, двете полуправи  $OX$  и  $OY$  определуваат два агла. Вообичаено е со кружен лак да истакнеме на кој од овие два мислите.

а)



б)



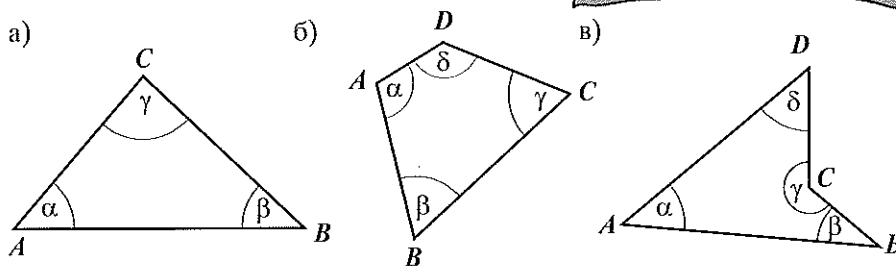
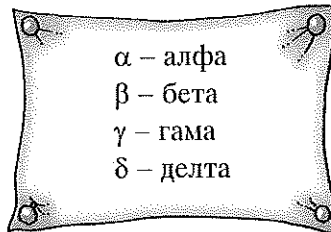
Полуправите  $OX$  и  $OY$  ги викаме **краци на аголот**, а нивната заедничка почетна точка  $O$ -**теме на аголот**. Аголот на цртежот а) ќе го означиме со  $\sphericalangle XOY$ , а аголот на цртежот б) со  $\frown XOY$ .

- 4 Нацртај произволен агол  $\sphericalangle AOB$  и  $\frown CMD$ . Која точка е теме на секој од овие агли?
- 5 Делот од рамнината што му припаѓа на аголот, означен со лак, го викаме **внатрешен дел на аголот**, а секоја точка од тој дел на рамнината ја викаме **внатрешна точка на аголот**.

**Б** Аглите се толку важни што според нив и многуаголниците ги добиле своите имиња: три-аголник, четири-аголник, пет-аголник итн.

**6** Нацртај некој триаголник  $ABC$  и некој четириаголник  $PQRS$ , а потоа запиши ги сите нивни агли.

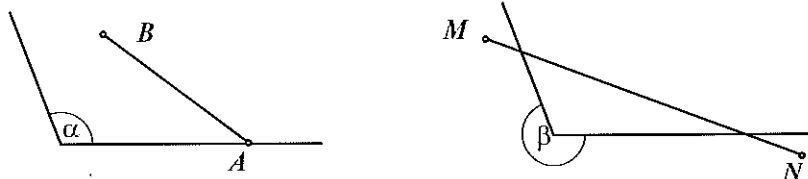
**7** Аглите ги означуваме и со мали букви од грчката азбука. Запиши го секој од аглите  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  со помош на темињата на триаголникот, односно четириаголникот:



**Б**  $\alpha = \angle BAD$ ,  $\gamma = \angle BCD$

**В** Сега ќе се запознаеш со некои видови агли.

**8** Воочи ги аглите  $\alpha$  и  $\beta$  и отсечките  $AB$  и  $MN$ . Дали сите точки на отсечката  $AB$  припаѓаат на внатрешниот дел на аголот  $\alpha$ ? А дали истото важи за отсечката  $MN$  и аголот  $\beta$ ?

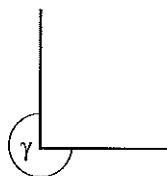
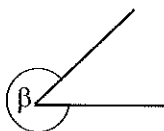
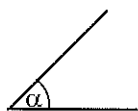


За аголот  $\alpha$  велиме дека е конвексен.

За еден агол велиме дека е конвексен агол, ако секоја отсечка чии крајни точки лежат на краците на аголот или во неговиот внатрешен дел целата лежи во тој агол.

За аголот  $\beta$  велиме дека не е конвексен.

★ Кој од аглите на следниот цртеж се конвексни?

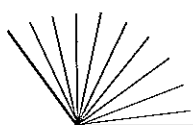
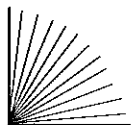
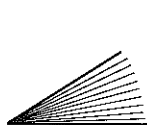


9 Нацртај еден остар и еден тап агол. Дали овие агли се конвексни? Дали правиот агол е конвексен?

✦ Нацртај два неконвексни агли.

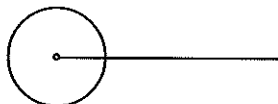
10 Аголот можеш да го сфатиш и како трага што полуравната ја остава при вртење околу својата почетна точка.

Земи затворен шестар. Едниот крак на шестарот нека мирува, а другиот полека отварај го. Ќе добиваш сè поголеми агли, прво остри, па еден прав, потоа тапи.

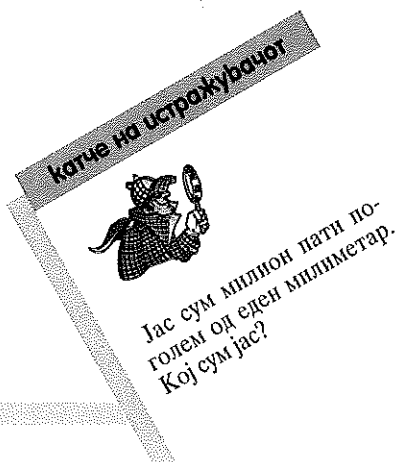
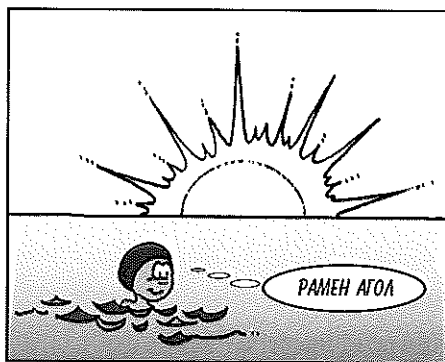


Агол чии краци образуваат права, го викаме **рамен агол**.

11 Ако едниот крак на полниот агол продолжи да се врти се до поклопување со другиот крак, велиме дека сме добиле **полн агол**. Неговата област е целата рамнина. Всушност, ние цртаме и гледаме само една полуправа, а си замислуваме како да се две.



12 Каков агол образуваат стрелките на часовникот точно во 6 часот?



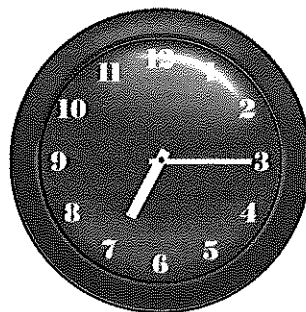
## 6.2. Мерење агли

**A** Сега ќе научиш да мериш агли со агломер.

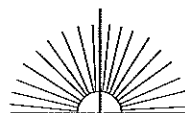
**1** Досега научи да мериш големина на некои величини: должина, маса, време, плоштина и волумен (на течности). Со кои мерни единици ги мериме големините на овие величини?

**2** Некои агли и досега споредувавме. Значи, зборувавме за **големина на агол**. Големината на аголот, како и секоја друга, ќе ја одредиме со мерење. А за мерење се потребни **мерни единици**. Секако, и направа за мерење. Значи, треба прво да избереме единичен агол – како мерна единица.

★ Дали часовникот со стрелки нуди добра идеја? Тука кружницата е поделена на 60 еднакви делови.



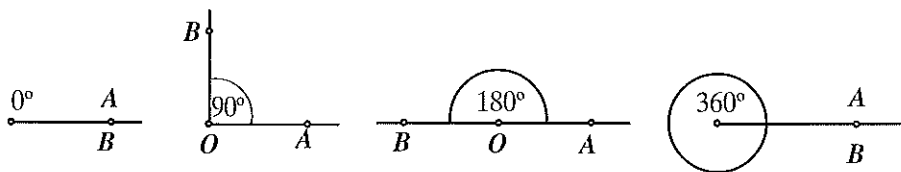
**3** Како единица за мерење агли го земаме 180-тиот дел од големината на рамниот агол. Значи, рамниот агол е поделен на 180 еднакви делови, т.е. на 180 еднакви агли. Еден таков агол е, всушност, единичен агол. Велиме дека неговата големина е **1 степен** и запишуваме  $1^\circ$ .



Според тоа, **големината на рамниот агол е  $180^\circ$  (180 степени)**.

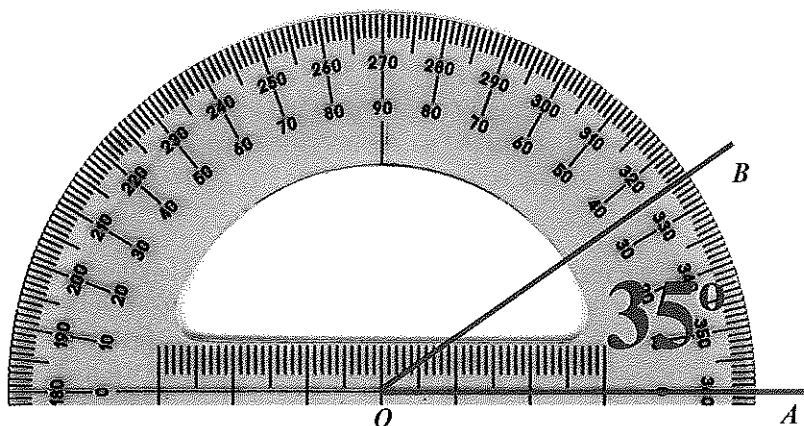
★ Образложи зошто полниот агол има  $360^\circ$ , а правиот  $90^\circ$ .

★ Како ќе нацрташ агол од  $0^\circ$ ?



**4** Направата со која ги мериме аглите ја викаме **агломер**. Тој се состои од еден полукружен и еден рамен дел. Надворешниот и внатрешниот кружен раб е разделен на 180 еднакви делови. На таа скала ги мериме аглите од  $0^\circ$  до  $180^\circ$ .

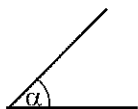
- 5 Како ќе измериш агол со агломер?



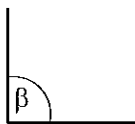
Нацртај еден агол  $AOB$ . Постави го агломерот така што неговиот центар (центарот на двете полукружници) се совпадне со темето  $O$  на аголот, а едниот крак на аголот да се совпадне со рамниот дел на агломерот (со ознака  $0^\circ$  и  $180^\circ$ ). Тогаш прочитај го бројот од скалата на агломерот кој се совпаѓа со другиот крак на аголот. Значи,  $\angle AOB = 35^\circ$ . (И големината на аголот ја означуваме како и самиот агол.)

- 6 Измери ги со агломер следните агли:

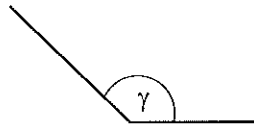
а)



б)

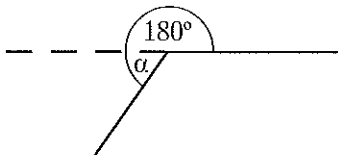


в)

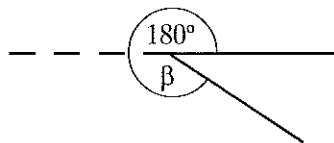


- 7 Измери ги следните неконвексни агли:

а)



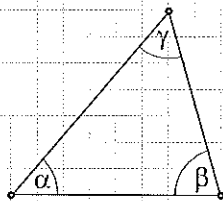
б)



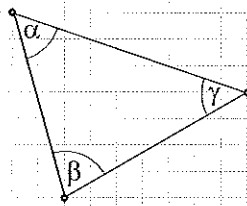
Измери го прво конвексниот агол  $\alpha$ .

8 Користи ја квадратната мрежа и прецртај ги фигурите во својата тетратка. Прво процени, а потоа измери ги сите агли.

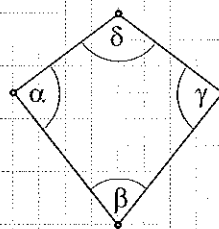
а)



б)



в)



Б Аглите ги споредуваш како и секои други броеви.

9 Решавајќи ја претходната задача в), веројатно утврди дека  $\alpha = \gamma$ , т.е. аглите  $\alpha$  и  $\gamma$  имаат еднакви големини.

За два агли кои имаат еднакви големини велиме дека се **еднакви агли** или **складни агли**.

За кои било два агла  $\alpha$  и  $\beta$ , точна е само една од трите можности:

или  $\alpha < \beta$ , или  $\alpha = \beta$  или  $\alpha > \beta$ .

★ Подреди ги, почнувајќи од најмалиот, аглите  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  од задачата 8. а) и 8. б).

10 Со помош на агломер, нацртај ги аглите:

а)  $\alpha = 50^\circ$     б)  $\beta = 135^\circ$     в)  $\gamma = 210^\circ$     г)  $\delta = 270^\circ$

★ Можат ли краците на неконвексен агол да бидат заемно нормални?

11 Препиши ја, а потоа пополни ја табелата

остар					полн
$\alpha < 90^\circ$	$\alpha = \square$	$\square < \alpha < 180^\circ$	$\alpha = \square$	$\square < \alpha < \square$	$\alpha = \square$

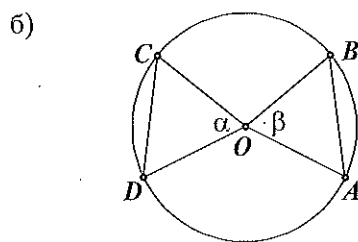
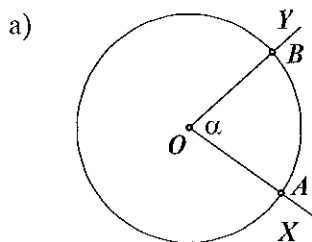
## 6.3. Графички операции со агли

**A** Отсега па натаму ќе разгледуваме само конвексни агли. Сега ќе научиш за едно важно својство на централните агли.

**1** Нацртај една кружница  $k(O, r)$  и две полуправи со почетна точка  $O$ . Си нацртал **централен агол**.

**Агол чие теме е во центарот на кружницата го викаме централен агол.**

**2** Воочи го цртежот а). Секој од краците на централниот агол  $\alpha = XOY$  содржи по еден радиус на кружницата. На цртежот тоа се радиусите  $AO$  и  $OB$ . Тие, пак, определуваат точно еден кружен лак  $AB$  и една тетива  $AB$ . Значи, на секој централен агол му одговара точно една тетива во кружницата, и обратно: на секоја тетива во кружницата ѝ одговара точно еден централен агол.



**3** Воочи го сега цртежот б). Централните агли  $\alpha$  и  $\beta$  се еднакви, т.е. складни.

★ Според тебе, дали и тетивите  $AB$  и  $CD$  се еднакви?

★ Дали може при некое завртување на аголот  $\beta$ , тој да се совпадне со аголот  $\alpha$ ?

За централните агли и соодветните тетиви важи следното својство:

**Во една кружница или во две складни кружници на еднакви централни агли им одговараат еднакви тетиви, и обратно: на еднакви тетиви им одговараат еднакви централни агли.**

**4** Нацртај кружница  $k(O, 3\text{ cm})$  и два еднакви централни агли. Провери дали тетивите што им одговараат се еднакви.

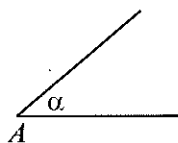


**Б** Досега научи да конструираш отсечка – еднаква на дадена отсечка. Отсечките ги мериш со линијар, а ги пренесуваш на полуправа. Аглите ги мериш со агломер, чија скала е полукружна. Дали тоа значи дека и пренесувањето на аглите ќе има некоја врска со кружниците или кружниот лак?

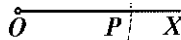
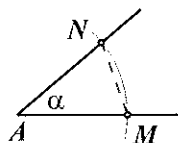
**5** Можеш ли претходното својство на централните агли да го искористиш за конструкција на агол – еднаков на даден агол? Секако, еден крак на бараниот агол можеш веднаш да нацрташ – тоа е некоја полуправа. Останува да се нацрта уште еден. Како?

Еве ги сите четири чекори на конструкцијата:

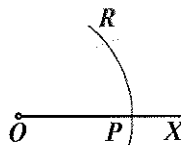
1° (Аголот  $\alpha$  е даден). Нацртај некоја полуправа  $OX$ .



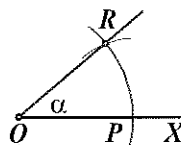
2° Со произволен отвор на шестарот нацртај кружен лак со центри во темето  $A$  на аголот  $\alpha$  и почетната точка  $O$  на полуправата  $OX$ .



3° Со отвор на шестарот еднаков на тетивата  $MN$ , нацртај лак со центар во точката  $P$ , и одреди го пресекот  $R$  со претходно нацртаниот лак.



4° Нацртај полуправа  $OR$  и тоа е вториот крак на аголот  $POR$ , кој е еднаков на дадениот агол  $\alpha$ .

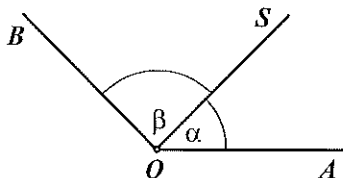


Со оваа конструкција ти изврши графичко пренесување на агол.

**6** Нацртај некој агол  $\alpha$ , а потоа конструирај агол  $\beta$ , еднаков на аголот  $\alpha$ .

7 Дополни: Централниот агол што одговара на дијаметарот на кружницата се вика  агол и има  степени.

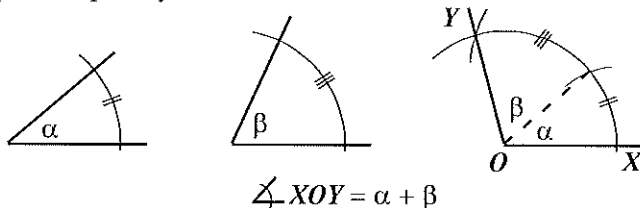
8 Воочи ги аглите  $\alpha$  и  $\beta$ .  
Што им е заедничко?



Два агла кои имаат еден заеднички крак, а немаат заеднички внатрешни точки ги викаме соседни агли.

★ Ако го изоставиш заедничкиот крак  $OS$ , кој агол го добиваш? Колкав е тој агол?

9 Можеш ли пдејата за „бришење“ на заедничкиот крак на два соседни агли да ја искористиш за наоѓање збир на два агли? Како? Доволно е да ги доведеш во положба на соседни агли. А за тоа ја користиш конструкцијата за графичко пренесување на агли.

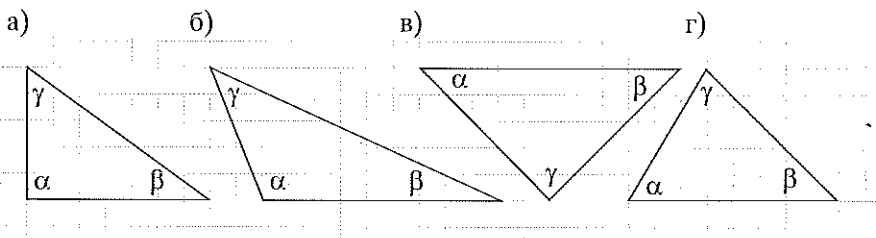


10 Оваа постапка се вика **графичко собирање на агли**.

- Нацртај два остри агли, а потоа конструирај го нивниот збир.
- Нацртај два тупи агли и одреди го графички нивниот збир.

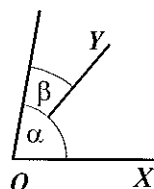
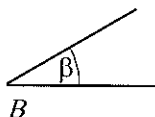
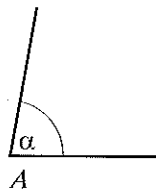
11 Прецртај во тетратката, а потоа најди  $\alpha + \beta + \gamma$ .

★ Каков агол е нивниот збир?



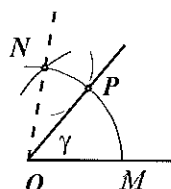
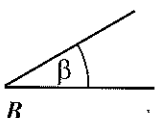
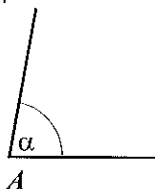
12) Ако  $\alpha + \beta = \gamma$ , колку е  $\beta$ ?

13) Воочи го цртежот в). Можеш ли да образложиш како е нацртан? На што е еднаков аголот  $\angle XOY$ ?



Веројатно заклучи дека  $\angle XOY = \alpha + \beta$ .

14) Воочи сега како е конструирана разликата  $\alpha - \beta$  ( $\alpha > \beta$ ) на два дадени агли  $\alpha$  и  $\beta$ .



15) Нека  $\alpha$  е тап агол, а  $\beta$  остар. Конструирај ја разликата  $\alpha - \beta$ .

16) Нацртај некој остроаголен триаголник  $ABC$ . Конструирај:

а)  $\angle A + \angle B - \angle C$ ;      б)  $\angle B + \angle C - \angle A$ .

17) Нека  $\alpha$  и  $\beta$  се остри агли и нека  $\alpha > \beta$ .  
Конструирај:

а)  $2\alpha + \beta$ ;

б)  $\alpha + 2\beta$ ;

в)  $2\alpha - \beta$

катче на истражувањето

Рекс тежи 3 пати повеќе од  
Тошо. Која е тежината на  
секое животно?

8 1/2



## 6.4. Аритметички операции со агли

**A** Собирањето и одземањето на аглие чии мерни броеви ти се познати, можеш да го вршиш и аритметички, т.е. со сметање.

1 Дадени се аглие  $\alpha = 71^\circ$ ,  $\beta = 43^\circ$  и  $\gamma = 35^\circ$ . Најди:

а)  $\alpha + \beta$ ;      б)  $\beta + \gamma$ ;      в)  $\alpha - \gamma$ ;      г)  $\alpha + \beta - \gamma$ .

б ►  $\beta + \gamma = 43^\circ + 35^\circ = 78^\circ$ .

2 За мерење агли некогаш е потребно да користиме помали единици од степенот. Помали единици од степенот се **аглова минута** и **аглова секунда**. Една аглова минута е 60-ти дел од степенот и ја означуваме со  $1'$ , а една аглова секунда е 60-ти дел од агловата минута – ознака  $1''$ .

1 степен = 60 минути	$1^\circ = 60'$
1 минута = 60 секунди	$1' = 60''$

★ Колку аглови секунди, кратко секунди, има  $1^\circ$ ?

3 а) Колку аглови минути имаат;  $2^\circ$ ,  $5^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $90^\circ$ ?  
б) Колку аглови секунди имаат;  $3'$ ,  $8'$ ,  $20'$ ,  $45'$ ?

4 Ако алот  $\alpha$  има 25 степени, 42 минути и 17 секунди, кратко запишуваш:  
 $\alpha = 25^\circ 42' 17''$ .

★ Прочитај го записот:  $\beta = 74^\circ 29' 5''$

5 Да ги одредиме сега збирот и разликата на аглие  
 $\alpha = 44^\circ 27' 23''$  и  $\beta = 31^\circ 9' 18''$

★ Прво воочи како треба да ги запишеш еден под друг.

$44^\circ 27' 23''$	$44^\circ 27' 23''$
$+ 31^\circ 09' 18''$	$- 31^\circ 09' 18''$
<hr style="width: 100%;"/>	<hr style="width: 100%;"/>
$75^\circ 36' 41''$	$13^\circ 18' 05''$

Значи:  $\alpha + \beta = 75^\circ 36' 41''$ ,  $\alpha - \beta = 13^\circ 18' 5''$ .

6 Ако  $\alpha = 53^\circ 31' 32''$  и  $\beta = 24^\circ 17' 15''$ , најди  $\alpha + \beta$  и  $\alpha - \beta$ .

7 Пресметај го збирот и разликата на аглите:

$$\alpha = 103^\circ 56' 19'' \text{ и } \beta = 19^\circ 43' 27''$$

$$\begin{array}{r} \blacktriangleright \quad 103^\circ 56' 19'' \\ + \quad 19^\circ 43' 27'' \\ \hline 122^\circ 99' 46'' \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Бидејќи } 99' = 60' + 39' = 1^\circ 39' \\ \text{имаме:} \\ \alpha + \beta = 123^\circ 39' 46''. \end{array}$$

Од  $19''$  не можеш да одземеш  $27''$ , затоа позајмуваш 1 минута од намаленикот и ја претвораш во  $60''$ .

Така добиваш:  $\alpha = 103^\circ 55' 79''$ . Понатаму е лесно.

$$\begin{array}{r} 103^\circ 55' 79'' \\ - 19^\circ 43' 27'' \\ \hline 84^\circ 12' 52'' \end{array} \quad \text{Значи: } \alpha - \beta = 84^\circ 12' 52''.$$

8 Пресметај:  $30^\circ - 12^\circ 34' 56''$

$$\blacktriangleright \quad 30^\circ = 29^\circ 60' = 29^\circ 59' 60''$$

9 Нека  $\alpha = 82^\circ 14' 38''$ ,  $\beta = 56^\circ 32'$ ,  $\gamma = 37^\circ 54'$ . Пресметај:

а)  $\alpha - \beta$ ;                      б)  $\beta - \gamma$ ;                      в)  $\beta + \gamma - \alpha$ .

**Б** Во геометријата правиот агол и рамниот агол имаат посебно значење. Правиот агол е граница меѓу острите и тупите агли, а рамниот меѓу конвексните и неконвексните. Затоа и два агла чиј збир е  $90^\circ$  или  $180^\circ$  добиле посебни имиња.

Два агла чиј збир е  $90^\circ$  ги  
викаме комплементни агли.

Два агла чиј збир е  $180^\circ$  ги  
викаме суплементни агли.

10 Дали се комплементни аглите:

- а)  $32^\circ$  и  $58^\circ$ ?  
б)  $44^\circ$  и  $56^\circ$ ?  
в)  $19^\circ 35'$  и  $40^\circ 25'$ ?

11 Дали се суплементни аглите:

- а)  $120^\circ$  и  $60^\circ$ ?  
б)  $112^\circ$  и  $78^\circ$ ?  
в)  $143^\circ 27'$  и  $36^\circ 33'$ ?

12 Ако  $\alpha = 72^\circ$ , колкав е неговиот:

- а) комплементен агол?      б) суплементен агол?

катче на истражувањето



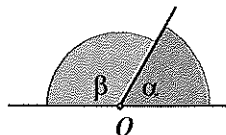
Исеци два квадрати (еден над друг) по дијагонала. Стави ги четирите парчиња на начин да добнеш еден квадрат.

## 6.5. Уште два пара агли

**A** Веќе научи за три вида парови агли: соседни, комплементни и суплементни. Сега ќе научиш уште за два пара агли.

- 1** Воочи го цртежот. Какви се аглите  $\alpha$  и  $\beta$ ? Што им е заедничко? Значи тие се соседни агли.

**Два соседни агли чии надворешни краци образуваат права ги викаме напоредни агли.**



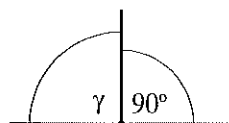
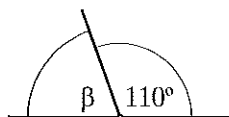
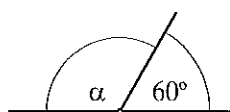
- 2** а) Како најлесно ќе нацрташ два напоредни агли?  
б) Како најбрзо ќе нацрташ агол, напореден на даден агол?
- 3** Нацртај триаголник  $ABC$  со агли  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ , а потоа нацртај ги напоредните агли на  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ .
- 4** Колкав е збирот на два напоредни агли? Тогаш, дали напоредните агли се суплементни? А дали суплементните агли мораат да бидат напоредни? Значи:  
*Два напоредни агли се секогаш суплементни, на два суплементни агли не се секогаш и напоредни.*

- 5** Пресметај го, од цртежот, другиот напореден агол.

а)

б)

в)

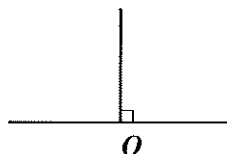


**6** Од  $\beta + 110^\circ = 180^\circ$  следува  $\beta = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$ .

- 6** Дали е можно два напоредни агли да бидат еднакви? Нацртај два еднакви напоредни агли. Какви агли доби?  
Сега можеме да речеме дека:

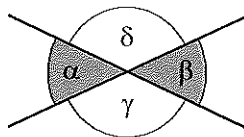
**Агол што е еднаков со својот напореден агол го викаме прав агол.**

Правниот агол ќе го означуваме со мало квадратче кај темето.



- 7** Нацртај некој прав агол.

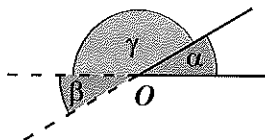
- 8 Нацртај две прави што се сечат. Колку агли можеш да воочиш на цртежот? Веројатно многу! Сите имаат заедничко теме – пресекот на правите, а некои имаат и заеднички краци. На цртежот се истакнати два пара на конвексни агли: парот  $\alpha$  и  $\beta$  и парот  $\gamma$  и  $\delta$ . За нив велиме дека се **накрсни агли**.



Два конвексни агли, чии краци се составни полуправи, ги викаме **накрсни агли**.

- 9 Колку пара накрсни агли образуваат две прави што се сечат? А колку 3 прави што се сечат во иста точка?
- 10 Ако ги продолжиш краците на аголот  $\alpha$  зад неговото теме  $O$ , каков агол ќе добиеш?

✦ Според тебе, дали два накрсни агли се еднакви? Провери со мерење или со прозирна хартија и утврди дека  $\alpha = \beta$ .

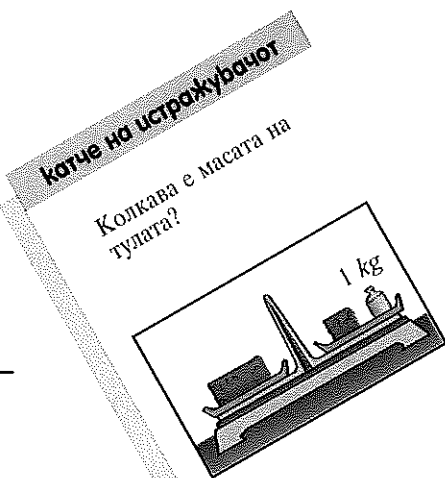
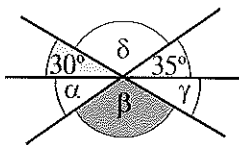
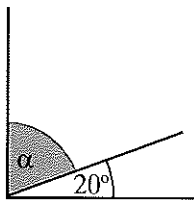
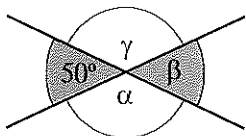


**Накрсните агли се складни.**

- 11 Воочи го уште еднаш цртежот. Кои од истакнатите агли се напоредни? Значи:

$$\left. \begin{aligned} \alpha + \gamma &= 180^\circ, \\ \beta + \gamma &= 180^\circ, \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \alpha &= 180^\circ - \gamma \\ \beta &= 180^\circ - \gamma \end{aligned} \quad \text{следува } \alpha = \beta.$$

- 12 Одреди ги непознатите агли од цртежот:

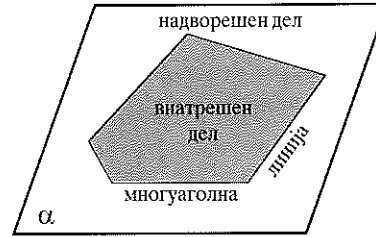


## 6.6. Многуаголник

**A** За многуаголник учеше во IV одделение. Сега ќе ги прошириш своите знаења, а ќе стекнеш и нови.

**1** За една проста затворена искршена линија ќе велиме дека е **многуаголна линија** или **полигонална линија**.

Секоја многуаголна линија ја разделува рамнината на два дела: **внатрешен** и **надворешен дел**.



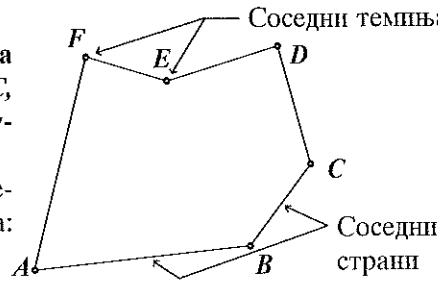
**2** Потсети се што е многуаголник?

Геометриската фигура образувана од една многуаголна линија и нејзиниот внатрешен дел ја викаме **многуаголник**.

**3** Воочи го многуаголникот на цртежот. Кои елементи на многуаголник знаеш?

Точките  $A, B, C, D, E, F$ , се **темиња** на многуаголникот, а отсечките  $AB, BC, CD, DE, EF, FA$  се **страни** на многуаголникот.

Многуаголникот го означуваш (именуваш) според неговите темиња:  $ABCDEF$ .



Темињата што лежат на една страна ги викаме **соседни темиња**, а страните што имаат заедничко теме ги викаме **соседни страни**.

- Колку темиња и колку страни има овој многуаголник?
- Кои соседни темиња и соседни страни се истакнати на цртежот?
- Кои се соседните страни на страната  $AB$ ?
- Кои се несоседните темиња на темето  $F$ ?

**4** Нацртај некој многуаголник со:

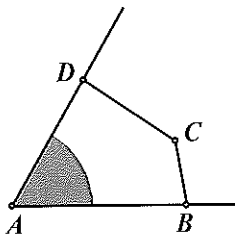
- пет темиња;
- четири страни.

**5** Колку најмалку темиња може да има многуаголникот?



- 6 На цртежот е истакнат аголот меѓу полуправите  $AB$  и  $AD$ . Тој агол го викаме **агол на многуаголникот** и го означуваме со  $\sphericalangle BAD$ .

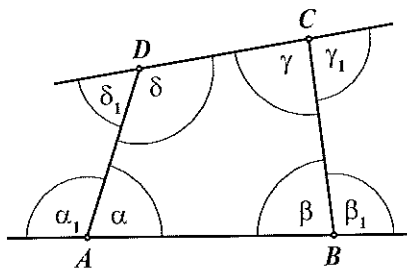
✪ Запиши ги другите агли на овој многуаголник.



- 7 Многуаголниците ги делиме, според бројот на агли (страните или темињата) на **триаголници, четириаголници, петаголници, шестаголници** итн. (Внимавај! Не: петоаголник, шестоаголник, итн.)

✪ Нацртај некој седумаголник и означи го. Постави неколку прашања во врска со неговите елементи.

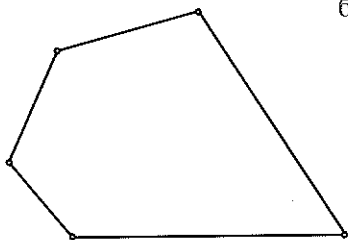
- 8 Воочи го четириаголникот  $ABCD$ . Аглите  $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \delta_1$  се напоредни на аглите  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  и се „надвор“ од четириаголникот. За нив велиме дека се **надворешни агли** на четириаголникот. Затоа аглите на четириаголникот  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  ги викаме уште и **внатрешни агли**.



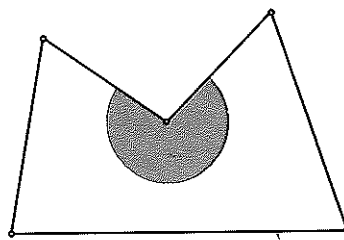
✪ Колку надворешни агли има петаголникот?

- 9 Потсети се на конвексен агол. Кој од двата многуаголника има неконвексен агол? Според тебе, кој од овие многуаголници е конвексен?

а)



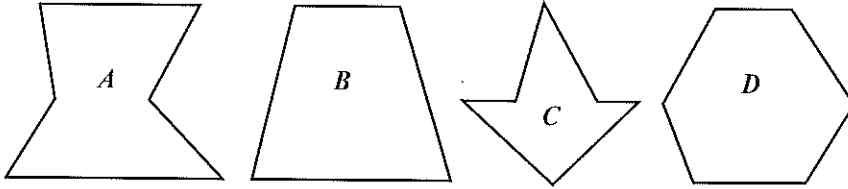
б)



За еден многуаголник велиме дека е **конвексен**, ако сите негови **внатрешни агли** се конвексни.

✪ Зошто многуаголникот на цртежот б) не е конвексен?

- 10 Кој од следните многуаголници е конвексен?

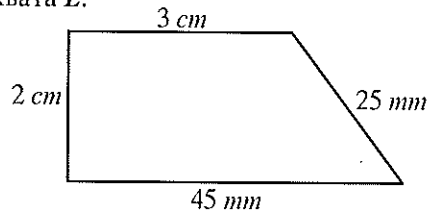


- 11 Дали секој триаголник е конвексен?

**Забелешка.** Отсега натаму ќе разгледуваме само конвексни многуаголници. Затоа, просто под *многуаголник* ќе подразбираме *конвексен многуаголник*.

- 12 Потсети се што е периметар на искршена линија и како го означуваше, односно пресметуваше. Тогаш, што е **периметар на многуаголник**? Тоа е, всушност, **периметарот на многуаголната линија** што го формира многуаголникот, односно **збирот од должините на страните на многуаголникот**. Го означуваме, најчесто, со буквата  $L$ .

- ✪ Пресметај го периметарот на многуаголникот чии должини на страните се дадени на цртежот.



$L = 45 \text{ mm} + 25 \text{ mm} + 30 \text{ mm} + 20 \text{ mm} = \boxed{\phantom{000}}$

- 13 Нацртај некој четириаголник, а потоа пресметај го неговиот периметар.

- 14 Избери три неколинеарни точки. Кој многуаголник е определен со нив? Пресметај го неговиот периметар.

- 15 Периметарот на еден триаголник е  $64 \text{ m}$ , а две од страните му се  $23 \text{ m}$  и  $19 \text{ m}$ . Колку метри е најмалата страна на триаголникот?

катче на истражувањето



Тошо и Мишо јадат глумче и пол за ден и пол. За колку дена ќе изедат 9 глумчиња?

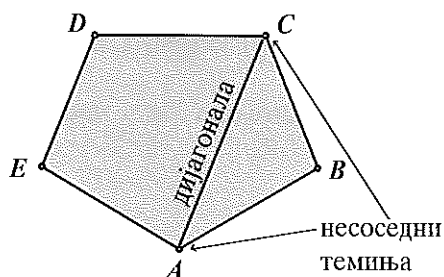
## 6.7. Дијагонали на многуаголник

**A** Сега ќе научиш што е дијагонала и ќе можеш да го пресметаш бројот на дијагоналите во секој многуаголник.

**1** Нацртај некој петаголник  $ABCDE$ , а потоа сврзи ги темињата  $A$  и  $C$ . Си нацртал една дијагонала на петаголникот  $ABCDE$ .

Отсечката чии крајни точки се две несоседни темиња на многуаголникот ја викаме дијагонала на многуаголникот.

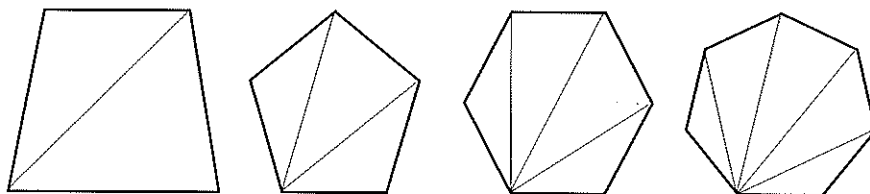
**★** Нацртај уште две дијагонали на петаголникот.



**2** Дали триаголникот има дијагонали? Дали многуаголникот може да има само една дијагонала?

**3** Нацртај некој четириаголник и повлечи ги сите негови дијагонали.

**4** Да видиме сега колку дијагонали можат да се повлечат од едно теме на многуаголникот. Нацртај четириаголник, петаголник, шестаголник, седумаголник и повлечи ги сите дијагонали што поаѓаат од едно теме.



Е, сега изброј ги! Но, број така за да согледаш кој е односот меѓу бројот на страните и бројот на дијагоналите. Тоа најдобро се прави од следната табела.

Број на страни ( $n$ )	3	4	5	6	7	...						
Број на дијагонали ( $d$ )	0	1	2	3	4	...						

Можеш ли да воочиш некоја правилност и да продолжиш со пополнувањето на табелата, без да ги црташ наредните многуаголници. Општиот заклучок е...

**Ако  $n$  е бројот на темињата на многуаголникот, тогаш од едно негово теме можеме да повлечеме  $n - 3$  дијагонали.**

5 Зоки се фали: „Па тоа е многу лесно! Од сите  $n$  темиња ги исклучувам самото теме и неговите две соседни, и – еве го тоа  $n - 3$ .“

☛ Образложи го резонирањето на Зоки.

6 Колку страни има многуаголникот, ако од едно негово теме можат да се повлечат:

а) 12 дијагонали      б) 17 дијагонали      в) 34 дијагонали.

☛ В▶ Одговорот е: Бројот на страните е за 3 поголем. Значи, тој многуаголник има 37 страни.

Можеме и со равенка:

$$n - 3 = 34, \quad n = 34 + 3, \quad n = 37$$

Значи многуаголникот има 37 страни.

7 Колку вкупно дијагонали има еден многуаголник?

Зоки брзо заклучува: Ако многуаголникот има  $n$  темиња, а од секое теме поаѓаат  $n - 3$  дијагонали, значи има вкупно  $n \cdot n - 3$  дијагонали.

Ана го поправи: Има  $n \cdot (n - 3)$  дијагонали.

☛ Што мислиш ти?

Вистинскиот број на дијагоналите е двапати помал од производот  $n \cdot (n - 3)$ , бидејќи секоја дијагонала е „броена“ двапати, на пример како  $AC$  и како  $CA$ .

Затоа бројот  $D_n$  на сите дијагонали во многуаголникот со  $n$  страни го пресметуваме со формулата

$$D_n = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$

8 Пресметај го бројот на сите дијагонали на:

а) петаголникот;      б) седумаголникот;  
в) десетаголникот.      г) дваесетаголникот.

$$\text{в} \triangleright D_{10} = \frac{10 \cdot (10 - 3)}{2} = \frac{10 \cdot 7}{2} = \frac{70}{2} = 35$$

Значи, десетаголникот има вкупно 35 дијагонали.

## 6.8. Елементи на триаголникот. Видови триаголници

**A** Ако не најважен, но најмногу обработуван од сите многуаголници е – триаголникот, затоа што секој многуаголник можеш да го поделиш на неколку триаголници.

Сега ќе се потсетиш на основните елементи на триаголникот, но ќе научиш и нешто ново.

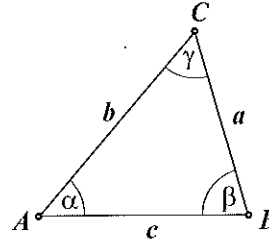
**1** Нацртај некој триаголник и означи го. Кој триаголник го нацрта? Што знаеш за овој триаголник? Од кој вид е: според аглиите, според страните?

★ Што е дијаметар на кружница?

Потсети се: Тетивата што...

★ Што е триаголник? Значи...?

Многуаголникот што има три агли го викаме триаголник.



**Темиња** на триаголникот на цртежот се точките  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , па затоа го именувааш: *триаголник ABC*, а означувааш:  $\triangle ABC$ .

**Страни** на триаголникот се отсечките  $BC$ , означена со  $a$ , бидејќи е *спроти* темето  $A$ ,  $CA$  или  $b$ ,  $AB$  или  $c$ .

**Агли**те на триаголникот се означени со  $\alpha$  (кај темето  $A$ ),  $\beta$  и  $\gamma$  – првите три букви од грчката азбука.

За аглиите  $\alpha$  и  $\beta$  велíme дека *лежат* на *страната*  $AB$ , а за страните  $AB$  и  $AC$  дека го *зафаќаат* *аголот*  $\alpha$ . Велíme уште дека аголот  $\alpha$  *лежи* *спроти* *страната*  $a$ , и обротно.

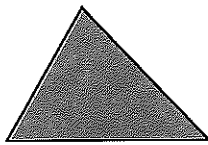
**Страните и агли**те се основни елементи на триаголникот.

**2** Избери три неколинеарни точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и поврзи ги со отсечки.

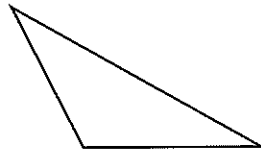
★ Што нацрта? Кои се основните елементи на оваа фигура?

**3** Нацртај остроаголен, тапоаголен и правоаголен триаголник.

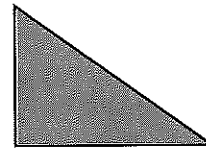
★ Кој триаголник е остроаголен, тапоаголен, правоаголен?



остроаголен



тапоаголен



правоаголен

Ти веќе научи дека:

Триаголникот е:

**ОСТРОАГОЛЕН**, ако сите агли му се остри;

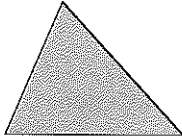
**ТАПОАГОЛЕН**, ако има еден тап агол;

**ПРАВОАГОЛЕН**, ако има еден прав агол.

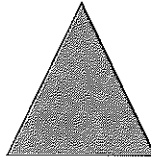
4 Дополни: Според страните триаголниците ги делиме на

5 Нацртај разностран, рамнокрак и рамностран триаголник.

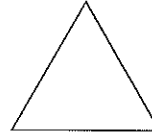
★ Кој триаголник е разностран, рамнокрак, рамностран?



разностран



рамнокрак



рамностран

Веќе научи дека:

Триаголникот е:

**РАЗНОСТРАН**, ако сите страни му се различни;

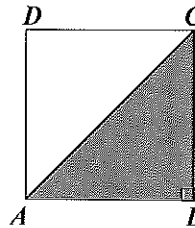
**РАМНОКРАК**, ако има две страни еднакви;

**РАМНОСТРАН**, ако сите страни му се еднакви.

6 Нацртај еден квадрат и една негова дијагонала.

★ Какви триаголници доби?

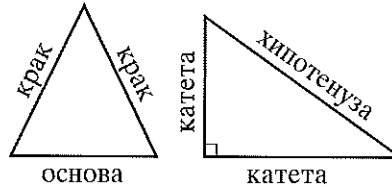
★ На какви триаголници дијагонала-та  $AC$  го дели квадратот  $ABCD$ ?



7 Страните на некои видови триаголници имаат посебни имиња.

★ Како се викаат еднаквите страни во рамнокракниот триаголник?

★ Во правоаголниот триаголник страната спроти правиот агол ја викаме , а другите две страни се .



8

Нацртај:

а) рамностран триаголник со страна  $a = 35 \text{ mm}$ ;

б) рамнокрак триаголник со основа  $2 \text{ cm}$  и крак  $3 \text{ cm}$ ;

в) правоаголен триаголник со катети од  $3 \text{ cm}$  и  $4 \text{ cm}$ .

★ Колкава е хипотенузата?

катче на истражувачот



Тројца шамисти одиграа три партии шах. По колку партии одиграа секој од нив?

## 6.9. Периметар на триаголник

**A** Во IV одделение научи да пресметуваш периметар (должина на обиколката) на триаголник – според формула. Сега ќе ги прошириш своите знаења и ќе стекнеш нови.

1 Нацртај произволен триаголник и најди го неговиот периметар.

★ Што треба прво да направиш?

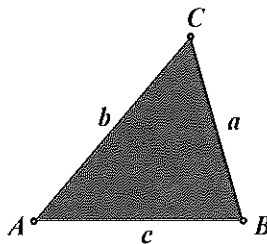
2 Страните на триаголникот  $ABC$  се означени со  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Истите букви ќе ги користиш и за нивните должини, т.е.

$$a = \overline{BC}, \quad b = \overline{AC}, \quad c = \overline{AB}.$$

Наместо *должина на страна*, ќе велиме кратко *страна*.

★ Што е периметар на триаголник?

Веројатно се сети дека:



$$L = a + b + c$$

**Збирот на страните на триаголникот го викаме периметар на триаголникот; го означуваме со  $L$ .**

$$L = a + b + c$$

Ова равенство го викаме **Формула за пресметување периметар на триаголник**.

3 Пресметај го периметарот на триаголникот со страни:

а)  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $b = 7 \text{ cm}$ ,  $c = 8 \text{ cm}$ ;  
 б)  $a = 43 \text{ mm}$ ,  $b = 6 \text{ cm}$ ,  $c = 36 \text{ mm}$ .

а▶ Според формулата имаме:

$$L = a + b + c = 5 + 7 + 8 = 20, \quad L = 20 \text{ cm}.$$

4 Пресметај ја непознатата страна на триаголникот, ако:

а)  $L = 92 \text{ m}$ ,  $a = 27 \text{ m}$ ,  $b = 34 \text{ m}$ ;  
 б)  $L = 143 \text{ cm}$ ,  $b = 5 \text{ dm}$ ,  $c = 61 \text{ cm}$ .

б▶ Прво  $b = 50 \text{ cm}$  (Зошто?), а потоа:

$$L = a + b + c$$

$$143 = a + 50 + 61,$$

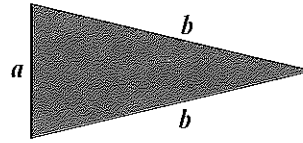
$$143 = a + 101.$$

$$a = \boxed{\phantom{00}} \text{ cm}.$$

**Б** Потсети се:  $7 + 7 + 7 + 7 = 4 \cdot 7$ ,  $x + x + x = 3x$ .

- 5** Пресметај го периметарот на рамнокрак триаголник со основа  $a = 2 \text{ cm}$  и крак  $b = 4 \text{ cm}$ .

★ Запиши ја формулата за пресметување периметар на рамнокрак триаголник со основа  $x$  и крак  $y$ .



$$L = a + 2b$$

- 6** Пресметај го периметарот на рамнокрак триаголник со основа  $a$  и крак  $b$ , ако:

а)  $a = 22 \text{ mm}$ ,  $b = 44 \text{ mm}$ ;

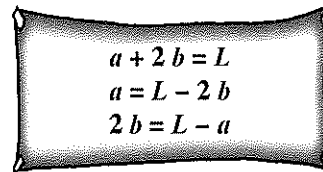
б)  $a = 213 \text{ m}$ ,  $b = 179 \text{ m}$ .

**6**  $L = a + 2b = 213 + 2 \cdot 179 = 213 + \square$

- 7** Пресметај ја основата  $a$  на рамнокрак триаголник, ако се знаат периметарот  $L$  и кракот  $b$ :

а)  $L = 69 \text{ cm}$ ,  $b = 20 \text{ cm}$ ;

б)  $L = 20 \text{ cm}$ ,  $b = 75 \text{ mm}$ .



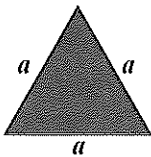
- 8** Пресметај го кракот  $b$  на рамнокракниот триаголник, ако се знаат периметарот  $L$  и основата  $a$ :

а)  $L = 56 \text{ cm}$ ,  $a = 10 \text{ cm}$ ,

б)  $L = 381 \text{ m}$ ,  $a = 101 \text{ m}$ .

- 9** Пресметај го периметарот на рамностран триаголник со страна  $a = 33 \text{ mm}$ .

★ Запиши ја формулата за пресметување периметар на рамностран триаголник со страна  $a$ .



$$L = 3a$$

$$a = L : 3$$

- 10** Колкава е страната на рамностран триаголник чиј периметар е:

а)  $24 \text{ cm}$ ?

б)  $123 \text{ cm}$ ?

в)  $2\,037 \text{ m}$ ?

**Котче на истражувачот**

Мајката донела корпа со 5 јаболка и им рекла на своите деца: „Вие сте петмина. Поделете ги така што секој од вас да добие по цело јаболко и едно јаболко да остане во корпата“ Децата се сетиле како. Дали можеш и ти?





## Не заборава дека....!

- \* Агол е геометриска фигура образувана од две полуправи со заедничка почетна точка и од делот од рамнината ограничен со нив.
- \* Единишна мерка за агол е  $1^\circ$  и тоа претставува 180-ти дел од големината на рамниот агол.
- \* Агол чие теме е во центарот на кружницата го викаме централен агол.
- \* Во една кружница или во две складни кружници на еднакви централни агли им одговараат еднакви тетиви, и обратно.
- \* Два агли кои имаат еден заеднички крак, а немаат заеднички внатрешни точки, ги викаме соседни агли.
- \* Многуаголник е геометриска фигура образувана од една многуаголна линија и од нејзиниот внатрешен дел.
- \* Многуаголници се: триаголникот, четириаголникот, петаголникот итн.
- \* Збирот од должините на страните на многаголникот го викаме периметар на многуаголникот.
- \* Основни елементи на триаголникот се страните и аглиите.
- \* Видови триаголници:
  - според аглиите: разностран, рамнокрак, рамностран;
  - според страните: остроаголен; правоаголен, тапоаголен.
- \* Формулите за пресметување периметар на триаголник се:
  - $L = a + b + c$  – за кој било триаголник;
  - $L = a + 2b$  – за рамнокрак триаголник;
  - $L = 3a$  – за рамностран триаголник.
- \* Два агла чиј збир е  $90^\circ$  ги викаме комплементни агли.
- \* Два агла чиј збир е  $180^\circ$  ги викаме суплементни агли.
- \* Два соседни агла чии надворешни краци образуваат права, ги викаме напоредни агли.
- \* Агол што е еднаков на својот напореден агол го викаме прав агол.
- \* Два конвексни агла чии краци се составни полуправи ги викаме накрсни агли.

## ТЕСТ VI

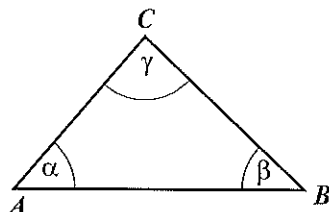
1 Нацртај еден тап агол, еден остар агол и еден рамен агол и означи ги. (3)

2 Нацртај агол  $\alpha = 40^\circ$  и агол  $\beta = 140^\circ$ . (4)

3 Измери ги аглиите во триаголникот  $ABC$  и запиши:

$$\alpha = \quad , \quad \beta = \quad , \quad \gamma = \quad .$$

Колку е  $\alpha + \beta + \gamma$ ?



(4)

4 Дадени се аглиите  $\alpha$  и  $\beta$ . Конструирај ги аглиите  $\alpha + \beta$  и  $\alpha - \beta$ . (4)

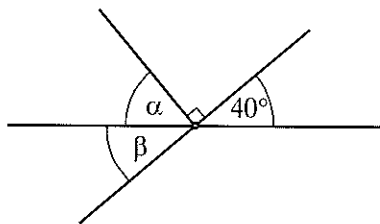


5 Нека  $\alpha = 72^\circ 50''$ ,  $\beta = 40^\circ 25' 30''$ . Пресметај: (4)

а)  $\alpha + \beta$

б)  $\alpha - \beta$ .

6 Одреди ги, според пртежот, аглиите  $\alpha$  и  $\beta$ . (2)



7 а) Колку страни има многуаголникот ако од едно негово теме можат да се повлечат 15 дијагонали? (2)

б) Пресметај го бројот на сите дијагонали на петнаесетаголникот. (3)

8 Пресметај ја основата  $a$  на рамнокрак триаголник, ако неговиот периметар  $L = 20 \text{ cm}$ , а кракот  $b = 7 \text{ cm}$ . (4)

Скала за оценување	Доволен	Добар	Многу добар	Одличен
	11 - 15	16 - 20	21 - 25	26 - 30

## 7. СИМЕТРИИ

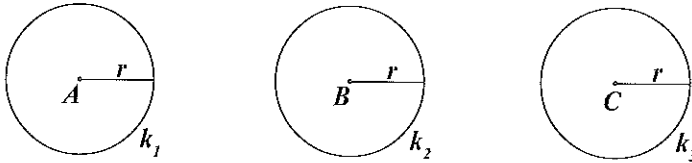
Симетријата е општа особина скоро на сите живи суштества. Разгледај лист од некое дрво, сети се на крилцата на пеперутката, погледни се во огледало – насекаде симетрија. Со изучување на содржините од оваа тема ќе стекнеш основни знаења за овој феномен и ќе можеш:

- да воочуваш складни фигури;
- да ги толкуваш поимите централна и осна симетрија;
- да наоѓаш слика на едноставни геометриски фигури при дадена симетрија;
- да воочуваш и да црташ симетрични фигури;
- да ги користиш симетриите при решавање на практични задачи.

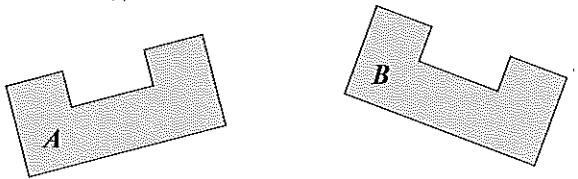
- 7.1. Складни фигури
- 7.2. Централна симетрија
- 7.3. Нормални прави. Растојание од точка до права
- 7.4. Осна симетрија
- 7.5. Осносиметрични фигури
- 7.6. Симетрала на отсечка. Симетрала на агол

## 7.1. Складни фигури

- A** Геометриските фигури се разликуваат по форма, големина и положба. Некои имаат иста форма и еднаква големина, па можат да се доведат до целосно поклопување. За нив велиме дека се **складни фигури**.
- 1 Можат ли две отсечки со должина од  $4\text{ cm}$  и  $5\text{ cm}$  да бидат складни? Тогаш за кои отсечки велиме дека се складни?
  - 2 Дали два агла, чии големини се  $20^\circ$  и  $20^\circ 1'$  се складни? Според тоа, кои два агла се складни?
  - 3 Дали кружниците  $k_1$  ( $A$ ,  $2\text{ cm}$ ) и  $k_2$  ( $B$ ,  $20\text{ mm}$ ) се складни? За кои два круга велиме дека се складни?
  - 4 Нацртај три кружници со ист радиус (со ист отвор на шестарот). Си нацртал три **складни кружници**. Тоа е, всушност, една иста кружница, само нацртана во различни положби. Сите нацртани кружници се иста „слика“ на кружницата што си ја замислил.

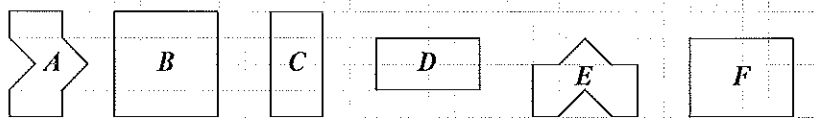


- 5 Воочи ги сега фигурите  $A$  и  $B$ . Ако на кој било начин (со лизгање, со завртување) овие две фигури се доведат до поклопување (совпаѓање) ќе велиме дека се **складни**.



- 6 Замисли ги листовите на овој учебник како правоаголници. Дали тие целосно се поклопуваат? Тогаш, дали тие се складни правоаголници?
- 7 Дали спротивните ѕидови на квадратот се складни правоаголници? Какви квадрати се страните на коцката?
- 8 Дали при копирање со копир апарат се добиваат складни фигури? (Верна слика на оригиналот!)

9 Кои од следните фигури се складни?

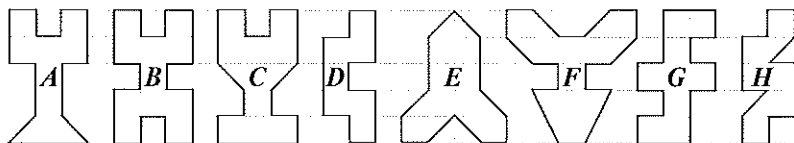


10 Нацртај некоја отсечка  $AB$ , а потоа нацртај отсечка  $CD$  што е складна на отсечката  $AB$ .

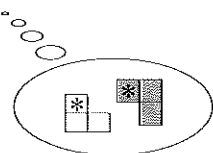
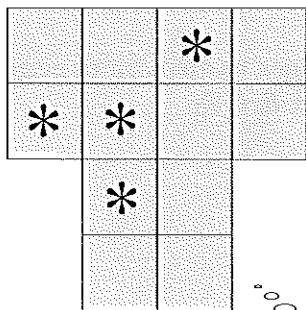
11 Нацртај произволен агол, а потоа нацртај друг агол што е складен на него.

12 Нацртај кружница  $k$  ( $O, 25\text{ mm}$ ), а потоа кружница  $k_p$ , складна на кружницата  $k$ .

13 Користи ги квадратчињата и нацртај складна фигура на секоја од следните фигури.



14 Подели ја фигурата на 4 еднакви делови, така што во секој дел да се наоѓа по една ѕвездичка.



Мојата опашка, вели мачката, е долга 12 см и половинна од мојата опашка. Колку е долга опашката на мачката?

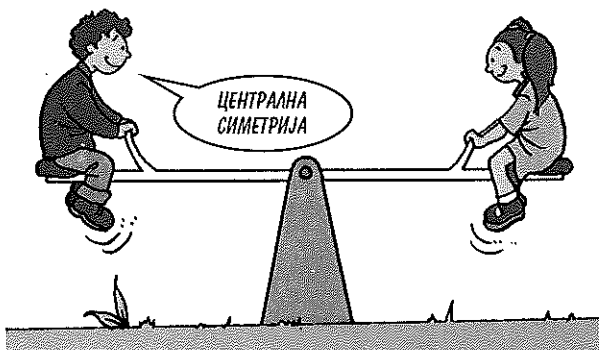
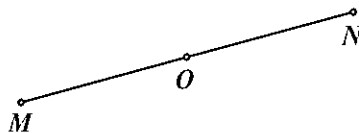
## 7.2. Централна симетрија

**A** Рамнината е бесконечно множество точки. Сега ќе научиш една постапка како на зададена точка од рамнината да ѝ придружиш, според некој договор, друга точка од истата рамнина.

1 Нацртај некоја отсечка со должина  $7\text{ cm}$  и одреди ја нејзината средина. Колкаво е растојанието од средината до крајните точки на отсечката?

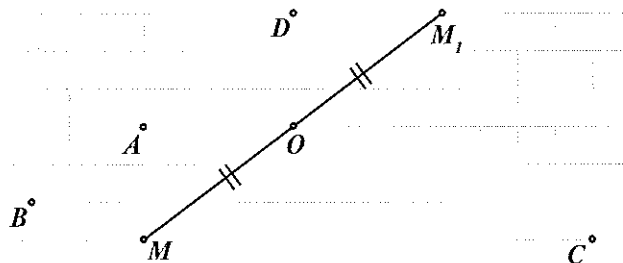
2 Нацртај сега отсечка  $AS$ , а потоа одреди точка  $B$ , таква што точката  $S$  да биде средина на отсечката  $AB$ .

3 Точките  $M$  и  $N$  се крајни точки на отсечката, чија средина е точката  $O$ . За нив велме дека се **централносиметрични точки** во однос на точката  $O$ .



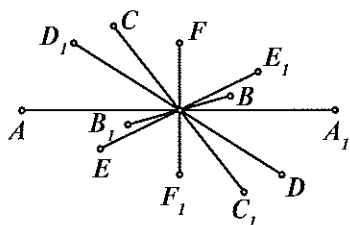
4 Нацртај две точки  $T$  и  $S$ , а потоа одреди ја точката  $R$  што е централносиметрична на точката  $T$  во однос на  $S$ .

5 Користи ги квадратчињата и најди, во однос на точката  $O$ , централносиметрична точка  $A_p, B_p, C_p, D_p$  на точките  $A, B, C, D$ .



$$\overline{MO} = \overline{OM_1}$$

- 6 Избери сега некои точки  $A, B, C, D, \dots$  и точка  $O$  и најди ги нивните централносиметрични точки  $A_p, B_p, C_p, D_p, \dots$  во однос на  $O$ .
- 7 Во сите досегашни примери за некоја точка од рамнината ја одредуваше нејзината централносиметрична точка во однос на некоја одбрана точка. Едноставно, ако се дадени едната крајна точка и средината на отсечката, ја наоѓаше другата крајна точка.



Ваквото придружување на централносиметрични точки во однос на дадена точка  $O$  го викаме **централна симетрија**, а точката  $O$  **центар на симетријата**.

Дадените точки  $A, B, C, \dots$  ги викаме **оригинали**, а најдените  $A_p, B_p, C_p, \dots$  нивни **слики**.

- 8 За да нацрташ централносиметрична слика на точката  $M$ , дали е доволно да го знаеш центарот на симетријата? Значи:

*Централната симетрија е определена (зададена) ако е познат центарот на симетријата.*

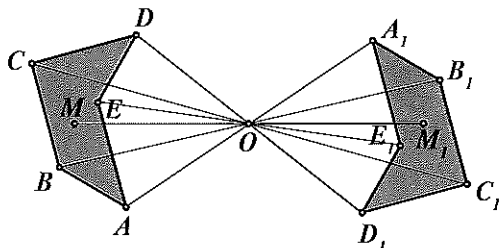
- 9 Ако се познати две централносиметрични точки  $A$  и  $A_p$ , како ќе го одредиш центарот на симетријата? Значи:

*Централната симетрија може да биде зададена и со еден пар централносиметрични точки.*

- ★ Избери четири точки  $A, B, C, D$ . Ако  $A$  и  $B$  се централносиметрични точки, тогаш одреди ги сликите на точките  $C$  и  $D$ .

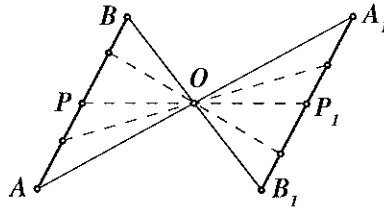
▶ Одреди го прво центарот на симетрија.

- 5 Ако добро го совлада наоѓањето на централносиметрична слика на дадена точка, тогаш лесно можеш да најдеш централносиметрична слика и на секоја рамнинска геометријска фигура.



Ќе прифатиме дека добиената фигура е складна со дадената.

- 10 Избери некоја отсечка  $CD$  и точка  $O$  надвор од неа, а потоа најди централно-симетрични слики  $C_1, D_1$  на точките  $C$  и  $D$ . Со нив е определена централно-симетрична отсечка на отсечката  $CD$ .



- ✪ Провери дали на секоја точка  $M$  од отсечката  $CD$  ѝ одговара централно-симетрична точка  $M_1$ , од отсечката  $C_1D_1$ .

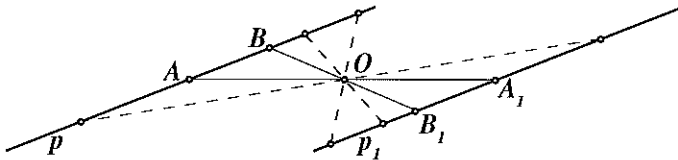
- ✪ Дали отсечките  $CD$  и  $C_1D_1$  се еднакви (складни)?  
А дали се паралелни? Значи:

*При централна симетрија, слика на отсечка е отсечка еднаква и паралелна на дадената.*

- 11 Можат ли две еднакви, но не и паралелни отсечки да бидат централно-симетрични?

- ✪ Нацртај две паралелни и еднакви отсечки и одреди го нивниот центар на симетрија.

- 12 Нацртај една права  $p$ , избери точка  $O$  надвор од неа и нацртај ја сликата  $p_1$  на правата  $p$  во однос на точката  $O$ . Што забележуваш?



*При централна симетрија, слика на права е права паралелна со дадената.*

- 13 Нацртај некој триаголник  $ABC$ , избери точка  $O$  надвор од него и нацртај ја сликата на тој триаголник во однос на точката  $O$ .

- 14 Нацртај произволен четириаголник, означи го, а потоа одреди централно-симетричен на него во однос на некоја точка  $O$ , која:

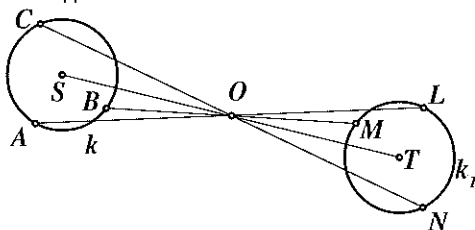
- е надвор од четириаголникот;
- се совпаѓа со едно теме на четириаголникот;
- е внатре во четириаголникот.

- 15 Нацртај произволен триаголник  $ABC$  и одреди ја неговата слика, ако знаеш дека точките  $A$  и  $B$  се централно-симетрични.



- 16 Воочи го цртежот и провери дали паровите точки  $A$  и  $L$ ,  $B$  и  $M$ ,  $C$  и  $N$ ,  $S$  и  $T$  се централносиметрични во однос на точката  $O$ .

Дали кружниците  $k$  и  $k_1$  се складни?



За одредување на сликата  $k_1$  на кружницата  $k$ , дали е доволно да ја одредиш само сликата  $T$  на точката  $S$ ? Треба уште...?

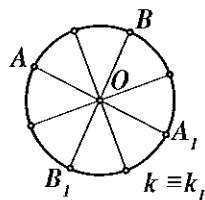
- 17 Нацртај кружница  $k$  и точка  $O$  надвор од неа, а потоа одреди ја сликата  $k_1$  на кружницата  $k$  во однос на точката  $O$ .

- 18 Која точка е централносиметрична сама на себе!

- 19 Нацртај произволна кружница  $k$  ( $O$ ,  $r$ ) и најди нејзина централносиметрична слика во однос на нејзиниот центар  $O$ .

✪ Што доби? Кој е заклучокот?

Сликата се совпаѓа со оригиналот!



**Кружницата е централносиметрична во однос на својот центар.**

- 20 Провери дали отсечката  $AB$  е централносиметрична во однос на својата средина  $S$ .

- 21 Нацртај некоја права  $p$ . Избери точка  $O \in p$  и најди централносиметрична слика на  $p$  во однос на точката  $O$ .

✪ Што доби? Што можеш да заклучиш?

**Правата е централносиметрична фигура во однос на која било своја точка.**

- 22 Нацртај квадрат (правоаголник)  $ABCD$ .

За центар на симетрија избери го пресекот  $O$  на дијагоналите  $AC$  и  $BD$ .

а) Која отсечка е слика на отсечката  $AB$ ?

$A$  на  $AD$ ?

б) Според тебе, дали квадратот (правоаголникот) е централно симетрична фигура? Во однос на која точка?

**Котче на истражуваот**

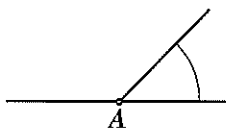


Дали двојно поголемиот број од половината на некој природен број, е секогаш парен број?

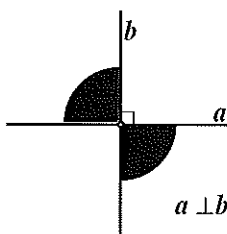
## 7.3. Нормални прави. Растојание од точка до права

**A** И досега црташе паралелни прави, прави што се сечат, нормални прави. Притоа го користеше аголникот. Сега ќе научиш нешто повеќе за нормални прави.

- 1 Нацртај две паралелни прави.
- 2 За кои агли велиме дека се напоредни агли, а за кој агол велиме дека е прав агол?



- 3 Нацртај две прави што се сечат и означи еден пар накрсни агли. Можат ли накрсните агли да бидат прави агли?

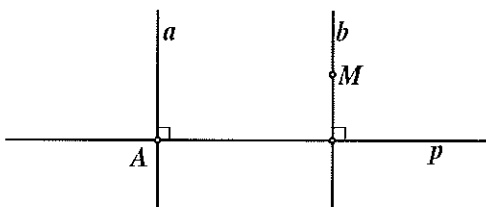


За две прави велиме дека се **заемно нормални прави**, ако накрсните агли што тие прави ги образуваат се прави агли.

За секоја од нив велиме дека е **нормала** на другата.

Ние кратко ќе ги викаме **нормални прави**. На цртежот означуваме мало квадратче кај нивниот пресек.

- 4 Нацртај две нормални прави.
- 5 Нацртај права  $p$  и две точки  $A$  и  $M$ , такви што  $A \in p$ , а  $M \notin p$ , а потоа нацртај прави низ овие точки што се нормални на правата  $p$ .  
И во двата случаја нацрта **нормала на правата  $p$** .



★ Колку нормали минуваат низ секоја од овие точки?

Ќе прифатиме едно важно својство на нормалата:

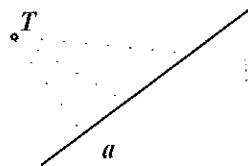
*Низ која било точка од рамнината минува точно една нормала на дадена права.*

- 6 Земи лист хартија и превиткај го двапати, а потоа одвиткај го. Какви се правите определени со рабовите на превиткувањето?

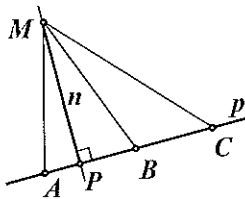


- Б Ако научи да црташ нормала на права од точка надвор од правата, тогаш лесно ќе одредиш растојание од точка до права.

- 7 Нацртај права  $a$  и точка  $T$  што не лежи на правата  $a$ . Измери го растојанието од точката  $T$  до правата  $a$ . Како? Ти научи да мериш должина само на отсечки.



- 8 Избери права  $p$  и точка  $M$  што не лежи на неа. Низ точката  $M$  повлечи нормала  $n$  на правата  $p$ . Пресекот на  $p$  и  $n$  означи го со  $P$ . За точката  $P$  велме дека е **подножје** на нормалата. Избери неколку точки  $A, B, C, \dots$  од правата  $p$  и поврзи ги со точката  $M$ .



ИМАМ ЦВРСТО ПОДНОЖЈЕ,  
АМА КРАТКО РАСТОЈАНИЕ.

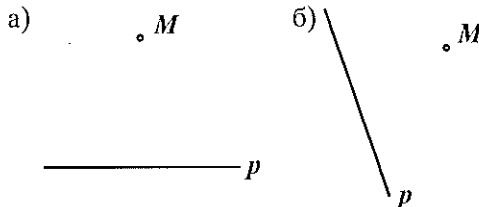


μ Според тебе, која од отсечките  $MA, MB, MC, MP$  е најкратка?

μ Провери со мерење.

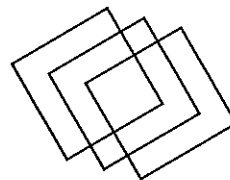
Затоа растојанието  $MP$  од точката  $M$  до подножјето на нормалата низ  $M$ , го викаме **растојание од точката  $M$  до правата  $p$** .

- 9 Одреди го растојанието од точката до правата (во  $mm$ ).



**Котче на истражувањето**

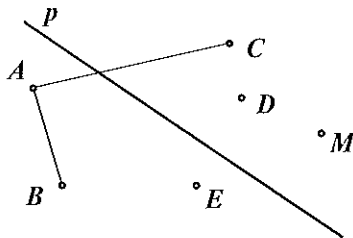
Нацртај ја оваа фигура во еден потег не подигајќи го врвот на моливот и не повлекувајќи двапати иста линија.



## 7.4. Осна симетрија

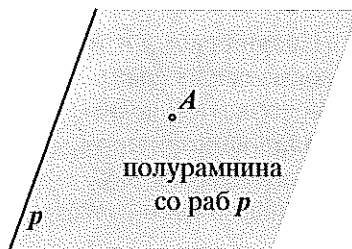
**A** Ако е дадена некоја геометриска фигура и една точка, тогаш можеш да ја нацрташ нејзината слика (централно симетрична фигура) во однос на таа точка (центар на симетријата). Сега точката ќе ја замениме со права.

**1** Воочи го цртежот. Отсечката  $AB$  не ја сече правата  $p$ . Велме дека точките  $A$  и  $B$  лежат од **иста страна** на правата  $p$ , а точките  $A$  и  $C$  од **различни страни** на правата  $p$ .

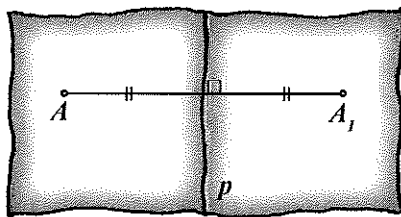
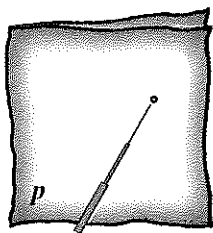


★ Кои точки се од иста страна со точката  $E$ ?

**2** Секоја права ја дели рамнината на два дела. Множеството точки од рамнината, кои се од иста страна на една нејзина права  $p$ , заедно со неа, го викаме **полурамнина**. Правата  $p$  е заеднички **раб** на двете полурамнини.



**3** Земи лист хартија, нацртај права  $p$  во него и превиткај го по таа права. Потоа со шестарот продупчи ги двете „полурамнини“, одвиткај го листот, означи ги тие „точки“ со  $A$  и  $A_1$ , и нацртај ја отсечката  $AA_1$ .

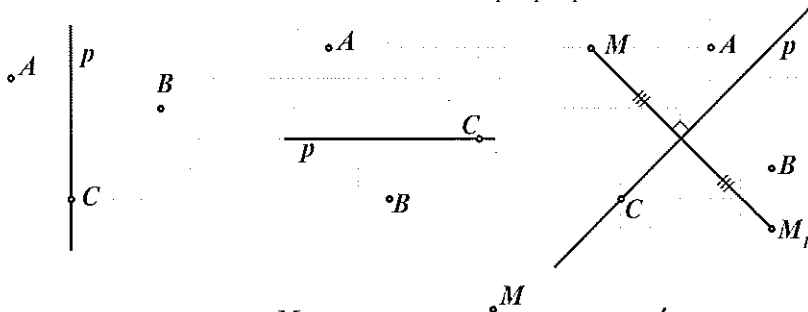


★ Каков агол градат правата  $p$  и отсечката  $AA_1$ ?

★ На какви делови правата  $p$  ја дели отсечката  $AA_1$ ?

Велме дека точките  $A$  и  $A_1$  се **симетрични во однос на правата  $p$** .

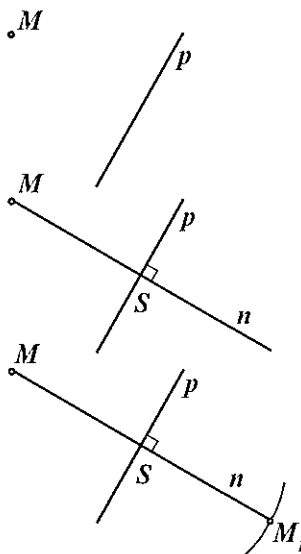
- 4) На точките  $A, B, C$  најди симетрични точки  $A_p, B_p, C_p$  во однос на правата  $p$ .



- 5) Избери права  $p$  и точка  $M$  што не лежи на неа. Како ќе ја одредиш точката  $M_p$ , која е симетрична на точката  $M$  во однос на правата (оската)  $p$ ?

Бараната точка  $M_p$  лежи на нормалата, спуштена од точката  $M$  на правата  $p$ . Затоа прво ја црташ нормалата  $n$ .

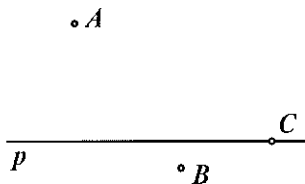
Подножјето на ова нормала, точката  $S$  е средина на отсечката  $MM_p$ . Понатаму работиш како кај централна симетрија – со шестарот ја одредуваш точката  $M_p$ .



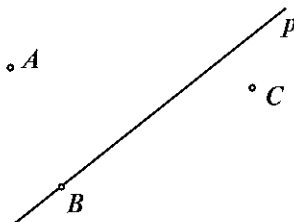
**Запамти:** прво го одредуваш подножјето на нормалата, а потоа, во однос на него, одредуваш централно симетрична точка на дадената точка.

- 6) Избери права  $p$  и некој точки  $A$  и  $B$  од иста страна на правата  $p$ , а потоа одреди ги нивните симетрични точки во однос на правата  $p$ .
- 7) Нацртај ги симетричните точки на точките  $A, B, C$  во однос на правата  $p$ .

а)



б)

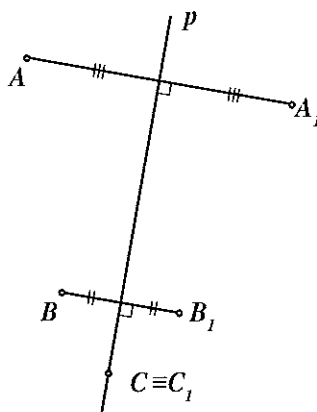


- 8 Со одредување симетрична точка  $A_1$  на точката  $A$  во однос на правата  $p$ , ти, всушност, на секоја точка од рамнината ѝ придружуваш точно една точка од истата рамнина.

Ваквото придружување го викаме **осна симетрија**.

Правата  $p$  е **оска на симетрија**.

Дадените точки  $A, B, C$  ги викаме **оригинали**, а најдените  $A_p, B_p, C_p$  нивни **слики**.



- 9 За одредување осносиметрична слика на една точка  $M$ , дали е доволно да ја знаеш оската на симетријата? Значи:

*Осната симетрија е определена (зададена) ако е позната оската на симетријата.*

- 10 Ако се познати две осносиметрични точки  $A$  и  $A_1$ , како ќе ја одредиш оската на симетријата?

Оската е нормална на отсечката  $AA_1$  и минува низ нејзината средина.

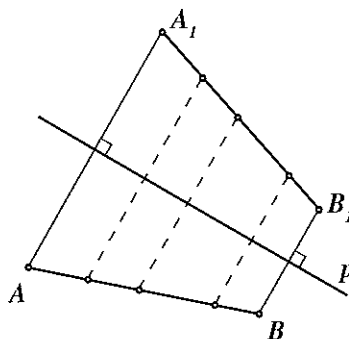
*Осната симетрија може да биде зададена и со еден пар осносиметрични точки.*

- 11 Избери три неколинеарни точки  $A, B, C$ . Ако  $A$  и  $B$  се осносиметрични точки, тогаш одреди ја сликата на точката  $C$ .

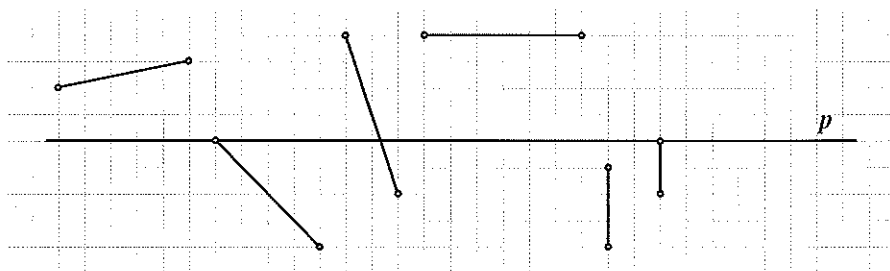
► Одреди ја прво оската на симетријата.

- Б Бидејќи секоја геометричка фигура е множество точки, а за точка научи да наоѓаш осносиметрична слика, значи подготвен си да одредиш осносиметрична слика на дадена геометричка фигура. И во овој случај ќе прифатиме дека добнената фигура е складна со дадената.

- 12 Ако за секоја точка од отсечката  $AB$  најдеш осносиметрична слика во однос на некоја оска  $p$ , ќе добнеш отсечка  $A_1B_1$  складна на отсечката  $AB$ . Според тоа, доволно е да најдеш слики на кои две точки?



- 13 Нацртај осносиметрична слика на секоја од отсечките во однос на оската  $p$ .

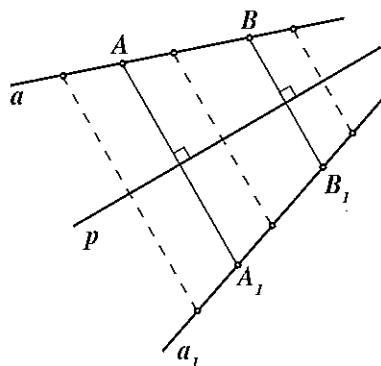


- 14 Избери оска  $p$  и отсечка  $AB$ , а потоа нацртај осносиметрична слика на отсечката  $AB$  во однос на  $p$ , ако точките  $A$  и  $B$  се:

а) од иста страна на  $p$ ; б) од различна страна на  $p$ .

- 15 Ако отсечката  $AB$  ја гледаш како права  $AB$  и бараш нејзина слика во однос на оската  $p$ , ќе ја добиеш правата  $A_1B_1$ , каде што  $A_1$  и  $B_1$  се слики на точките  $A$  и  $B$  во однос на оската  $p$ .

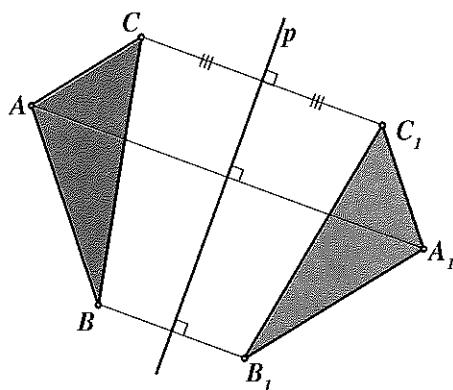
- 16 Нацртај прави  $a$  и  $p$  што се сечат, а потоа нацртај ја сликата  $a_1$  на правата  $a$  во однос на правата  $p$ .



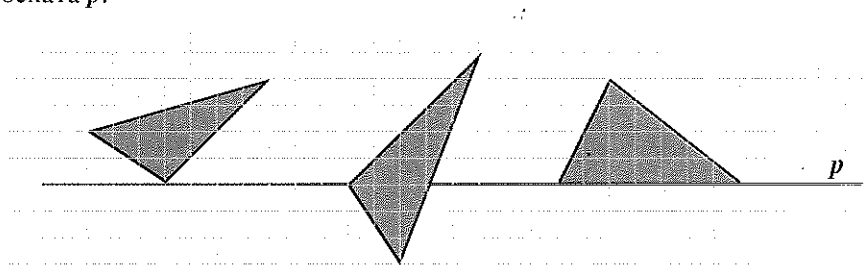
- 17 Нацртај две паралелни прави  $a$  и  $p$ , а потоа нацртај ја сликата  $a_1$  на правата  $a$  во однос на правата  $p$ .

- 18 Нацртај некој триаголник  $ABC$  и права  $p$  која нема заеднички точки со него. Потоа нацртај слика на овој триаголник во однос на оската  $p$ .

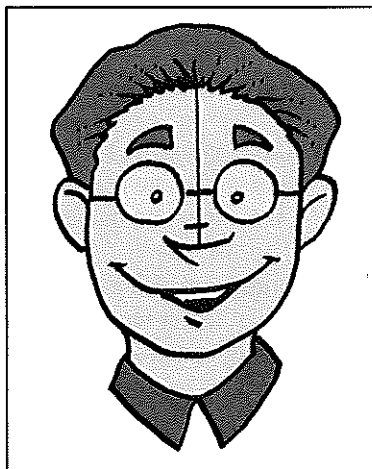
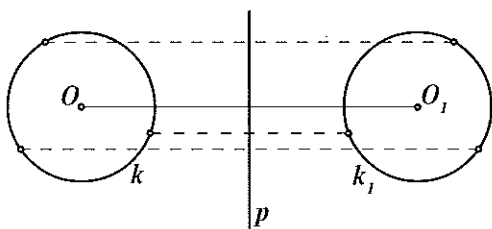
★ На кои точки наоѓаш слика?



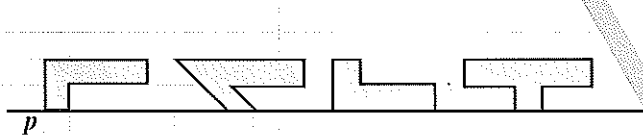
- 19 Нацртај осносиметрична слика на секој од триаголниците во однос на оската  $p$ .



- 20 Ако за секоја точка од кружницата  $k(O, r)$  најдеш слика во однос на оската  $p$ , ќе добиеш кружница  $k_1(O_1, r)$ , која е складна со кружницата  $k$ . Значи, доволно е да ја одредиш само сликата  $O_1$  на центарот  $O$  на кружницата  $k$ .



- 21 Нацртај кружница  $k$  и избери ја оската  $p$  да ја сече кружницата. Потоа нацртај слика на  $k$  во однос на оската  $p$ .
- 22 Нацртај осносиметрична слика на секоја фигура во однос на оската  $p$ . Кои букви ги доби?



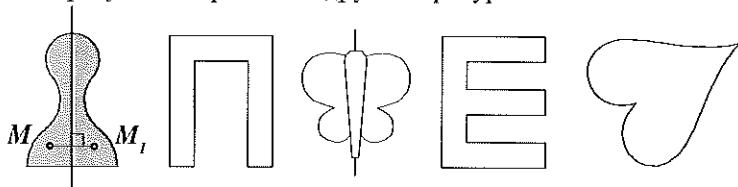


## 7.5. Осносиметрични фигури

**A** Веројатно досега си забележал симетрични фигури, оние кои се „слика сами на себе“ во однос на некоја права. Сега ќе научиш нешто повеќе за таквите фигури.

**1** Воочи ги фигурите на цртежот. Првата од нив со една права е поделена на два дела, така што со превиткување на листот хартија по таа права овие делови ќе се поклопат.

✪ Нацртај таква права и за другите фигури.



**2** За овие фигури велите дека се симетрични во однос на правата која ги дели на два складни дела. Питоа, на секоја точка од едниот дел ѝ е придружена една точка од другиот дел.

*Ако ѝри некоја осна симетрија на секоја точка од фигурата ѝ е придружена некоја точка од истата фигура, тогаш за таа фигура велите дека е осносиметрична фигура.*

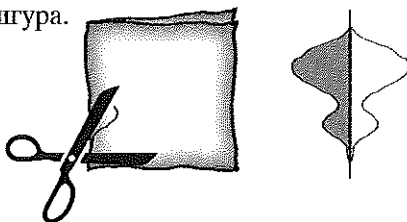
*Оската на симетрија е воедно и оска на симетрија на фигурата.*

✪ Колку оски на симетрија има секоја од фигурите на цртежот?

**3** Кои букви од македонската азбука се осносиметрични? Дали некоја од нив има две оски на симетрија?

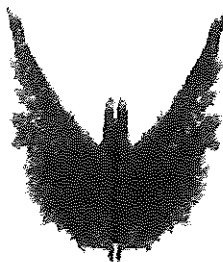
**4** Нацртај сам некоја осносиметрична фигура.

**5** Воочи како Зоки добива осносиметрична фигура: го превиткува листот хартија и со ножици „моделира“ произволна осно симетрична фигура.



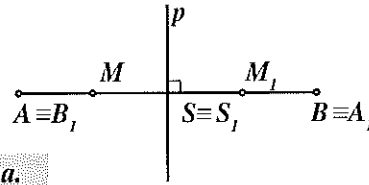
**6** Ана предлага боја! Капка боја на лист хартија и потоа превиткување на листот. И секогаш добива различни симетрични фигури.

**7** Обиди се да замислиш и да исечеш поубава осносиметрична фигура од онаа на Зоки.



**Б** Да видиме сега која геометричка фигура е осносиметрична.

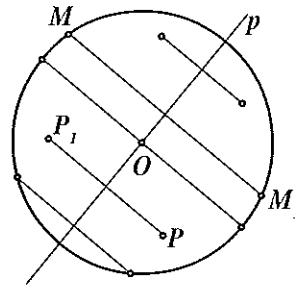
**8** Дали отсечката е осносиметрична фигура? Која права е оска на симетрија? Образложи! Тогаш, кој е заклучокот?



*Отсечката е осносиметрична фигура. Правата што минува низ средината на отсечката и е нормална на отсечката е нејзина оска на симетрија.*

☛ Дали отсечката има уште една оска на симетрија? Што мислиш за правата  $AB$ ?

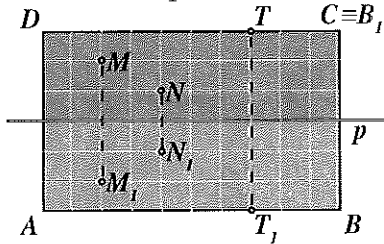
**9** Воочи го цртежот. Дали заклучи дека кружницата е осносиметрична фигура. Која права е оска на симетрија? Колку такви прави има? Значи, заклучуваш дека:



*Кружницата е осносиметрична фигура. Секоја права што минува низ нејзиниот центар е нејзина оска на симетрија.*

☛ Дали кругот е осносиметрична фигура?

**10** Воочи го правоаголникот  $ABCD$  на цртежот. Дали правата што минува низ средините на страните  $AD$  и  $BC$  е негова оска на симетрија?

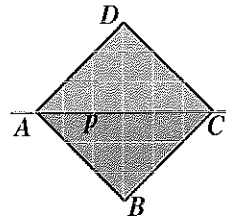


Образложи!

☛ Дали правоаголникот  $ABCD$  има уште една оска на симетрија? Значи?

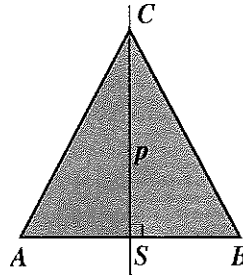
*Правоаголникот е осносиметрична фигура. Тој има две оски на симетрија.*

**11** Бидејќи секој квадрат е правоаголник, можеш веднаш да заклучиш дека? Колку оски на симетрија има квадратот? Дали правата  $p$ , определена со дијагоналата  $AC$ , е оска на симетрија на квадратот  $ABCD$ ?



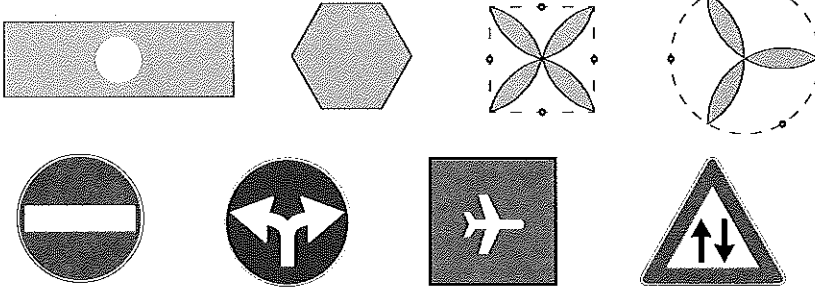
☛ Нацртај некој квадрат, а потоа нацртај ги сите негови оски на симетрија. Нацртај некој рамнокрак триаголник

- 12)  $ABC$  и права  $p$  што минува низ темето  $C$  и средината  $S$  на основата  $AB$ .
- ★ Дали правата  $p$  е оска на симетрија на триаголникот  $ABC$ ?
  - ★ Искажи го својот заклучок со зборови.

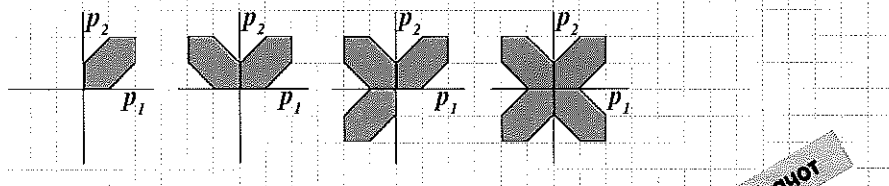


- 13) Рамностранниот триаголник е и рамнокрак. Ако рамнокракниот триаголник има една оска на симетрија, тогаш колку оски на симетрија ќе има рамностранниот триаголник?
- ★ Нацртај еден рамностран триаголник и сите негови оски на симетрија. Како го направи тоа?

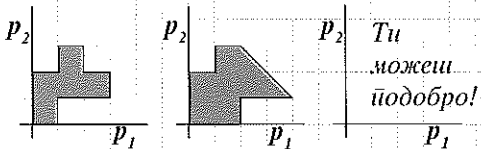
- 14) Нацртај фигури слични на овие и утврди кои од нив се нососиметрични. Нацртај им ги оските на симетрија.
- ★ Кои од нив се централносиметрични?



- 15) Воочи како дадена фигура се дополнува до нова фигура која има две заемно нормални оски  $p_1$  и  $p_2$ .



★ Состави и сам вакви задачи. Можеш да ги користиш следните мостри за „плетене на твојот фолклорен клим“.



**Котче на истражувањето**

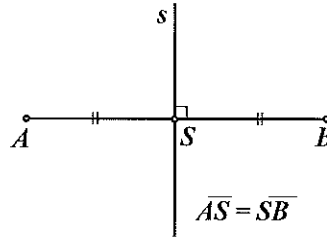
Кокоска и пол, за денцол, носи јајце и пол колку кокошките за 3 дена ќе снесат 3 јајца?

7.6. Симетрала на отсечка. Симетрала на агол.

**A** Сега ќе научиш која права е симетрала на отсечка, кое е нејзиното основно својство и како да ја конструираш.

1 Точките  $A$  и  $B$  се осно симетрични. Нацртај ја оската на симетрија  $s$ .

2 Дали отсечката е осносиметрична фигура? Нацртај една отсечка  $AB$ , а потоа и нејзината оска на симетрија, што е нормална на отсечката.

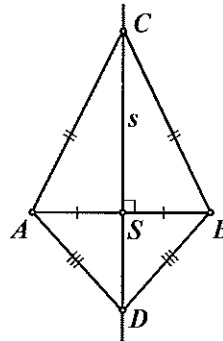


3 Во претходните два примера, ти нацрта симетрала на отсечка.

*Симетралата на отсечка е права, која е нормална на отсечката и минува низ нејзината средина.*

✪ Нацртај некоја отсечка  $MN$ , а потоа нацртај ја нејзината симетрала.

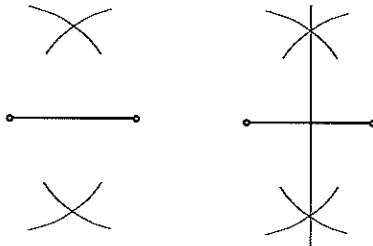
4 Нацртај една отсечка  $AB$  и нејзината симетрала  $s$ . Избери точка  $C$  од  $s$  и нацртај ги отсечките  $AC$  и  $BC$ . Провери со мерење или со проширен лист хартија дали  $AC = BC$ . Што утврди? Избери друга точка  $D$  од симетралата  $s$  и пак спореди ги должините на отсечките  $AD$  и  $BD$ . Дали и во овој случај  $AD = BD$ ? Значи?



*Секоја точка од симетралата на отсечката е еднакво оддалечена од крајните точки на отсечката.*

Ова е основно својство на симетралата на отсечката.

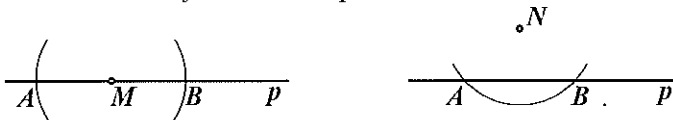
5 Воочи го уште еднаш горниот цртеж и образложи зошто триаголниците  $ABC$  и  $ABD$  се рамнокраки (со заедничка основа  $AB$ ). Искористи го ова сознание за конструкција на симетрала на некоја отсечка.



- 6 Конструирај симетрала на некоја отсечка  $MN$ .
- 7 а) Одреди, конструктивно, средина на отсечка.  
 б) Дадена отсечка подели ја, конструктивно, на четири еднакви, делови. Објасни ја конструкцијата.

6 ► Прво подели ја на два дела, а потоа секоја дел...

- 8 Нацртај еден правоаголен триаголник и конструирај ги симетралите на неговите катети. Каде лежи нивниот пресек?
- 9 Нацртај ги симетралите на страните на еден остроаголен триаголник. Што забележуваш?
- 10 Досега нормала на права, што минува низ дадена точка (од правата или надвор од правата), црташе со линијар и со аголник. Обиди се сега конструктивно, само со шестар и со линијар, да нацрташ нормала на дадена права.  
 Користи ги сознанијата за симетрала на отсечка.



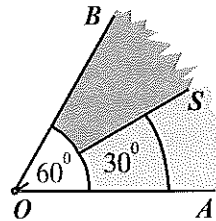
Прв случај:  $M \in p$ .

Втор случај:  $N \notin p$

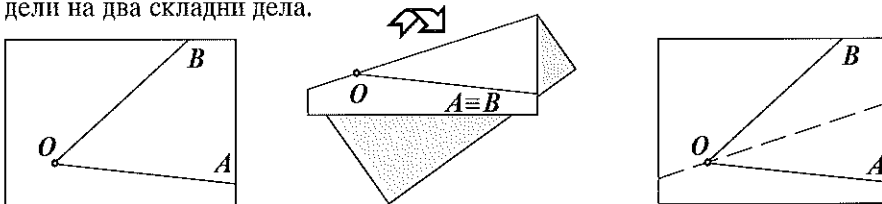
Воочи, за секој случај, како е одредена отсечката  $AB$ . Понатаму веројатно наслутуваш дека бараната нормала е, всушност, симетралата на отсечката  $AB$ . Образложи!

- Б Сега ќе научиш која права е симетрала на агол, кое е нејзиното основно својство и како да ја конструираш.

- 11 Воочи го цртежот, а потоа одговори  
 а) Колку степени има аголот  $SOB$ ?  
 б) Тогаш, дали се складни агли  $AOS$  и  $SOB$ ?  
 в) На какви делови полуправата  $OS$  го дели аголот  $AOB$ ?



- 12 Воочи како Зоки нагледно ја одредува полуправата, која даден агол го дели на два складни дела.



- 13 Што можеш да заклучиш од овие два примера? Дали секогаш постои полуправа, која даден агол го дели на два складни дела?
- ⊕ Според тоа, дали аголот е осносиметрична фигура?
  - ⊕ Која права е негова оска на симетрија?

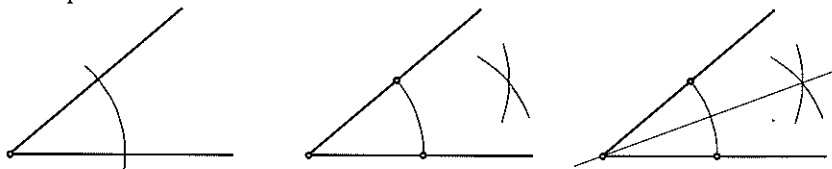
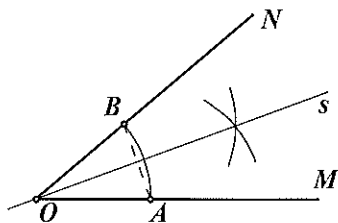
**Правата што го дели аголот на два еднакви (складни) агли ја викаме симетрала на аголот.**

- 14 Нацртај агол од  $70^\circ$  и користејќи агломер, нацртај ја неговата симетрала.

- 15 Воочи го цртежот. Правата  $s$  е симетрала на аголот  $MON$ . Да ја откриеме сега постапката за нејзиното конструирање.

На краците од аголот избери точки  $A$  и  $B$ , кои се еднакво оддалечени од темето  $O$ , т.е.  $\overline{OA} = \overline{OB}$ .

Ако листот хартија го превиткаш по правата  $s$ , тогаш точките  $A$  и  $B$  ќе се поклопат, т.е. тие се симетрични во однос на оската  $s$ . Тоа, пак, значи дека правата  $s$  е симетрала на отсечката  $AB$ . А симетрала на отсечка знаеш да конструираш. Тогаш, образложи ги чекорите на следната конструција на симетрала на агол.



- 16 Нацртај еден остар (тап, прав) агол и конструирај ја неговата симетрала.

- 17 Нацртај два напоредни агли и конструирај ги нивните симетрали. Колкав е аголот меѓу овие симетрали?

- 18 Конструирај ги симетралите на аглите во еден остроаголен триаголник. Што забележуваш?

- 19 Избери произволна точка  $M$  од симетралта  $s$  на аголот  $AOB$  и провери дали таа точка е еднакво оддалечена од краците на аголот?

**Качице на истражувањето**



Стојан има помалку од 50 војници. Кога ги групира по 2, по 3, по 4 или по 6, секогаш му останува 1. Ако ги групира по 7, не му останува ништо. Колку војници има тој?

## НЕ ЗАБОРАВИ ДЕКА...!

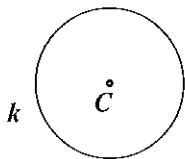
- \* За две фигури велíme дека се складни, ако можат да се доведат до поклопување (совпаѓање).
- \* За точките  $A$  и  $B$  велíme дека се централносиметрични во однос на некоја точка  $O$ , ако таа е средина на отсечката  $AB$ .
- \* За точките  $A$  и  $B$  велíme дека се осно симетрични во однос на некоја права  $p$ , ако таа минува низ средината на отсечката  $AB$  и е нормална на неа.
- \* Придружувањето на централносиметрични точки во рамнината во однос на некоја нејзина точка  $O$ , го викаме централна симетрија. Точката  $O$  е центар на симетријата.
- \* Придружувањето на осносиметрични точки во рамнината, во однос на некоја нејзина права  $p$ , го викаме осна симетрија. Правата  $p$  е оска на симетријата.
- \* Централната симетрија е определна ако е познат центарот на симетријата или ако е познат еден пар централносиметрични точки.
- \* Осната симетрија е определена ако е позната оската на симетријата или ако е познат еден пар осносиметрични точки.
- \* И при централна и при осна симетрија сликата на секоја фигура е фигура складна со дадената.
- \* Ако при некоја осна симетрија на секоја точка од фигурата ѝ е придружена некоја точка од истата фигура, тогаш за таа фигура велíme дека е осносиметрична фигура. Оската на симетрија е воедно и оска на симетрија на фигурата.
- \* За две прави велíme дека се заемно нормални прави, ако накрсните агли што тие прави ги образуваат се прави агли.
- \* Растојание од точката  $M$  до правата  $p$  е должината на отсечката  $MP$ , каде што  $P$  е подножјето на нормалата на  $p$ , што минува низ  $M$ .
- \* Множеството точки од рамнината, кои се од исти страни на една нејзина права  $p$ , заедно со неа, го викаме полурамнина. Правата  $p$  је викаме раб на полурамнината.
- \* Симетрала на отсечка е права, која е нормална на отсечката и минува низ нејзината средина.
- \* Секоја точка од симетралата на отсечката е еднакво оддалечена од крајните точки на отсечката.
- \* Симетрала на агол е права, која го дели аголот на два еднакви (складни) агли.

## ТЕСТ VII

1. Избери две точки  $A$  и  $B$ , а потоа нацртај точка  $C$  која е централносиметрична на точката  $A$  во однос на точката  $B$ . (2)

2. Нацртај правоаголник  $ABCD$ , а потоа нацртај централносиметричен на него во однос на:  
 а) темето  $A$ , (4)  
 б) некоја точка  $O$  надвор од него. (4)

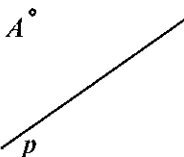
3. Нацртај кружница  $k$ , што е централносиметрична на кружницата  $k$  ( $C, r$ ), во однос на точката  $O$ .



$O$

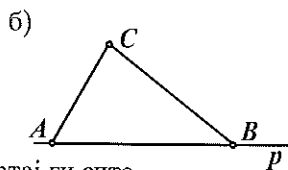
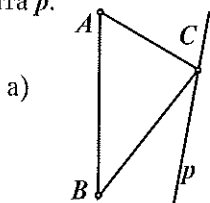
(3)

4. Одреди го растојанието (во  $mm$ ) од точката  $A$  до правата  $p$ .



(5)

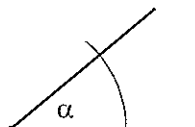
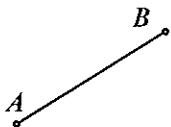
5. Нацртај осносиметрична слика на триаголникот  $ABC$  во однос на правата  $p$ .



(6)

6. Нацртај еден квадрат  $ABCD$ , а потоа нацртај ги сите негови оски на симетрија. (4)

7. Конструирај ја симетралата на  
 а) отсечката  $AB$       б) аголот  $\alpha$



(8)

Скала за оценување	Доволен	Добар	Многу добар	Одличен
	13 - 18	19 - 24	25 - 30	31 - 36



## 8. ДРОПКИ

Постојат и други броеви освен природните броеви. Едни од нив се и дробките. За нив и досега учеше. Сега ќе ги прошириш своите знаења за овие броеви, ќе ја осознаеш потребата од нивното воведување и ќе можеш:

- да дефинираш дробки како дел од целото, но и како количник на кои било два природни броја;
- да читаш, запишуваш и именуваеш дробки помали од 1 и дробки поголеми од 1;
- на секоја дробка да ѝ придружиш точка од бројната полуправа;
- да собираш и одземаш дробки со еднакви именители;
- да прошируваш и да скратуваш дробки;
- да сведуваш дробки на еднакви именители и да ги споредуваш;
- да решаваш практични задачи со дробки.

**8.1. Воведување на дробките**

**8.2. Видови дробки**

**8.3. Претставување дробки на бројна полуправа**

**8.4. Собирање и одземање дробки со еднакви именители**

**8.5. Проширување и скратување дробки**

**8.6. Споредување на дробки**

## 8.1. Воведување на дробките

**A** Во претходните одделенија учеше за дробки. Сега ќе ги прошириш своите знаења и ќе стекнеш нови сознанија за броевите што ги викаме дробки.

**1** Можеш ли да ги воочиш дробките во следните реченици!

- а) Во првото полувреме немаше голови.
- б) Играчот со број 5 настапи во втората третина.
- в) Скоро секој четврти човек на Земјата е Кинез.

**2** Предметите и геометриските фигури можеш да ги поделиш на 2, 3, 4, 5,... еднакви делови. Така добиваш:

половини, третини, четвртини, петини...

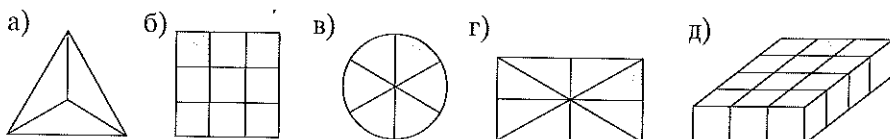
Ако здружиш три еднакви делови од целото кое е поделено на седмници, добиваш три седмници; запишуваш:  $\frac{3}{7}$ .

дробка  $\left\{ \begin{array}{l} 3 \text{ — броеител} \\ \frac{3}{7} \text{ — дробна црта} \\ 7 \text{ — именител} \end{array} \right.$

Именителот покажува на колку делови е поделено целото.

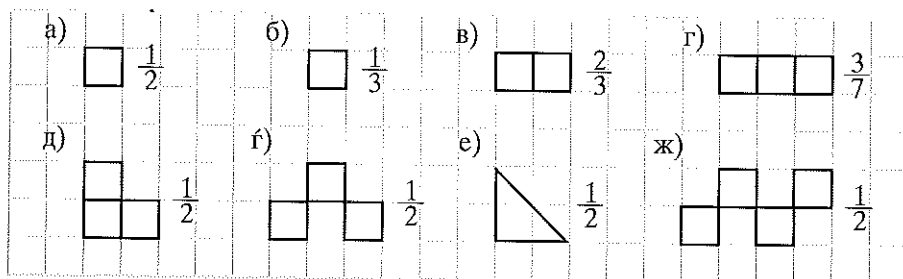
Броеителот покажува колку такви делови се земени.

**3** Запиши го со дробка обоениот дел од фигурата.



**4** Колку половини, третини, четвртини... има едно цело?

Прецртај во својата тетратка и дополни до 1.



6 Сега ќе научиш количникот на два природни броја да го запишуваш како дробка.

5 Подели леб, лимон, квадрат, круг на два еднакви дела.



Што доби? Доби **половина** леб, лимон, квадрат, круг.  
 Ти **еден** леб, лимон, квадрат, круг **делеше со два**.  
 Всушност, одредуваше колку е **еден поделено со два**, т.е.

$$1 : 2$$

Овој количник не е природен број, но можеме да кажеме дека е еднаков на **една половина**. Затоа прифаќаеме дека една половина е број. Тој број го запишуваме вака:

$$\frac{1}{2}$$

Значи, можеме да запишеме

$$1 : 2 = \frac{1}{2}$$

6 Ако една отсечка, квадрат, круг поделиш на три еднакви дела, тогаш еден таков дел е **третина** од отсечката, квадратот, кругот. Сега можеш да запишеш:

$$1 : 3 = \frac{1}{3}$$

7 На колку еднакви делови е поделена фигурата? Кој дел е обоен?



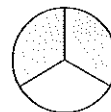
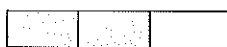
Запиши го количникот  $1 : 4$  како дробка.

Запиши ги како дробка количниците:  $1 : 5$ ,  $1 : 7$ ,  $1 : 10$ .

8 Образложи ги равенствата:

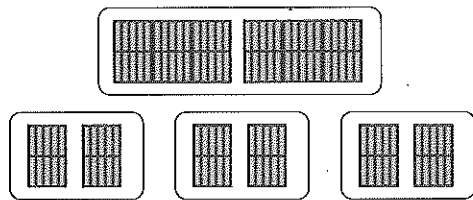
$$\text{а) } 1 \text{ mm} = \frac{1}{10} \text{ cm}, \quad \text{б) } 1 \text{ cm} = \frac{1}{10} \text{ dm}, \quad \text{в) } 1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m}.$$

9 Отсечката, правоаголникот, кругот се поделени на три еднакви делови, на три третини.



Со боewe се истакнати две третини од секоја фигура. Бројот две третини го запишуваш вака:  $\frac{2}{3}$

- 10 Две чоколади треба праведно да поделеш на три деца. Како?



Образложи зошто секое дете ќе добие  $\frac{2}{3}$  од чоколадите. Значи

$$2 : 3 = \frac{2}{3}$$

- 11 Две девојчиња сакаат праведно да си поделат шест чоколади. По колку чоколади ќе добие секое од нив?

$$6 : 2 = 3$$

- 12 Подели праведно 3 чоколади на 2 деца. Нацртај соодветен цртеж. По колку половици ќе добие секое дете? Значи

$$3 : 2 = \frac{3}{2}$$

- 13 Запиши го како дробка количникот:

а) 3 : 5    б) 5 : 3    в) 2 : 7    г) 11 : 4    д) 17 : 20.

✪ Прочитај ја секоја од добиените дробки и одреди ги нејзиниот именител и броител.

- 14 Броевите  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{100}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{2}$  ги викаме **дропки**.

Секој од нив е количник на два природни броја.

Ако  $a$  и  $b$  се кои било природни броеви, тогаш записот

$$\frac{a}{b}$$

е број, кој го викаме дробка. Читаме:  $a$  врз  $b$ .

Бројот  $b$  е именител на дробката, а бројот  $a$  броител.

Значи, секој количник на два природни броја можеш да го запишеш како дробка, чиј броител е деленикот, а именител – делителот.

✪ Дали сега ти е јасно зошто кај џебните сметачи кај копчето за делење стои знакот  $\div$  ?

Сите дропки образуваат **множество дропки**. Бидејќи можеш да напишеш произволно многу броеви  $\frac{a}{b}$  ( $a, b, \in N$ ) велпме дека **дропки има бесконечно многу**, т.е. **множеството дропки е бесконечно множество**. (Вообичаена ознака  $Q^+$ , читај; ку плус)

15 Запиши три дропки:

- а) чиј именител е 7;      б) чиј броител е 7.

16 Рековме дека количникот  $1 : 2$  не е природен број. Истото важи и за количникот  $2 : 3$ . Кој од следните количници не е природен број:

- а)  $1 : 3$ ?    б)  $4 : 8$ ?    в)  $8 : 4$ ?    г)  $3 : 8$ ?    д)  $3 : 1$ ?    е)  $0 : 3$ ?

17 Дали делењето со нула има смисла? Може ли нулата да биде деленик? Колку е  $0 : 7$ ? А  $0 : 5$ ?

Броевите  $\frac{0}{3}$ ,  $\frac{0}{7}$ ,  $\frac{0}{5}$  се дропки

Записот  $\frac{7}{0}$  не е дропка, значи, ниту број. Образложи!



Б Со дропките се среќаваме секојдневно: купуваме половина леб, патуваме еден и пол час, на ТВ гледаме четврт – финале, третина од животот ни минува во спиење итн. Нивното воведување е наметнато од секојдневните потреби. За науката е особено важно што со воведувањето на дропките е осмислен количникот на секој два природни броја.

18 Едно јаже со должина  $5\text{ m}$  е поделено на 7 еднакви дела. Колкава е должината на секој од тие делови?

19 Во 3 еднакви кеси има вкупно  $5\text{ kg}$  шеќер. Колку килограми шеќер има во една кеса?

20 Колкав дел од метарот претставуваат:

- а)  $50\text{ cm}$ ?      б)  $25\text{ cm}$ ?      в)  $18\text{ dm}$ ?      г)  $41\text{ mm}$ ?

21 Кој дел од часот се:

- а) 10 минути?    б) 37 минути?    в) 20 секунди?

22 Кој дел од денот се:

- а) 6 часа?      б) 2 часа  
в) 5 часа?      г) 11 часа!

**Катче на истражувачот**

Две ќерки и две мајки. Секоја  
изела по 1 јајце. А имале 3 јајца.  
Како е тоа можно?



## 8.2. Вигобу дронку

**A** Сега ќе научиш секој природен број да го запишеш како дронка.

**01** Веќе научи дека

$$\frac{2}{1} = 2:1 \quad \text{и} \quad 2:1 = 2$$

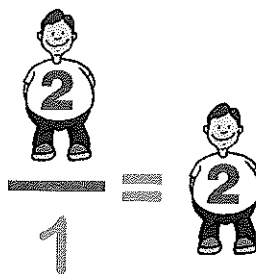
Оттука заклучуваш дека

$$\frac{2}{1} = 2.$$

Општо, за секој природен број  $a$  важи

$$\frac{a}{1} = a:1 \quad \text{и} \quad a:1 = a,$$

односно  $\frac{a}{1} = a.$



Секој природен број можеш да го запишеш како дронка со именител 1. Според тоа.

**Секој природен број е дронка.**

❖ Дали множеството природни броеви е подмножество од множеството дронки? (т.е.  $N \subseteq Q^*$ )

Но, внимавај! Има бесконечно многу дронки кои не се природни броеви. на пример, ниеден од броевите

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \dots$$

не е природен број, а тие се бесконечно многу.

**2** Запиши ги како дронка природните броеви: 17, 305, 1999.

**3** Дали бројот 0 можеш да го запишеш како дронка? На колку начини? Потсети се:  $0:1 = 1$ ,  $0:2 = 0$ ,  $0:3 = 0$  итн. Значи:

За секој природен број  $b$  важи  $\frac{0}{b} = 0.$

**4** Запиши го бројот 0 како дронка; именителот избери го сам.

**5** Можеш ли сега бројот 1 да го запишеш на 101, на 1001 начин?

Веројатно се сети дека  $\frac{2}{2} = 1$ ,  $\frac{3}{3} = 1$ ,  $\frac{4}{4} = 1$  итн.

Општиот заклучок е?

За секој природен број  $a$  важи

$$\frac{a}{a} = a:a = 1, \quad \text{т.е.} \quad \frac{a}{a} = 1.$$

6) Запиши го бројот 1 како дронка

а) со именител 19;

б) со броител 91.

7) Дали можеш и другите природни броеви, на бесконечно многу начини, да ги запишеш како дронка? Обиди се да најдеш неколку записи за бројот 2. Доволно е да одредиш два природни броја, чиј количник е 2. Значи, се сети:

$$4 : 2 = 2, \text{ т.е. } \frac{4}{2} = 2; \quad 6 : 3 = 2, \text{ т.е. } \frac{6}{3} = 2, \text{ итн.}$$



✪ Најди уште три дронки кои се еднакви на бројот 2.

8) Претстави ги на три начина како дронки броевите 3, 7, 12.

9) Воочи ги дронките:

$$\frac{2}{1}, \frac{4}{2}, \frac{6}{3}, \frac{6}{2}, \frac{9}{3}, \frac{14}{2}, \frac{56}{7}, \frac{100}{10}, \dots$$

Дали секоја од овие дронки е природен број? Образложи!

Дронката  $\frac{a}{b}$  е природен број, само ако  $b \mid a$ .

Природен број запишан како дронка го викаме **привидна дронка**.

10) Запиши го природниот број 5 како дронка со именител: 2, 5, 7, 12.

► Треба, всушност, да ја решиш равенката

$$5 = \frac{x}{2}, \text{ т.е. } x : 2 = 5.$$

11) Пресметај:

$$\text{а) } \frac{12}{3} + \frac{15}{5} - \frac{6}{2}; \quad \text{б) } \frac{56}{7} - \frac{42}{6} + \frac{63}{9}.$$

12) Подели два складни круга на по 4 еднакви делови. Од добиените делови можеш да ги формираш следните дронки:

$$\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{5}{4}, \frac{6}{4}, \frac{7}{4}, \frac{8}{4}.$$

Во секоја од дронките  $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}$  броителот е помал од именителот и секоја од нив е помала од 1. Образложи!

Во секоја од дронките  $\frac{5}{4}, \frac{6}{4}, \frac{7}{4}, \frac{8}{4}$  броителот е поголем од именителот и секоја од нив е поголема од 1. Образложи!

Кај дронката  $\frac{4}{4}$  броителот и именителот се еднакви и таа е еднаква на 1.

Ова својство важи за која било дробка  $\frac{a}{b}$  ( $a, b \in N$ ).

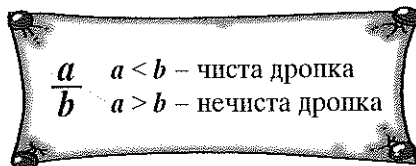
Значи, можеш да заклучиш дека:

ако  $a > b$ , тогаш  $\frac{a}{b} > 1$ ,  
 ако  $a < b$ , тогаш  $\frac{a}{b} < 1$ ,  
 ако  $a = b$ , тогаш  $\frac{a}{b} = 1$ .

- 13) Одговори веднаш која од дробките е помала од 1:

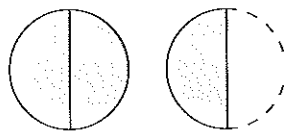
$$\frac{7}{9}, \frac{10}{17}, \frac{15}{20}, \frac{18}{11}, \frac{52}{49}, \frac{101}{99}, \frac{100}{200}.$$

- 14) Вообичаено е дробките помали од 1 да ги викаме **чисти дробки**, а дробките поголеми од 1 – **нечисти дробки**.



- 15) Воочи дека дробката  $\frac{3}{2}$  има 1 цело и 1 половина, т.е.

$$\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$$



Збирот  $1 + \frac{1}{2}$  кратко го запишуваме во видот  $1\frac{1}{2}$  и го викаме **мешан број**.

Значи, мешан број е збир од природен број и чиста дробка, запишан без знакот за собирање.

✪ Запиши ја како мешан број дробката  $\frac{5}{2}$ .

- 16) Претвори ги во мешан број дробките:  $\frac{13}{5}$ ,  $\frac{13}{14}$ ,  $\frac{14}{3}$ ,  $\frac{31}{7}$ .

$$\frac{13}{5} = 13 : 5 = (10 + 3) : 5 = 10 : 5 + 3 : 5 = 2 + \frac{3}{5} = 2\frac{3}{5}$$

$$\text{Кратко: } 13 = 5 \cdot 2 + 3, \quad \frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$$

- 17) Запиши ги како дробка мешаните броеви:  $5\frac{1}{2}$ ,  $3\frac{2}{5}$ ,  $7\frac{2}{3}$ ,  $4\frac{2}{7}$ .

$$\frac{11}{2} = 5 + \frac{1}{2} = 10 : 2 + 1 : 2 = (10 + 1) : 2 = 11 : 2 = \frac{11}{2}$$

$$\text{Кратко: } 5\frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 5 + 1}{2} = \frac{11}{2}.$$

- 18) Меѓу кои природни броеви е бројот:

а)  $2\frac{1}{3}$ ?      б)  $5\frac{2}{9}$ ?      в)  $10\frac{3}{4}$ ?

**Котче на истражувањето**

Колку прабаби имаат сите прабаби на Ана?





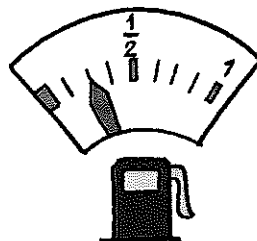
## 8.3. Претставување дронку на бројна полуправа

**A** Веќе научи на секој природен број да му придружиш (доделиш) точно една точка од бројната полуправа. Но, забележа и тоа дека на бројната полуправа има точки на кои не им е придружен ниту еден природен број. Сега ќе ја научиш постапката: на дадена дронка да ѝ придружиш само една точка од бројната полуправа.

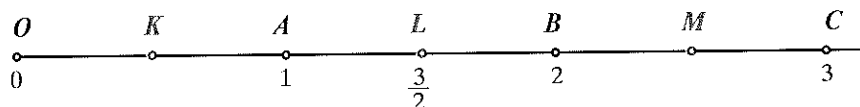
Значи, ги правиш првите чекори во осознавање на врската меѓу аритметиката (бројот) и геометријата (точката, правата).

Забележуваш дека тоа е врска меѓу основни поими.

- 1 Миле забележал дека во резервоарот на колата има уште малку гориво. Резервоарот на неговата кола собира 40 l. Уште колку литри бензин има во резервоарот? Пренеси ја оваа скала на една отсечка со должина 8 cm. Под секоја цртичка на оваа скала запиши ја соодветната дронка и количеството гориво во литри.



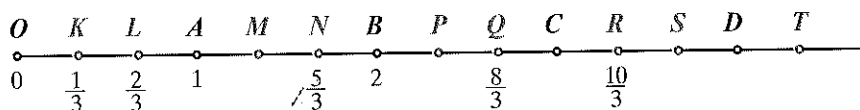
- 2 Нацртај една полуправа  $OX$  и избери една нејзина точка  $A$ . На точката  $O$  придружи ѝ го бројот 0, а на  $A$  бројот 1. Со тоа, како што знаеш, си определил една **бројна полуправа**, за која должината на отсечката  $AO$  е единична отсечка.



Ако  $K$  е средина на отсечката  $OA$ , тогаш кој број ќе ѝ го придружиш на точката  $K$ ? Колкаво е нејзиното растојание до точката  $O$ ?

✦ Кои дронки ќе им ги придружиш на точките  $L$  и  $M$ , ако тие се средини на отсечките  $AB$  и  $BC$ ?

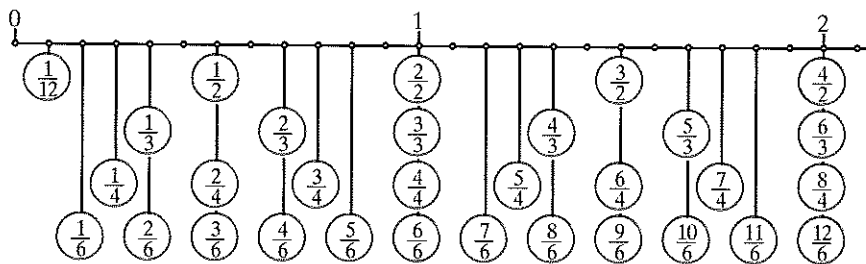
- 3 Воочи ја следната бројна полуправа, на која се истакнати некои точки. На некои од нив им се придружени и броеви.



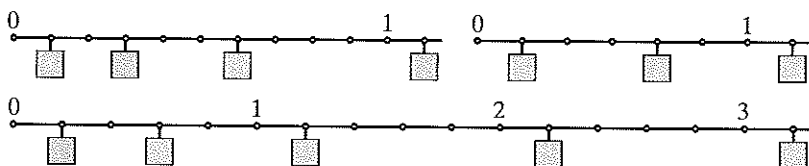
✦ На колку еднакви делови е поделена единичната отсечка  $OA$ ?

✦ Кои броеви им се придружени на точките:  $M, P, R, S, D, T$ ?

- 4 Можеш ли да согледаш кои дропки се еднакви? Тие се претставени со иста точка на бројната полуправа



- 5 Прецртај, а потоа во  стави ја соодветната дропка



- 6 Нацртај бројна полуправа со единична отсечка од  $8\text{ cm}$ , а потоа претстави ги на неа дропките:

$$\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}$$

- 7 Нацртај три бројни полуправи, една под друга, кај кои единичната отсечка е  $12\text{ cm}$ . Означи ги:

а) на првата од нив дропките:  $\frac{2}{12}, \frac{3}{12}, \frac{4}{12}, \frac{6}{12}, \frac{8}{12}, \frac{9}{12}$ ;

б) на втората дропките:  $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{6}{6}$ ,

в) на третата дропките:  $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}$ .

Што забележуваш? Образложи.

- 8 Нацртај бројна полуправа со единична отсечка  $8\text{ cm}$ , и подели ја отсечката на 4 еднакви дела. На првата точка придружи ѝ го бројот 5, а на последната бројот 6. Запиши ги дропките што одговараат на другите точки.

- 9 Веројатно забележа дека при претставување на половини, единичната отсечка ја делиш на два еднакви дела. На колку дела ја делиш единичната отсечка, ако на неа претставуваши:

а) третини?    б) четвртини?    в) осмини?    г) десетини?

☛ Дали на секоја дропка можеш да ѝ придружиш точка од бројната полуправа?

## 8.4. Собирање и одземање дропки со еднакви именители

**A** Во IV одделение научи да собираш и да одземаш дропки со еднакви именители. Сега ќе ги прошириш своите знаења за собирање дропки со еднакви именители, а ќе стекнеш и нови.

**1** Дополни:

а)  $5 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = \square \text{ cm}$ ;      б)  $12 \text{ kg} + 15 \text{ kg} = \square$ ;

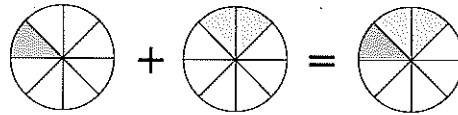
в)  $5 \text{ седмини} + 3 \text{ седмини} = \square \text{ седмини}$ ;

г)  $4 \text{ десетини} + 5 \text{ десетини} = \square$ .

**2** Ана изела 1 осмина, а брат ѝ 2 осмини од тортата. Колкав дел од тортата изеле Ана и брат ѝ?

► За да одговориш на ова прашање, треба да ги **собереш** дропките  $\frac{1}{8}$  и  $\frac{2}{8}$ . Ако на  $\frac{1}{8}$  додадеш  $\frac{2}{8}$  ќе добиеш  $\frac{3}{8}$

т.е.  $\frac{1}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$



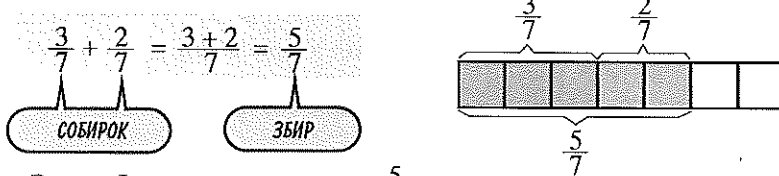
Значи, Ана и брат ѝ изеле  $\frac{3}{8}$  од тортата.

✪ Пресметај напамет:

а)  $\frac{2}{8} + \frac{3}{8}$ ;      б)  $\frac{4}{8} + \frac{3}{8}$ ;      в)  $\frac{1}{8} + \frac{5}{8}$ .

**3** Првиот ден Јане изминал  $\frac{3}{7}$  од патот, а вториот  $\frac{2}{7}$ . Колкав дел од патот изминал Јане за двата дена?

► Треба да го одредиш збирот  $\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$ . Тоа го правиш вака:



Значи, Јане изминал вкупно  $\frac{5}{7}$  од патот.

**4** Од наведените примери веројатно заклучи како треба да собираш дропки со еднакви именители.

✪ Искажи го својот заклучок со зборови.

Збирот на две дропки со еднакви именители е дробка со истиот именител како и дропките собироци, а броител еднаков на збирот од броителите на дропките собироци. Значи

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad (c \neq 0)$$

5 Пресметај напамет:

а)  $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$  ;      б)  $\frac{2}{9} + \frac{3}{9}$  ;       $\frac{\text{○}}{\text{△}} + \frac{\text{□}}{\text{△}} = \frac{\text{○} + \text{□}}{\text{△}}$   
 в)  $\frac{1}{10} + \frac{3}{10}$  ;      г)  $\frac{7}{15} + \frac{3}{15}$  .

6 Пресметај:

а)  $\frac{29}{50} + \frac{17}{50}$  ;      б)  $\frac{37}{61} + \frac{20}{61}$  ;      в)  $\frac{127}{250} + \frac{48}{250}$  .

7 Колкав е збирот, ако собироците се  $\frac{27}{100}$  и  $\frac{54}{100}$  ?

8 Пресметај:

а)  $\frac{14}{51} + \frac{9}{51} + \frac{27}{51}$  ;      б)  $\frac{230}{999} + \frac{327}{999} + \frac{109}{999}$  .

9 Првиот трактор изорал  $\frac{23}{50}$  од нивата, а вториот  $\frac{27}{50}$  .

Дали нивата е изорана?

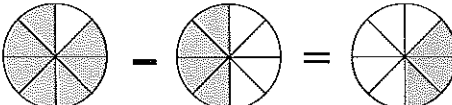
Б Ако добро го совлада собирањето на дропките со еднакви именители, тогаш и одземањето е „половина“ научено.

10 Колку е

а) 5 осмини – 3 осмини?      б) 9 десетини – 4 десетини?

11 За два дена Јане поминал  $\frac{7}{8}$  од патот. Првиот ден поминал  $\frac{4}{8}$  од патот. Колкав дел од патот Јане поминал вториот ден?

► За да одговорим на прашањето, треба од бројот  $\frac{7}{8}$  да го одземеш бројот  $\frac{4}{8}$  . Тоа го пресметуваш вака:

$$\frac{7}{8} - \frac{4}{8} = \frac{7-4}{8} = \frac{3}{8}$$


❖ Која дробка е намаленик, а која намалител?

- 12) Можеш ли да го искажеш правилото за одземање на две дропки со заеднички именители?

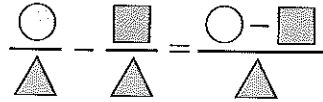
Разлика на две дропки со еднакви именители е дрпка со ист именител како и дропките што ги одземаме, а броител еднаков на разликата од броителите на дропките што ги одземаме, т.е.

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c} \quad (a > b, c \neq 0)$$

- 13) Пресметај напамет:

а)  $\frac{3}{5} - \frac{1}{5}$  ;

б)  $\frac{4}{7} - \frac{3}{7}$  .



- 14) Пресметај:

а)  $\frac{32}{50} - \frac{27}{50}$  ;

б)  $\frac{67}{19} - \frac{55}{19}$  ;

в)  $\frac{239}{555} - \frac{128}{555}$

- 15) Колкава е разликата, ако намаленикот е  $\frac{461}{100}$ , а намалителот  $\frac{209}{100}$  ?

- 16) а) Збирот на броевите  $\frac{5}{12}$  и  $\frac{9}{12}$  намали го за  $\frac{7}{12}$  .

- б) Разликата на броевите  $\frac{27}{30}$  и  $\frac{17}{30}$  зголеми ја за  $\frac{5}{30}$  .

- 17) Во шише од литар има  $\frac{7}{10}$  l сок. Можеш ли во него да туриш уште  $\frac{4}{10}$  l сок? Образложи!

- 18) Таткото има чекор  $\frac{5}{10}$  m, а синот  $\frac{4}{10}$  m. За кој дел од метарот чекорот на таткото е подолг од чекорот на синот? Колку дециметри се тоа?

- 19) Реша ги равенките

а)  $\frac{3}{7} + x = \frac{5}{7}$  ;

б)  $\frac{9}{15} - x = \frac{2}{15}$  ;

в)  $x - \frac{4}{11} = \frac{5}{11}$  .

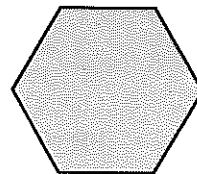
б) Од  $\frac{9}{15} - x = \frac{2}{15}$

следува

$$x = \frac{9}{15} - \frac{2}{15} = \boxed{\phantom{00}}$$

катче на истражувачот

Колку оски на симетрија има правилен шестаголник?



## 8.5. Проширување и скратување дропки

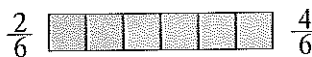
**A** Сега ќе научиш за едно важно својство на дропките, врз кое се заснова постапката за проширување на дропките.

- 1** Разгледај го уште еднаш цртежот во 4. задача на стр. 162. На дропките  $\frac{1}{3}$  и  $\frac{2}{6}$  им е придружена иста точка од бројната полуправа. Значи тие се еднакви. Слично забележуваш дека

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} = \frac{3}{6} .$$

☛ Согледај од истиот цртеж и други примери на еднакви дропки.

- 2** Воочи го цртежот и образложи ја еднаквоста на дропките:

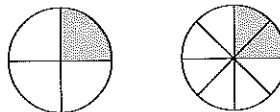


а)  $\frac{1}{3}$  и  $\frac{2}{6}$  ;    б)  $\frac{2}{3}$  и  $\frac{4}{6}$  .

- 3** Нацртај два складни круга. На првиот круг обој  $\frac{1}{4}$ , а на вториот  $\frac{2}{8}$ . Какви се меѓу себе обоените делови.

Затоа можеш да запишеш:

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} .$$



Воочи ги сега необоените делови.

Заклучуваш дека:

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} .$$

- 4** Разгледај ги паровите на еднаквите дропки од претходните примери. Како е добиена втората дропка од парот?

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 2}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2}$$

Оттука можеш да заклучиш дека:

**Ако и броителот и именителот на една дропка ги помножиме со кој било природен број, добиваме дропка еднаква на дадената.**

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} \quad (b \neq 0)$$

Ова е основното својство на дропките, а постапката ја викаме проширување на дропките.

5 Прошири ја дропката  $\frac{2}{3}$  со: 2, 3, 5, 8, 12.

$$\blacktriangleright \quad \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 8}{3 \cdot 8} = \frac{16}{24}.$$

6 Прошири ја со 5 секоја од дропките:  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{7}{10}$ ,  $\frac{12}{100}$ .

7 Со кој број е проширена првата дропка во равенството:

а)  $\frac{2}{5} = \frac{10}{25}$  ?      б)  $\frac{4}{9} = \frac{40}{90}$  ?      в)  $\frac{3}{8} = \frac{21}{56}$  .

$$\blacktriangleright \quad \frac{3}{8} = \frac{21}{56} = \frac{3 \cdot 7}{8 \cdot 7} . \quad \text{Дропката е проширена со 7.}$$

8 Одреди ја непознатата  $x$  од равенката:

а)  $\frac{3}{4} = \frac{x}{20}$  ;      б)  $\frac{5}{7} = \frac{30}{x}$  ;      в)  $\frac{5}{11} = \frac{x}{121}$  .

9 Дали може со проширување на дропката  $\frac{3}{7}$  да се добие дропката  $\frac{15}{28}$  ?

**Б** Сега основното својство на дропките ќе го користиме за скратување на дропки.

10 Ако ја прошириш дропката  $\frac{2}{5}$  со 3, ја добиваш дропката  $\frac{6}{15}$ , т.е.

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}.$$

Ова равенство можеш да го запишеш и вака:

$$\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

можеш ли да објасниш како од дропката  $\frac{6}{15}$  е добиена дропката  $\frac{2}{5}$  ?

11 Броителот и именителот на дропката  $\frac{12}{15}$  имаат заеднички делител различен од 1 и тоа е бројот 3. Подели ги броителот и именителот на дропката  $\frac{12}{15}$  со 3. Која дропка ја добиваш? Образложи зошто таа дропка е еднаква на дропката  $\frac{12}{15}$ .

12 Основното својство на дропките можеш да го користиш и во обратна насока

$$\frac{n \cdot a}{n \cdot b} = \frac{a}{b}$$

Втората дробка е добиена така што и броителот и именителот на првата дробка се поделени со  $n$ . Притоа бројот  $n$  е заеднички делител и на  $a$  и на  $b$ . Значи

**Ако и броителот и именителот на една дробка ги поделеме со некој нивен заеднички делител, добиваме дробка еднаква на дадената.**

Оваа постапка ја викаме **скратување на дробките**.

13 Скрати ги дробките:  $\frac{2}{4}$ ;  $\frac{3}{9}$ ;  $\frac{6}{10}$ ;  $\frac{12}{14}$ ;  $\frac{15}{21}$ ;  $\frac{25}{35}$ ;  $\frac{6}{31}$

►  $\frac{25}{35} = \frac{\cancel{5} \cdot 5}{\cancel{5} \cdot 7} = \frac{5}{7}$  При кратењето смееш заедничкиот делител да го прецрташ со тенка линија.

Дробката  $\frac{6}{31}$  не можеш да ја скратиш, бидејќи 6 и 31 немаат заеднички делител поголем од 1; тие се заемно прости. За таквите дробки веламе дека се **нескратливи дробки**.

14 Скрати ја дробката  $\frac{36}{48}$  со 2; со 3; со  $D(36, 48)$

15 Разложи ги броителот и именителот на прости множители, а потоа скрати ја дробката:

а)  $\frac{12}{20}$ ; б)  $\frac{18}{27}$ ; в)  $\frac{45}{54}$ ; г)  $\frac{60}{84}$ ; д)  $\frac{165}{132}$ .

16 V-а одделение избира свој претседател. Секој од 36-те ученици дава по два гласа. Резултатите се гледаат на таблата. Колкав дел на гласови добил секој од четирите кандидати. Запиши ги резултатите како нескратливи дробки.

Ана					
Ване					
Јово					☹
Лиле					☺

17 Во 1990 година на Земјата имало приближно 5 милиона (милијарди) жители. Најбројни биле Кина (1 100 000 000) и Индија (800 000 000). Колкав дел од жителите на Земјата се:

- а) Кинези?  
б) Индијци?

**Колку на истражувањето**



Имаме ист број молњи.  
Ако ти давам 2 молњи,  
колку молњи ќе имаш  
повеќе од мене?



## 8.6. Споредување на дропки

**A** Добро знаеш дека природните броеви ги споредуваме. Од два различни природни броја лесно утврдуваш кој е поголем, односно помал. Во III одделение научи да споредуваш и дропки со еднакви именители. Сега овие знаења ќе ги прошириш и ќе стекнеш нови сознанија.

1 Во млекото има  $\frac{87}{100}$  вода,  $\frac{4}{100}$  белковини,  $\frac{5}{100}$  шеќер,  $\frac{3}{100}$  масти и  $\frac{1}{100}$  минерални материи. Подреди ги по големина овие броеви. Провери го резултатот, така што ќе пресметаш колку грама има од секој дел во 1 kg млеко.

2 Стави еден од знаците < или > .

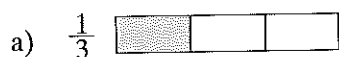
а) 2 cm  5 cm;

б) 2 седмици  5 седмици;

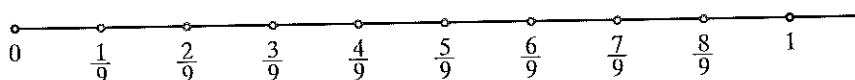
в) 7 kg  4 kg;

г) 7 деветини  4 деветини.

3 Воочи го секој цртеж, а потоа спореди ги дропките што одговараат на обоениот дел:



4 Спореди ги броевите:  $\frac{2}{9}$  и  $\frac{5}{9}$  ;  $\frac{8}{9}$  и  $\frac{3}{9}$  ;  $\frac{4}{9}$  и  $\frac{7}{9}$  .



5 Што заклучуваш од сите овие примери? Разгледај ги уште еднаш и воочи ги нивните броеители:

Дропки:  $\frac{1}{3} < \frac{2}{3}$      $\frac{3}{4} > \frac{2}{4}$      $\frac{2}{9} < \frac{5}{9}$      $\frac{8}{9} > \frac{3}{9}$      $\frac{4}{9} < \frac{7}{9}$

Броеители:  $1 < 2$      $3 > 2$      $2 < 5$      $8 > 3$      $4 < 7$

✪ Исажи го својот заклучок со зборови

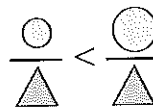
Од две дропки со еднакви именители, поголема е онаа дропка што има поголем броеител.

Значи, за две дропки со еднакви именители  $\frac{a}{c}$  и  $\frac{b}{c}$  заклучуваме:

Ако  $a < b$ , тогаш  $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

Ако  $a > b$ , тогаш  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

Ако  $a = b$ , тогаш  $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$



6) Подреди ги по големина броевите:  $\frac{2}{7}$ ,  $\frac{6}{7}$ ,  $\frac{5}{7}$ ,  $\frac{3}{7}$ ,  $\frac{8}{7}$ ,  $\frac{4}{7}$ .

7) Одреди ги сите броеви  $x$ , за кои важи:

а)  $\frac{3}{7} < \frac{x}{7} < \frac{5}{7}$  ;

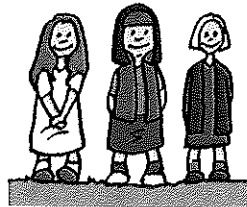
б)  $\frac{2}{9} < \frac{x}{9} < \frac{5}{9}$  .

8) Висината на Гоце е  $\frac{9}{8}$  од висината на Даме. Кој е повисок?

Б) Сега ќе научим да споредуваме дропки со нееднакви именители.

9) Од 600 денари Ана зела  $\frac{1}{2}$ ,  
Билјана  $\frac{1}{6}$ , а Весна  $\frac{1}{3}$ .

Која од нив зела најмногу?



10) Спореди ги дропките:

а)  $\frac{1}{2}$  и  $\frac{1}{5}$  ; б)  $\frac{2}{7}$  и  $\frac{2}{10}$  .



⊛ Дали заклучокот е „обратен“?

**Од две дропки со еднакви броители, поголема е онаа дропка што има помал именител.**

11) Која од дропките  $\frac{2}{3}$  и  $\frac{3}{5}$  е поголема?

Ти научи да споредуваме дропки со еднакви именители. Затоа, овие дропки со проширување треба да ги доведеш до дропки со еднакви именители.

Оваа постапка ја викаме **сведување дропки на еднакви именители**.

Значи, прво треба дропките да ги сведеш на еднакви именители. Затоа, првата дропка ја прошируваме со 5 (именителот на втората дропка), а втората со 3, (именителот на првата дропка).

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15} ; \quad \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{9}{15}$$

Бидејќи  $\frac{10}{15} > \frac{9}{15}$  заклучуваме дека  $\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$  .

Слично постапуваме за кои било две дропки. Значи

**Споредувањето на две дропки со различни броители и именители го вршиме, откако претходно ги сведеме на еднаков именител.**

12 Спореди ги дробките:

а)  $\frac{2}{7}$  и  $\frac{3}{10}$ ; б)  $\frac{4}{7}$  и  $\frac{5}{9}$ ; в)  $\frac{7}{5}$  и  $\frac{10}{7}$ ; г)  $\frac{8}{5}$  и  $\frac{14}{9}$ .

13 Најди по три вредности за  $x$ , ако:

а)  $\frac{x}{7} < \frac{5}{7}$ ; б)  $\frac{x}{9} > \frac{7}{9}$ ; в)  $\frac{7}{8} > \frac{x}{4}$ ; г)  $\frac{5}{6} < \frac{x}{18}$

г) Бидејќи  $\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 3} = \frac{15}{18}$ , добиваме  $\frac{15}{18} < \frac{x}{18}$ , т.е.  $15 < x$ .

Тогаш:  $x = 16, x = 17, x = 18, x = 19, \dots$  итн.

14 Подреди ги, почнувајќи од најмалата дробка.

а)  $\frac{11}{12}, \frac{19}{12}, \frac{9}{12}, \frac{17}{12}$ ; б)  $\frac{3}{8}, \frac{3}{7}, \frac{3}{10}, \frac{3}{4}$ .

15 Прво скрати ги, а потоа спореди ги дробките:

а)  $\frac{6}{12}$  и  $\frac{3}{9}$ ; б)  $\frac{5}{15}$  и  $\frac{6}{24}$ ; в)  $\frac{14}{35}$  и  $\frac{18}{30}$ ; г)  $\frac{40}{24}$  и  $\frac{28}{21}$

16 Да споредиме сега кои било две дробки  $\frac{a}{b}$  и  $\frac{c}{d}$ . Првата ја прошируваш со бројот  $d$ , а втората со бројот  $b$  и ги добиваш дробките

$$\frac{a \cdot d}{b \cdot d} \text{ и } \frac{c \cdot b}{d \cdot b}$$

т.е. две дробки со еднакви именители ( $b \cdot d = d \cdot b$ ), па заклучуваш

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d}, \text{ само ако } a \cdot d < b \cdot c$$

$$\frac{a}{b} > \frac{c}{d}, \text{ само ако } a \cdot d > b \cdot c$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ само ако } a \cdot d = b \cdot c.$$

17 Кои од следните парови дробки се еднакви:

а)  $\frac{4}{6}$  и  $\frac{6}{9}$ ; б)  $\frac{6}{9}$  и  $\frac{10}{15}$ ; в)  $\frac{14}{21}$  и  $\frac{16}{22}$ ; г)  $\frac{9}{15}$  и  $\frac{12}{20}$

б) Бидејќи  $6 \cdot 15 = 90 = 9 \cdot 10$ , следува дека  $\frac{6}{9} = \frac{10}{15}$   
Можеш прво да ги скратиш!

18 Провери го, за неколку конкретни вредности на  $a$  и  $b$ , тврдењето:

Ако  $a > b$ , тогаш  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ .

19 До училиште Ана патува  $\frac{5}{12}$  од часот, а Вера за  $\frac{7}{15}$  од часот. Ако патуваат со еднаква брзина, која од нив живее поблизу до училиштето?

Каче на истражувањето



Колку е часот, ако до крајот на денот останува двапати помалку време, отколку што поминало од неговиот почеток?

- Оваа табела го дава бројот на мажите и на жените кои учествувале на Олимписките игри.

	Атина 1896	Лондон 1908	Берлин 1936	Атланта 1996
Маж	245	2 035	3 936	6 500
Жени	0	36	328	3 700

- а) Колку натпреварувачи од машки пол имало во Лондон? Во Берлин?
- б) Колку натпреварувачи од женски пол имало во Атина? Во Атланта?
- ☛ Препиши ја секоја од следнива реченици и стави 2, 3, 10 или 100 во , без употреба на зебен сметач.
- в) Меѓу 1908 и 1936 бројот на учесниците е зголемен за околу  пати.
- г) Меѓу 1908 и 1996 бројот на учесниците од женски пол е зголемен за околу  пати.
- д) Меѓу 1908 и 1936 бројот на учесниците мажи е зголемен за околу  пати.
- ☛ Сакаме да ги претставиме мажите од табелата со хистограм. За тоа одлучуваме 500 учесници да ги претставиме со столб чија висина е 5 *mm*.
- ѓ) Прецртај ја следнава табела и дополни ја:

		Атина 1896	Лондон 1908	Берлин 1936	Атланта 1996
Број	500	245	2 035	3 936	6 500
Висина( <i>mm</i> )	5			40	

- ☛ Прво заокружи на илјади. На пример:  
 $3\,936 \div 4\,000 = 8 \cdot 500 = 8 \cdot 5 = 40$  (*mm*)

- е) Нацртај го сега хистограмот.

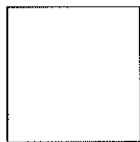
## НЕ ЗАБОРАВИ ДЕКА...!

- ✱ Ако  $a$  и  $b$  се кои било броеви, тогаш записот  $\frac{a}{b}$  е број кој го викаме дробка. Читаеме  $a$  врз  $b$ .  
Бројот  $b$  е именител на дробката, а бројот  $a$  броител.
- ✱ Сите дробки го образуваат множеството дробки, коешто е бесконечно множество броеви.
- ✱ Секој природен број е дробка со именител 1. Воопшто, дробката  $\frac{a}{b}$  е природен број, само ако  $b \mid a$ .
- ✱ Ако  $a > b$ , тогаш  $\frac{a}{b} > 1$ .  
Ако  $a < b$ , тогаш  $\frac{a}{b} < 1$ .  
Ако  $a = b$ , тогаш  $\frac{a}{b} = 1$ .
- ✱  $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ ,  $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$  ( $c \neq 0$ )
- ✱  $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$  (проширување на дробки)  
 $\frac{n \cdot a}{n \cdot b} = \frac{a}{b}$  (скратување на дробки)
- ✱ Ако  $a < b$ , тогаш  $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ .  
Ако  $a > b$ , тогаш  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ .  
Ако  $a = b$ , тогаш  $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ .
- ✱  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ , само ако  $ad < bc$   
 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ , само ако  $ad > bc$ .  
 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , само ако  $ad = bc$ .

## ТЕСТ VIII

1. На квадратот од цртежот обој

а)



$\frac{3}{4}$  од плоштината

б)



$\frac{2}{5}$  од плоштината (5)

2. Дополни: Дропката  $\frac{a}{b}$  е природен број, само ако \_\_\_\_\_ . (2)

3. Претстави ги на бројната полуправа дропките

$$\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{7}{4}, \frac{10}{4}.$$



(5)

4. Пресметај

а)  $\frac{13}{71} + \frac{4}{71} + \frac{35}{71};$

б)  $\frac{345}{1000} - \frac{276}{1000}.$  (4)

5. Скрати ја дропката  $\frac{60}{84}$ . (3)

6. За кои природни броеви  $n$  важи

$$\frac{n}{7} < 1? \quad (6)$$

7. Реши ги равенките

а)  $x - \frac{3}{11} = \frac{5}{11};$

б)  $x + \frac{3}{11} = \frac{5}{11}.$  (6)

8. Стави еден од знаците  $<$  или  $>$  за да добиеш точно неравенство

а)  $\frac{2}{3} \square \frac{3}{4},$

б)  $\frac{7}{15} \square \frac{5}{11}.$  (4)

Скала за оценување	Доволен	Добар	Многу добар	Одличен
	12 - 17	18 - 23	24 - 29	30 - 35

## 9. ДЕЦИМАЛНИ БРОЕВИ И ОПЕРАЦИИ СО НИВ

Со изучување на содржините од оваа тема ќе ја осознаеш потребата од ново проширување на множеството броеви со нови броеви, потребни во секојдневниот живот и науката, и ќе можеш:

- да дефинираш децимална дробка и децимален број;
- да читаш и да запишуваш децимални броеви;
- да ги претставуваш децималните броеви на бројна полуправа и да ги споредуваш;
- да се запознаеш со поимот процент и да го користиш при едноставни примери;
- да сметаш со децимални броеви и да ги користиш операциите со децимални броеви при решавање практични задачи;
- да претвораш дробка во децимален број и да разликуваш конечен од бесконечен децимален број;
- да решаваш равенки и проблеми со децимални броеви.

- 9.1. Децимален запис на број. Децимални броеви
- 9.2. Претставување децимални броеви на бројна полуправа.  
Споредување децимални броеви
- 9.3. Собирање и одземање децимални броеви
- 9.4. Множење и делење децимален број со декадна единица
- 9.5. Множење децимални броеви
- 9.6. Делење децимални броеви
- 9.7. Претворање дробка во децимален број.  
Заокружување децимални броеви
- 9.8. Проенти
- 9.9. Аритметичка средина
- 9.10. Кружен дијаграм

## 9.1. Децимален запис на број. Децимални броеви.

**A** Бројот 10 е основа на позициониот броен систем, наречен по него – *декаден броен систем*. И при воведувањето на новите броеви, тој ја задржува истата улога.

**1** Познати ти се односите кај мерките за должина, течност и маса. Во  запиши го соодветниот мерен број.

а)  $1 \text{ mm} = \frac{1}{10} \text{ cm}$ ,  $8 \text{ dm} = \text{ m}$ ,  $3 \text{ cl} = \text{ dl}$ ,  $7 \text{ hg} = \text{ kg}$ ;

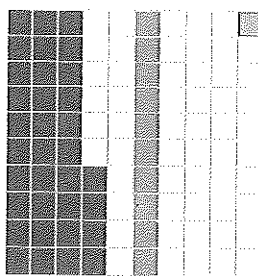
б)  $5 \text{ ml} = \frac{5}{100} \text{ dl}$ ,  $2 \text{ mm} = \text{ dm}$ ,  $4 \text{ cl} = \text{ l}$ ,  $9 \text{ g} = \text{ kg}$ .

**2** Квадратот е поделен на 100 мали квадратчиња.

а) Кој дел од квадратот е обоен зелено?

б) Со кој број ќе го изразиш црвено обоениот дел? Запиши на два начина.

в) Со сина боја се обоени  $\frac{34}{100}$ . Колку десетини има во  $\frac{34}{100}$ ?



Користи го цртежот и дополни:

$$\frac{34}{100} = \frac{3}{\text{}} + \frac{4}{\text{}}$$

**3** Препиши и дополни:

а)  $\frac{58}{10} = \frac{50}{10} + \frac{\text{}}{10} = \text{} + \frac{\text{}}{\text{}}$ ;

б)  $\frac{72}{100} = \frac{7}{\text{}} + \frac{\text{}}{100}$ ;

в)  $\frac{439}{100} = \text{} + \frac{3}{\text{}} + \frac{\text{}}{100}$ .

г)  $\frac{23}{1000} = \frac{\text{}}{100} + \frac{\text{}}{1000}$ .

**4** Во претходните примери работеше со дробки чии именители се 10, 100, 1000. Ваквите дробки ги викаме **десетични дробки** или **децимални дробки**.

**Секоја дробка чиј именител е 10, 100, 1 000, ... ја викаме децимална дробка.**

Децимални дробки се и следните дробки:

$$\frac{4}{10}, \frac{213}{10}, \frac{9}{100}, \frac{51}{100}, \frac{1}{1000}, \frac{1999}{1000}, \frac{34}{10000}, \text{ итн.}$$

★ Запиши пет децимални дробки со различни именители.

**5** Запиши го како мешан број збирот:

а)  $\frac{5}{10} + \frac{8}{10}$ ;      б)  $\frac{3}{10} + \frac{26}{10}$ ;      в)  $\frac{47}{100} + \frac{95}{100} + \frac{71}{100}$ .

▶  $\frac{3}{10} + \frac{26}{10} = \frac{3+26}{10} = \frac{29}{10} = 2 + \frac{9}{10} = 2 \frac{9}{10}$ .



**В** Сега ќе научиш децималните дробки да ги запишуваш без именител – како децимални броеви.

**6** Веќе научи децималната дробка  $\frac{58}{10}$  да ја запишеш како

$$5 + \frac{8}{10} \quad \text{или} \quad 5 \frac{8}{10} .$$

Овие записи се долги и непрактични. Затоа во математиката е прифатен многу пократок, поедноставен и попрактичен начин на запишување на децималните дробки. Наместо нив, пишуваме

**5,8**

и читаме: **пет цели и осум десетини**. Ваквиот запис го викаме **децимален запис**, запирката меѓу броевите 5 и 8 **децимална запирка**, а бројот 5,8 го викаме **децимален број**.

Според тоа, можеме да го запишеме равенството

$$\frac{58}{10} = 5,8.$$

**7** Напиши го децималниот запис на бројот, а потоа прочитај го:

а)  $3 + \frac{2}{10}$ ;      б)  $9 \frac{3}{10}$ ;      в)  $15 \frac{1}{10}$ ;      г)  $41 \frac{7}{10}$ ;      д)  $\frac{5}{10}$

д)  $\frac{5}{10} = 0 + \frac{5}{10} = 0,5$ ;      нула цели и пет десетини.

**8** Запиши го како мешан број секој од децималните броеви.

а) 2,6;      б) 6,2;      в) 4,8;      г) 19,5;      д) 54,9.

**9** Должината на отсечката  $AB$  е 275 *mm*. Колку дециметри е тоа?

► Образложи ги следните равенства

$$275 \text{ mm} = 200 \text{ mm} + 75 \text{ mm} = 2 \text{ dm} + \frac{75}{100} \text{ dm}.$$

Значи, должината на отсечката  $AB$ , изразена во дециметри е

$$2 + \frac{75}{100} \quad \text{или} \quad 2 \frac{75}{100}$$

И овој број го запишуваме во децимален запис како

**2,75**

(читаме: **две цели и седумдесет и пет стотинки**)

Според тоа  $2,75 = 2 \frac{75}{100}$ .

**10** Напиши го децималниот запис на бројот, а потоа прочитај го:

а)  $1 + \frac{31}{100}$ ;      б)  $8 \frac{19}{100}$ ;      в)  $\frac{51}{100}$ ;      г)  $148 \frac{11}{100}$ .

11) Запиши ги како дробки со именител 100 децималните броеви:

- а) 1,24;      б) 17,54;      в) 5,03;      г) 0,68.

$$\text{в} \triangleright 5,03 = 5 \frac{3}{100} = \frac{5 \cdot 100 + 3}{100} = \frac{503}{100}.$$

**Забелешка.** Во некој земји наместо децимална запирка се занисува *децимална тточка*, исто како кај џебните сметачи. Тие сметаат со децимални броеви, а не со дробки. Така, на пример: наместо  $\frac{1}{2}$ , во сметачот внесуваш 0,5. Образложи зошто!

12) Образложи ги следните равенства (и запомни ги!):

$$\frac{1}{2} = 0,5; \quad \frac{1}{4} = 0,25; \quad \frac{3}{4} = 0,75; \quad \frac{1}{8} = 0,125.$$

13) Образложи ги следните равенства:

$$\frac{5}{1000} = 0,005; \quad \frac{37}{1000} = 0,037; \quad \frac{569}{1000} = 0,569; \quad \frac{4312}{1000} = 4,312.$$

14) Обрни посебно внимание на равенството:

$$35,472 = 35 + \frac{472}{1000} = 35 + \frac{4}{10} + \frac{7}{100} + \frac{2}{1000}.$$

Забележуваш дека децималниот број 35,472 има 35 цели и 4 десетинки, 7 стотинки и 2 илјадинки. Првото место по децималната запирка е местото на **десетинките** (цифрата 4), второто место го заземаат **стотинките** (7), а третата цифра го покажува бројот на **илјадинките** (2).

Овие места по децималната запирка ги викаме децимални места, а цифрите што стојат на тие места ги викаме **децимали**.

Бројот 35,472 има 35 цели и три децимали. Ова лесно се воочува од таблицата за месни вредности на цифрите.

Десетки 10	Единици 1	десетинки $\frac{1}{10}$	стотинки $\frac{1}{100}$	илјадинки $\frac{1}{1000}$
3	5	4	7	2
← цел дел		→ дробен дел		

15) Запиши ги во таблица со месни вредности броевите:

- а) 27,5;    б) 3,45;    в) 0,125;  
г) 65,07;    д) 51,049.

⊛ Која е месната вредност на цифрата 5 во секој од овие броеви?

**Катче на истражување**

На кои два природни броја збирот им е поголем од производот?



## 9.2. Претставување децимални броеви на бројна полуправа. Споредување децимални броеви.

- A** Потсети се како скратуваш, односно прошируваш една дробка. И некои децимални дробки можеш да ги скратиш, а секоја децимална дробка можеш да ја прошириш.

- 1 Врз основа на кое својство на дробките заклучуваш дека

$$\frac{1700}{1000} = \frac{170}{100} = \frac{17}{10} ?$$

- ★ Тогаш, дали се точни равенствата:  $1,700 = 1,70 = 1,7$ ?
- ★ Кој е заклучокот?



**Ако последната децимала на некој децимален број е 0, тогаш со нејзиното испуштање бројот не се менува.**

- 2 Образложи ја точноста на равенствата

$$\frac{7}{10} = \frac{70}{100} = \frac{700}{1000}$$

- ★ Тогаш, што можеш да заклучиш за децималните броеви

0,7; 0,70; 0,700?

- ★ Искажи го општиот заклучок со зборови.

**Децималниот број не се менува, ако по последната децимала му се допише нула.**

- 3 Запиши ги со две децимали следните децимални броеви:

а) 5,2;      б) 17,1;      в) 0,300;      г) 4,270;      д) 0,0300.

- 4 Кое од следните равенства е точно?

а)  $0,4 = 0,40$ ;      б)  $7,9 = 7,09$ ;      в)  $1,32 = 1,320$ ;      г)  $7,3 = 8,30$ .

- 5 Секој природен број може на бесконечно многу начини да биде запишан како дробка. Некои од овие се децимални дробки. Образложи ги равенствата

$$5 = \frac{50}{10} = \frac{500}{100} = \frac{5000}{1000}$$

- ★ Кој е заклучокот?

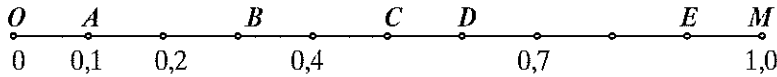
**Секој природен број можеш да го запишеш како децимален број, така што по него се запишува децималната запирка и за децимали се запишуваат произволен број нули.**

- 6 Запиши ги природните броеви 357 и 482 како децимални броеви:

а) со една децимала;      б) со три децимали.

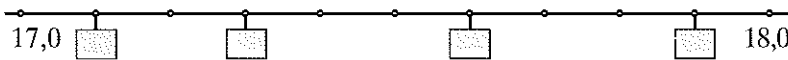
**Б** Сега ќе научиш на даден децимален број да му придружиш само една точка од бројната полуправа. За тоа ќе ги користиш знаењата што ги стекна при претставување дробки на бројна полуправа.

**7** Воочи ја бројната полуправа. На неа се истакнати повеќе точки. На некои од нив им се придружени и броеви.



- а) На колку еднакви делови е поделена единичната отсечка  $OM$ ?  
 б) Кои броеви им се придружени на точките:  $A, B, C, D, E$ ?

**8** Прецртај, а потоа во  запиши го соодветниот број.



**9** Нацртај соодветен дел од полуправата и на неа претстави ги децималните броеви:

- а) 31,2; 31,5; 31,8;      б) 1,41; 1,44; 1,48.

**В** Од два природни броја многу лесно заклучуваш кој од нив е поголем. И дробките научи да ги споредуваш. Тие сознанија ќе ги користиш при споредување на два децимални броја.

**10** Меѓу кои природни броеви се наоѓа децималниот број.

- а) 0,7?      б) 3,4?      в) 9,25?      г) 28,9?      д) 67,392?

★ Се сложуваш ли дека бројот 37,2 е меѓу броевите 37 и 38?; Бројот 10,207 е меѓу броевите 10 и 11 птн.

**11** Ти знаеш дека

$$3578 > 2578, \quad 3578 > 3569, \quad 3578 > 3574.$$

Ако овие броеви се должини на некои отсечки, запишуваш:

$$3578 \text{ cm} > 2578 \text{ cm}, \quad 3578 \text{ cm} > 3569 \text{ cm}, \quad 3578 \text{ cm} > 3574 \text{ cm}.$$

Ако ове должини ги претвориш во метри, добиваш:

$$35,78 \text{ m} > 25,78 \text{ m}, \quad 35,78 \text{ m} > 35,69 \text{ m}, \quad 35,78 \text{ m} > 35,74 \text{ m}.$$

Ако повторно се вратиш само на мерните броеви на овие отсечки, можеш да запишеш дека:

$$35,78 > 25,78, \quad 35,78 > 35,69, \quad 35,78 > 35,74.$$

- ★ Што заклучуваш од првото неравенство?  
 ★ Што заклучуваш од другите две неравенства?  
 ★ Исажи го својот заклучок со зборови.

1. Од два децимални броја поголем е оној што има поголем цел дел.

2. Ако децималните броеви имаат еднакви цели делови, тогаш поголем е оној што има поголема прва децимала (десетинка).

Ако и десетинките им се еднакви, тогаш поголем е оној што има поголема втора децимала (стотинки), итн.

12 Драган тврди дека  $0,9 < 0,10$ , бидејќи  $9 < 10$ . Каде грешн Драган? Об-разложи.

13 Запиши еден од знаците  $<$  или  $>$ .

а)  $4,32 \square 5,31$

б)  $3,97 \square 2,975$

в)  $30,5 \square 30,6$

г)  $41,567 \square 41,57$

14 Кои цифри можеш да ги ставиш на местото на ѕвездичката?

а)  $5,48* < 5,483$

б)  $0,73*4 < 0,7345$

15 Што е поголемо:

а)  $4,77 \text{ m}$  или  $4,777 \text{ m}$ ?

б)  $17,96 \text{ l}$  и  $17,860 \text{ l}$ ?

16 Од сите картончиња со знаците  $\square 3$ ,  $\square 4$ ,  $\square 0$ ,  $\square 5$ ,  $\square ,$  состави:

а) пет броја кои се помали од  $0,5$ ;

б) ги сите броеви кои се меѓу  $0,3$  и  $0,4$ ;

в) ги сите броеви што се поголеми од  $0,5$ , а потоа подреди ги по големина.

17 Запиши пет броеви кои се меѓу  $1,1$  и  $1,2$ .

► Разгледај ги броевите  $1,10$  и  $1,20$  или  $1,100$  и  $1,200$ .

18 Подреди ги по големина броевите:

а)  $51,43 \text{ g}$ ;  $51,34 \text{ g}$ ;  $53,41 \text{ g}$ ;  $53,14 \text{ g}$ ;  $54,13 \text{ g}$ .

б)  $77,7 \text{ m}$ ;  $7,77 \text{ m}$ ;  $7,07 \text{ m}$ ;  $77,77 \text{ m}$ ;  $7,70 \text{ m}$ .

19 При ова подредување внимавај на различните мерни единици:

а)  $555,5 \text{ g}$ ;  $0,5 \text{ kg}$ ;  $0,00005 \text{ t}$ ;  $0,33 \text{ kg}$ .

б)  $44,4 \text{ cm}^2$ ;  $440 \text{ mm}^2$ ;  $0,45 \text{ dm}^2$ .

20 Колку децимални броеви, запишани:

а) со една децимала, се наоѓаат меѓу броевите  $4,2$  и  $4,9$ ?

б) со две децимали, се наоѓаат меѓу  $4,02$  и  $4,09$ ?

21 Кои исти цифри можеш да ги поставиш на местото на ѕвездичката? Наведи барем три можности.

а)  $10,5* < 10,6 < 10,*5$

б)  $0,3*6 < 0,356 < 0,36*$

## 9.3. Собирање и одземање децимални броеви

**A** Сега ќе согледаш дека децималните броеви се собираат како и природните броеви. Малите децимални броеви можеш да ги собираш и напамет, а големите – само писмено.

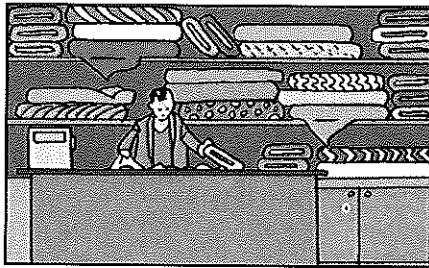
1 Пресметај го напамет збирот:

а)  $0,2 + 0,3$ ; б)  $2,1 + 3,2$ ; в)  $5,4 + 1,5$ ; г)  $0,12 + 0,35$ .

2 За сако се потребни  $2,62\text{ m}$ , а за панталони  $1,17\text{ m}$ . Колку штоф треба за цел костум?

► Очигледно, одговорот ќе го добиеш ако го одредиш збирот на децималните броеви  $2,62 + 1,17$ .

Изрази ги должините во сантиметри  $262\text{ cm}$  и  $117\text{ cm}$  и собери ги



$$\begin{array}{r} 262 \\ + 117 \\ \hline 379 \end{array}$$

Значи, потребни се  $379\text{ cm}$ , т.е.  $3,79\text{ m}$  штоф. Според тоа, можеш да запишеш дека

$$2,62 + 1,17 = 3,79$$

или по вертикала

$$\begin{array}{r} 2,62 \\ + 1,17 \\ \hline 3,79 \end{array}$$

Е	Д	С
2	6	2
1	1	7
3	7	9

До истиот резултат можеш да дојдеш ако ја користиш таблицата за месни вредности на цифрите.

3 Пресметај го збирот:

$$\begin{array}{r} \text{а) } 3,57 \\ + 6,42 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{б) } 4,72 \\ + 12,14 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{в) } 101,34 \\ + 0,95 \\ \hline \end{array}$$

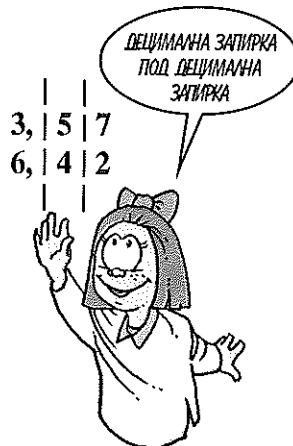
$$\begin{array}{r} \text{г) } 24,59 \\ + 7,13 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{д) } 9,431 \\ + 19,129 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{е) } 42,95 \\ + 107,58 \\ \hline \end{array}$$

►

$$\begin{array}{r} 42,95 \\ + 107,58 \\ \hline 150,53 \end{array}$$



## 9. Децимални броеви и операции со нив

4 Пресметај:

$$\begin{array}{r} \text{а) } 1,34 \\ + 3,7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{б) } 0,06 \\ + 4,953 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{в) } 5,55 \\ + 5,555 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{г) } 0,321 \\ + 17,5 \\ \hline \end{array}$$



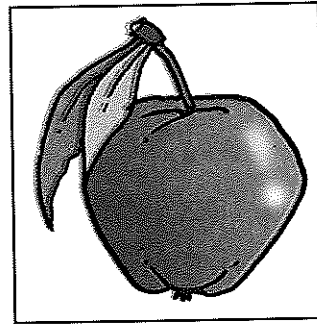
Ако собираците немаат ист број децимали, тогаш допишуваш нули;  
 $0,321 + 17,5 = 0,321 + 17,500$ .

5 Стојан однел на пошта три пакета. Масата на првиот пакет е  $3,5 \text{ kg}$ , на вториот,  $2,835 \text{ kg}$ , а на третиот  $0,95 \text{ kg}$ . Колкава е масата на сите пакети?

6 Во една вреќа има  $27,45 \text{ kg}$ , а во другата  $3,5 \text{ kg}$  повеќе отколку во првата. Колкава е масата на двете вреќи заедно?

Б Сè што знаеш за собирање децимални броеви, можеш да го искористиш при одземањето на децималните броеви.

7 Од  $5,478 \text{ t}$  јаболка, Наум продал  $3,125 \text{ t}$ . Колку јаболка му останале?



► Треба да ја одредиш разликата на децималните броеви  
 $5,478 - 3,125$ .

Ти знаеш дека  $5,478 \text{ t} = 5478 \text{ kg}$  и  $3,125 \text{ t} = 3125 \text{ kg}$ , па можеш да ја пресметаш разликата  
 $5478 - 3125$ .

$$\begin{array}{r} 5478 \\ - 3125 \\ \hline 2353 \end{array}$$

Значи, останале уште  $2353 \text{ kg}$ , т.е.  $2,353 \text{ t}$  јаболка. Според тоа, можеш да запишеш дека

$$\begin{array}{r} 5,478 \\ - 3,125 \\ \hline 2,353 \end{array}$$

Веројатно заклучи дека при пресметувањето на разликата (како и кај збирот) децималните броеви ги запишуваш еден под друг, така што децималната запирка и цифрите со исти месни вредности да бидат една под друга. Потоа одземаш како кај природните броеви, со тоа што децималната запирка ја запишуваш и во разликата.

8 Пресметај ја разликата

$$\begin{array}{r} \text{а) } 7,53 \\ - 6,21 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{б) } 93,54 \\ - 14,23 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{в) } 103,521 \\ - 0,403 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{г) } 49,05 \\ - 21,37 \\ \hline \end{array}$$

9 а) Колкава е разликата, ако намаленикот е 0,6, а намалителот 0,06?

б) Кој број треба да го одземеш од 9,1 за да добнеш 1,9?

в) Кој број треба да го додадеш на 0,508 за да добнеш 1,85?

г) Кој број е за 2,345 помал од бројот 9,876?

д) За колку бројот 0,905 е поголем од бројот 0,509?

ѓ) За колку бројот 42,307 е помал од бројот 77,07?

10 а) Збирот на броевите 3,7 и 7,4 намали го за 1,01.

б) Разликата на броевите 0,34 и 0,09 зголеми ја за 0,11.

11 За два дена Горан помпнал 34,7 km. Колку километри минал првиот ден, ако вториот ден минал 15,9 km?

12 Орце требало да продаде 54,6 kg грозје. Првиот ден продал 19,7 kg, а вториот 17,4 kg. Уште колку килограми грозје му останало на Орце?

13 Ристо уплатил во пошта три уплатници: првата во вредност од 350,50 денари, втората 409,50 денари и третата 121,00 денари. Тој напишал чек од 1 000 денари. Колку денари му вратиле?

14 Запиши ги цифрите 0, 2, 3, 6, 7, 9 во празните полиња за:

а) збирот да биде најголем;

б) збирот да биде најмал;

в) зборот да биде 9,45;

г) разликата да биде најмала;

д) разликата да биде најголема;

е) разликата да биде 6,12.

$$\begin{array}{r} \square, \square \square \\ + \square, \square \square \\ \hline ? \\ \square, \square \square \\ - \square, \square \square \\ \hline ? \end{array}$$

15 Пресметај:

а)  $5,62 - (2,92 + 1,81)$ ;

б)  $61,51 - (30,82 - 15,44)$ ;

в)  $21,63 - (12,75 + 8,36)$ ;

г)  $1,625 - (4,981 - 3,443)$ .

16 Реши ги равенките:

а)  $x + 2,5 = 5,2$ ;

б)  $x - 4,3 = 7$ ;

в)  $9,03 - x = 2,78$ .

качи на истражувачот



Размести 45 зајаци во 9 кафези, така што во секој кафез да има различен број зајаци.



## 9.4. Множење и делење децимален број со декадна единица

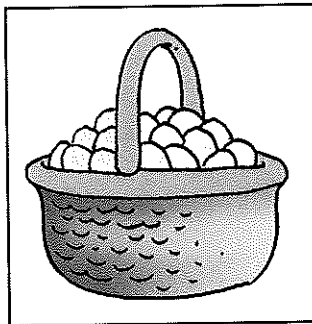
**A** Сега ќе научиш напамет да множиш децимален број со бројот 10 (100, 1 000...)

1 Пресметај напамет: а)  $57 \cdot 10$ ; б)  $219 \cdot 10$ .

2 Ако една корпа од 30 јајца има  $2,135 \text{ kg}$ , колку килограми имаат 10 такви корпи?

► За да одговориш на прашањето треба да го одредиш производот

$$2,135 \cdot 10.$$



Ти знаеш да множиш природен број со 10. Затоа прво масата на една корпа ја изразуваш во грамови и таа е  $2135 \text{ g}$ . Потоа лесно одредуваш колку грама имаат 10 корпи,

$$2135 \text{ g} \cdot 10 = 21350 \text{ g}.$$

Но  $21350 \text{ g} = 21,350 \text{ kg} = 21,35 \text{ kg}$ . Затоа е:

$$2,135 \cdot 10 = 21,35.$$

✦ Што заклучуваш? Редот на цифрите во бројот не е променет, само децималната зашпика е поместена за едно место во десно.

Ова правило важи во општ случај

**Децимален број множиш со 10 така што неговата децимална зашпика ја поместуваш за едно децимално место на десно.**

3 Помножи ги напамет со 10 броевите:

а) 2,37;

б) 0,418;

в) 372,5;

г) 105,032.

4 Ако ја искористиш врската меѓу множењето и делењето ќе заклучиш дека од равенството

$$2,135 \cdot 10 = 21,35 \text{ следува } 21,35 : 10 = 2,135.$$

✦ Кој е заклучокот сега?

**Децимален број делиш со 10 така што неговата децимална зашпика ја поместуваш за едно децимално место на лево.**

5 Подели го напамет со 10 секој од броевите:

а) 34,12;

б) 1,05;

в) 840,2;

г) 0,031.

$$3,72 \xrightarrow[\div 10]{\cdot 10} 37,2$$

6 Препиши и дополни

а)  $2,35 \text{ dm} = \square \text{ cm}$ ;

в)  $32,4 \text{ mm} = \square \text{ cm}$ ;

б)  $0,124 \text{ kg} = \square \text{ hg}$ .

г)  $3,14 \text{ dl} = \square \text{ l}$ .

7 Образложи ја точноста на равенството:

а)  $7,502 \cdot 100 = 750,2$ ;

б)  $3,0021 \cdot 100 = 300,21$ ,

а потоа искажи го со зборови правилото за множење на децимален број со 100.

а)  $7,502 \cdot 100 = 7,502 \cdot 10 \cdot 10 = 75,02 \cdot 10 = 750,2$ .

8 Помножи го (усно) со 100 децималниот број.

а) 2,907;

б) 0,1103;

в) 4,444.

За колку места на десно ја помести децималната запирка?

9 Користејќи ги резултатите од претходната задача, состави три задачи за делење на децимален број со 100.

Во која насока ја помести децималната запирка?

$$3,418 \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 100} \\ \xleftarrow{: 100} \end{array} 341,8$$

10 Пресметај:

а)  $1,3804 \cdot 1\,000$ ;

б)  $247,5 : 1\,000$

11 Чајна филтер-кесичка има 1,5 g чај. Во една кутија се пакувани по 20 кесички. Колку грама чај има во 5 кутии?

12 Еден топ хартија од 1000 листа е дебел 10,8 cm, а има маса од 5,650 kg.

а) Колку милиметри е дебел еден лист хартија? А 10 листа?

б) Колку грама е масата на еден лист?

13 Подели го бројот 7 по ред со: 10, 100, 1000, 10000.

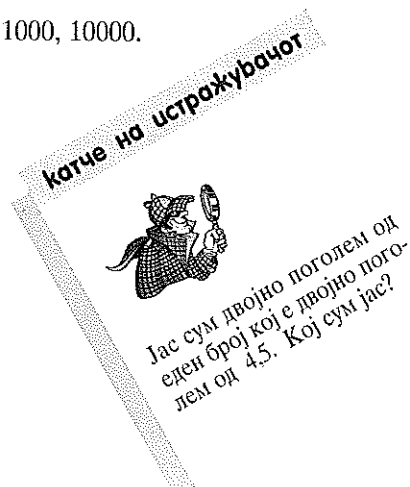
14 Препиши и дополни:

а)  $2485,25 \text{ cm}^2 = \square \text{ dm}^2$ ;

б)  $207 \text{ mm}^2 = \square \text{ cm}^2$

в)  $7425,3 \text{ g} = \square \text{ kg}$ ;

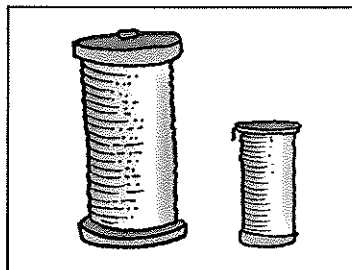
г)  $461,27 \text{ ml} = \square \text{ l}$ .



## 9.5. Множење децимални броеви

**А** Прво ќе научиш да множиш децимален број со природен број.

- 1 На еден калем се намотани  $42,35\text{ m}$  изолирана жица. Колку метри изолирана жица се намотани на  
а) 5 калем? б) 27 калем?



► Треба да ги одредиш производите

$$42,35 \cdot 5 \quad \text{и} \quad 42,35 \cdot 27.$$

Веројатно се сети да ја изразиш должината во центиметри  $4235\text{ cm}$ , а потоа множиш два природни броја.

$$\begin{array}{r} 4\ 235 \cdot 5 \\ \hline 21\ 175 \end{array}$$

Значи,  $4235\text{ cm} \cdot 5 = 21175\text{ cm}$ .

$$\begin{array}{r} 4\ 235 \cdot 27 \\ \hline 29\ 645 \\ 8\ 470 \\ \hline 114\ 345 \end{array}$$

Значи,  $4\ 235\text{ cm} \cdot 27 = 114\ 345\text{ cm}$ .

Според тоа, на 5, односно 27 калем се намотани вкупно  $21175\text{ cm}$ , односно  $114345\text{ cm}$  изолирана жица. Овие должини изразени во метри се  $211,75\text{ m}$  и  $1143,45\text{ m}$ , па можеш да запишеш дека

$$42,35 \cdot 5 = 211,75 \quad \text{и} \quad 42,35 \cdot 27 = 1143,45.$$

★ Дали заклучи како децимален број ќе множиш со природен број?

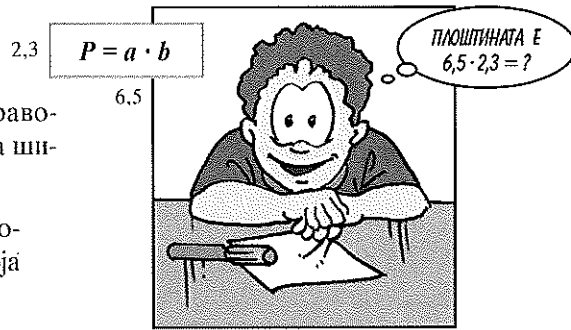
**Децимален број со природен број множиш како што множиш два природни броја, а потоа во добиениот производ одделуваш толку децимали, колку што има во децималниот број.**

- 2 Помножи го со 7 секој од броевите  
а) 1,9; б) 4,52; в) 0,71; г) 1,01; д) 0,02.
- 3 Помножи го со 35 секој од броевите:  
а) 18,7; б) 5,24; в) 0,63; г) 2,08; д) 0,09.
- 4 Пресметај:  
а)  $21,03 \cdot 300$ ; б)  $105 \cdot 5,502$ ; в)  $0,205 \cdot 978$ .
- 5 Еден литар жива има маса од  $13,6\text{ kg}$ . Колкава е масата на 15 л жива?
- 6 Тело што на Земјата тежи  $1\text{ kg}$ , на Месечината ќе тежи само  $0,16\text{ kg}$ . Колку ќе тежи на Месечината тело кое на Земјата тежи:  
а)  $5\text{ kg}$ ; б)  $23\text{ kg}$ ; в)  $100\text{ kg}$ ; г)  $234\text{ kg}$ ?
- ★ Колку ќе тежиш ти на Месечината?

**Б** А сега ќе научиш да множиш два децимални броја.

**7** Пресметај ја плоштината на правоаголник, чија должина е  $6,5 \text{ cm}$ , а ширина  $2,3 \text{ cm}$ .

► Треба да го одредиш производот на два децимални броја  $6,5 \cdot 2,3$ .



Прво должините на страните ги изразуваш во милиметри:  $65 \text{ mm}$  и  $23 \text{ mm}$  и ја пресметуваш плоштината во квадратни милиметри со множење на два природни броја

$$\begin{array}{r} 65 \cdot 23 \\ \hline 195 \\ 130 \\ \hline 1495 \end{array}$$

Значи  $P = 1495 \text{ mm}^2$ .

Но, тоа е  $14,95 \text{ cm}^2$ , па можеш да запишеш дека

$$6,5 \cdot 2,3 = 14,95.$$

❖ Дали заклучи како ќе множиш децимални броеви?

**Децималните броеви ги множиш како да се природни броеви, не водејќи сметка за децималната запирка, а потоа во добиениот производ одделуваш толку децимали, колку што заедно имаат двата множителя.**

**8** Воочи како практично треба да множиш два децимални броја, на пример броевите  $5,24$  и  $4,7$ .

$$\begin{array}{r} 5,24 \cdot 4,7 \\ \hline 3668 \\ 2096 \\ \hline 24,628 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 5,24 \\ \hline 2 \\ \hline \text{децимали} \end{array} \cdot \begin{array}{c} 4,7 \\ \hline 1 \\ \hline \text{децимала} \end{array} = \begin{array}{c} 24,628 \\ \hline 3 \\ \hline \text{децимали} \end{array}$$

**9** Помножи го со  $3,4$  секој од броевите:

а)  $2,6$ ;      б)  $7,23$ ;      в)  $0,56$ ;      г)  $3,04$ ;      д)  $0,07$ .

**10** Помножи го со  $4,25$  секој од броевите:

а)  $3,5$ ;      б)  $8,41$ ;      в)  $0,72$ ;      г)  $5,01$ ;      д)  $0,01$ .

► Не заборавај! Ако последната децимала е нула можеш да ја изоставиш.

11 Зоки брзо множи:  $0,2 \cdot 0,3 = 0,6$ . Каде греша Зоки?

12 Пресметај:

а)  $0,2 \cdot 0,4$ ;                      б)  $0,24 \cdot 0,3$ ;                      в)  $0,05 \cdot 0,306$ .

13 Знаејќи дека  $236 \cdot 41 = 9676$ , одреди напамет:

а)  $236 \cdot 4,1$ ;                      б)  $2,36 \cdot 4,1$                       в)  $2,36 \cdot 0,41$ .

14 Пресметај

а)  $0,8 \cdot 4,5 \cdot 10$ ;                      б)  $2,3 \cdot 3,2 \cdot 0,7$ ;                      в)  $0,5 \cdot 0,2 \cdot 0,06$ .

15 Кај собирањето и кај множењето на децималните броеви важат комутативното и асоцијативното својство. Провери ги овие четири својства за броевите:

$a = 2,8$ ;                       $b = 12,4$ ;                       $c = 6,5$ .

16 Множењето на децималните броеви е дистрибутивно во однос на собирањето и одземањето.

✦ Искористи ги равенствата  $ca \pm cb = c(a \pm b)$  и пресметај:

а)  $3,7 \cdot 4,6 + 3,7 \cdot 2,4$ ;                      б)  $75,3 \cdot 19,8 - 75,3 \cdot 9,8$ .

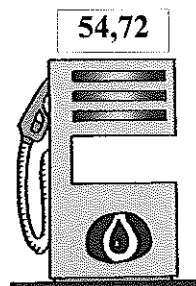
17 Цената на 1 бензин е изразена во денари.

Пресметај ја цената за:

а) 25 l;                      б) 32,5 l;                      в) 12,25 l.

18 Масата на 1 воздух е 1,29 g. Колкава е масата на:

а) 5 l?                      б) 28,3 l?                      в) 4 dl?



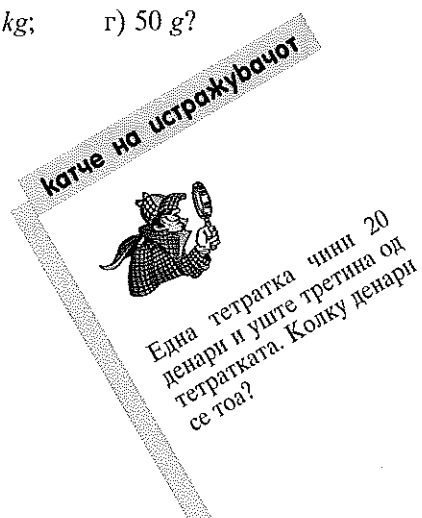
19 Тежината на телата на планетата Јупитер е 2,64 пати поголема од тежината на телата на Земјата. Колку ќе тежи на Јупитер едно тело кое на Земјата тежи:

а) 3 kg;                      б) 4,5 kg;                      в) 1,05 kg;                      г) 50 g?

✦ Колку ќе тежиш ти на Јупитер?

20 Кој број треба да го додадеме на бројот 61,7, за да добиеме број кој е 5,5 пати поголем од бројот 12,4?

21 Што има поголема плоштина: правоаголник со димензии 4,8 m и 3,6 m или квадрат со страна 4,2 m?

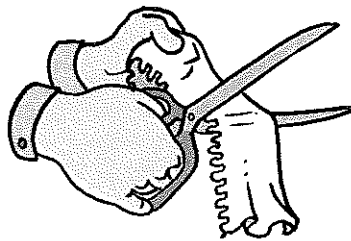


## 9.6. Делење децимални броеви

**A** Прво ќе научиш да делиш децимален број со природен број.

1 Пресметај го количникот  $3936 : 32$ .

2 Парче тантела со должина  $27,2\text{ m}$  е поделено на 8 еднакви делови. Одреди ја должината на секој од тие делови.



► Треба да го одредиш количникот  $27,2 : 8$ .

Изрази ја должината на тантелата во дециметри, ќе добиеш  $272\text{ dm}$ .

Сега можеш да делиш два природни броја:

$$\begin{array}{r} 272 : 8 = 34 \\ \underline{32} \\ 0 \end{array}$$

Значи, должината на секој дел е  $34\text{ dm}$ , т.е.  $3,4\text{ m}$ . Провери!

Според тоа, можеш да запишеш

$$27,2 : 8 = 3,4.$$

3 До овој резултат можеш да дојдеш при обично делење на бројот  $27,2$  со 8 придружувајќи се кон следното правило за запишување на децималната запирка – кога ќе завршиш со делењето на целиот дел, прво ја запишуваш децималната запирка, а потоа ја спушташ првата децимала (десетинката).

Воочи го тоа при следното делење:

$\begin{array}{r} 209,78 : 17 = 12 \\ \underline{39} \\ 5 \end{array}$ <p>СТОП</p>	$\begin{array}{r} 209,78 : 17 = 12, \\ \underline{39} \\ 5 \end{array}$	$\begin{array}{r} 209,78 : 17 = 12,34 \\ \underline{39} \\ 57 \\ \underline{68} \\ 0 \end{array}$
--	---	---

ПРВО ДЕЦИМАЛНАТА ЗАПИРКА

Значи,  $209,78 : 17 = 12,34$ .

4 Провери ја со делење, точноста на равенствата:

а)  $2097,8 : 17 = 123,4$

б)  $20,978 : 17 = 1,234$ .

★ Врз основа на кое својство можеш веднаш да заклучиш дека овие равенства се точни?

★ Колку пати е зголемен (намален) деленикот, а колку пати количникот?

- 5 Дали заклучи како ќе делиш децимален број со природен број?

Децимален број делиш со природен број на ист начин како што делиш природни броеви, при што децималната заширка во количникот ја запишуваш кога ќе завршиш со делењето на целиот дел на деленикот.

- 6 Пресметај: а)  $2496 : 6$ ; б)  $249,6 : 6$ ; в)  $24,96 : 6$ .  
 7 Пресметај: а)  $854,4 : 32$ ; б)  $85,44 : 32$ ; в)  $8,544 : 32$ .

- 8 Продолжи го започнатото делење

$$6,816 : 32 = 0, \quad 6,816 : 32 = 0,2$$


64

Ако целиот дел на деленикот е помал од делителот, тогаш количникот започнува со нула цели и... (0,...).

- 9 Пресметај: а)  $1,56 : 12$ ; б)  $1,82 : 13$ ; в)  $2,1 : 14$ .  
 в)  $2,1 : 14 = 2,10 : 14 = 0,$

- 10 Пресметај: а)  $465,3 : 22$ ; б)  $346,5 : 18$ ; в)  $838,5 : 26$ .

- 11 Познатиот облакодер Светски трговски центар во Њујорк е висок  $411,40 \text{ m}$  и има 110 ката. Колку, во просек, е висок еден кат?

  $411,40 : 110 = 41,14 : 11.$

- B** А сега ќе научиш да делиш два децимални броја.


- 12 Ако делителот го зголемиш 10 пати, како треба да го промениш деленикот за количникот да остане непроменет?

★ Знаеш дека  $6 : 3 = 2$ . Колку е  $(6 \cdot 10) : (3 \cdot 10)$ ?

★ Образложи зашто се еднакви количниците.

$3,72 : 0,6$  и  $37,2 : 6$ .

- 13 Пресметај го количникот  $39,776 : 3,2$ .

 Ако и делителот и деленикот ги зголемиш 10 пати, количникот не се менува, а делењето се сведува на делење на децимален број со природен број, т.е.

$397,76 : 32.$

★ Доврши го делењето, а потоа изврши проверка.

★ Дали заклучи како ќе делиш децимални броеви?

★ Исажи го својот заклучок со зборови.

- 14 Пресметај: а)  $5 : 2,5$ ; б)  $6 : 1,2$ ; в)  $6 : 1,5$ .

а)  $5 : 2,5 = 50 : 25 = 2$ . Можеш и напамет!

- 15 Од досегашните примери можеше да заклучиш дека:

Децимален или природен број ќе делиш со децимален број така што:

1) во деленикот и делителот ја поместуваш децималната запирка на десно за онолку места, колку што децимали има делителот;

2) потоа го вршиш делењето со природен број.

Образложи го равенството  $0,3528 : 0,004 = 352,8 : 4$ .

- 16 Пресметај: а)  $3,24 : 1,2$ ; б)  $5,46 : 1,5$ ; в)  $6,89 : 1,3$ .

в)  $6,89 : 1,3 = 68,9 : 13 = 5,3$

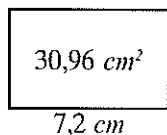
$$\begin{array}{r} 65 \\ \underline{39} \\ 39 \\ \underline{0} \end{array}$$

- 17 Пресметај: а)  $9,216 : 3,6$ ; б)  $23,856 : 4,2$ ; в)  $19,012 : 9,7$ .

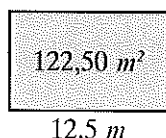
- 18 Пресметај: а)  $86,76 : 24,1$ ; б)  $383,25 : 17,5$ ; в)  $712,42 : 39,8$ .

- 19 Пресметај ја должината на другата страна на правоаголникот.

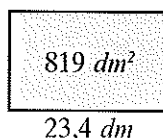
а)



б)



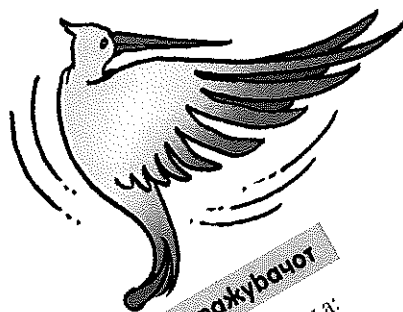
в)



- 20 Најмалата птица на Земјата е колибри, а најголема е нојот. Колибриго има само  $1,8 \text{ g}$  и таа претставува  $0,00002$  од тежината на нојот. Колку тежи нојот?

- 21 Златко има чекор од  $0,54 \text{ m}$ . Колку чекори ќе направи тој од дома до училиштето, ако тој пат е  $351 \text{ m}$ ?

- 22 Еден винт, ако се заврти 5 пати, навлегува  $0,3 \text{ cm}$ . Колку пати треба да се заврти тој винт за да навлезе  $2,7 \text{ cm}$ ?



**Катче на истражувачот**

Во кутија има 15 топчиња: зелени, сини и жолти. Зелени има 7 пати повеќе од сини. По колку топчиња има од секоја боја?





### 9.7. Претворање дробка во децимален број. Заокружување децимални броеви.

**A** Веќе научи децималната дробка да ја запишеш како децимален број. Сега ќе научиш кои дробки можеш да ги запишеш како децимални дробки.

**1** Запиши ја како децимален број децималната дробка:

а)  $\frac{3}{10}$ ;      б)  $\frac{29}{10}$ ;      в)  $\frac{7}{100}$ ;      г)  $\frac{301}{100}$ ;      д)  $\frac{41}{1000}$ .

**2** Некои дробки со проширување можат да се запишат како децимални дробки. Запиши ги следните дробки прво како децимални дробки, а потоа како децимални броеви.

а)  $\frac{47}{50}$ ;      б)  $\frac{7}{4}$ ;      в)  $\frac{22}{200}$ ;      г)  $\frac{9}{25}$ ;      д)  $\frac{3}{500}$ ;      е)  $\frac{7}{8}$ .

**г**  $\frac{9}{25} = \frac{9 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{36}{100} = 0,36$

До истиот резултат можеш да дојдеш и со делење:

$$\begin{array}{r} 9,0 : 25 = 0,36 \\ \underline{75} \\ 150 \\ \underline{150} \\ 0 \end{array}$$

**3** Според тебе, дали дробките од претходните две задачи се децимални дробки. Воочи го разложувањето на именителите на овие дробки на прости множители.

$$\begin{array}{ll} 50 = 2 \cdot 2 \cdot 5 & 25 = 5 \cdot 5 \\ 4 = 2 \cdot 2 & 500 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \\ 200 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 & 8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \end{array}$$

★ Што забележуваш? Секој од овие броеви нема други прости множители освен броевите 2 и 5.

★ Спореди ги овие разложувања со следните:

$$\begin{array}{ll} 10 = 2 \cdot 5 & 1\,000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \\ 100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 & 10\,000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \end{array}$$

★ Дали заклучи кои обични дробки можеш да ги запишеш како децимални дробки?

**Секоја нескратлива дробка чиј именител нема други прости делители освен броевите 2 и 5 можеш да ја запишеш како децимална дробка.**

4 Која од следните дробки може да се запише како децимална дробка? Запиши ја!

а)  $\frac{5}{6}$ ;      б)  $\frac{27}{30}$ ;      в)  $\frac{17}{15}$ ;      г)  $\frac{14}{35}$ ;      д)  $\frac{33}{24}$ .

► Именителот на дробката е 24;  $24 = 2 \cdot 12 = 2 \cdot 2 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ .  
Значи, освен простите множители 2 и 3, тој го содржи и множителот 3. Но, оваа дробка можеш да ја скратиш со 3:

$$\frac{33}{24} = \frac{3 \cdot 11}{3 \cdot 8} = \frac{11}{8}, \text{ а } 8 = 2 \cdot 2 \cdot 2.$$

Значи, дробката  $\frac{33}{24}$  можеш да ја запишеш како децимална дробка:

$$\frac{33}{24} = \frac{11}{8} = \frac{11}{2 \cdot 2 \cdot 2} \cdot \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1 \ 375}{1 \ 000} = 1,375.$$

⊛ До истиот резултат доаѓаш и со делење. Провери!

Б Користејќи го равенството  $\frac{a}{b} = a : b$ , ( $a, b \in \mathbb{N}$ ) секоја дробка можеш да ја запишеш како децимален број – со делење на броителот со именителот.

5 Запиши ги како децимален број дробките:

а)  $\frac{1}{3}$ ;      б)  $\frac{3}{11}$ ;      в)  $\frac{11}{6}$ ;      г)  $\frac{19}{45}$ .

► а)  $\frac{1}{3} = \frac{1,0 : 3}{10} = 0,333$

б)  $\frac{3}{11} = \frac{3,0 : 11}{80} = 0,2727\dots$

в)  $\frac{11}{6} = \frac{11 : 6}{50} = 1,8333\dots$

г)  $\frac{19}{45} = \frac{19,0 : 45}{100} = 0,4222\dots$

Забележуваш дека во овој пример делењето не завршува. Никогаш не можеш да добиеш остаток 0.

Броевите  $0,333\dots$ ;  $0,2727\dots$ ;  $1,8333\dots$ ;  $0,4222\dots$  ги викаме **периодични децимални броеви**.

Кратко ги запишуваме вака:

$$0,333\dots = 0,(3)$$

$$0,2727\dots = 0,(27)$$

$$1,8333\dots = 1,8(3)$$

$$0,4222\dots = 0,4(2).$$

Бројот запишан во заградн го викаме **период**. Ги читаме вака:

0,(3) – нула цели и 3 во период

0,(27) – нула цели и 27 во период

1,8(3) – едно цело, осум десетинки и 3 во период

0,4(2) – нула цели, четири десетинки и 2 во период.

**B** Минатата година научи да заокружуваш природни броеви, а сега ќе научиш да заокружуваш и децимални броеви...

**6** Периодичните броеви имаат бесконечно многу децимали. Дали можеш да собереш два такви броја?

Значи, принуден си да избереш некоја нивна **приближна вредност**.

**7** Конец со должина од 1,45 m треба да го поделиш на 4 еднакви делови. Со чебен сметач брзо наоѓаш

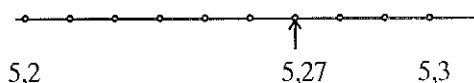
$$1,45 : 4 = 0,3625$$

Значи, еден дел е 362,5 mm. Дали ти е потребна толкава прецизност? Би зел **приближно** 360 mm и би добил едно **заокружување** на бројот 362,5.

**8** На Зоки од дома до училиште му требаат 10 минути. Светскиот рекорд во трчање на 100 m за маж е 9,89 s. Кој од овие два податока е точен?

**9** Денешниот натпревар во кошарка го следеа околу 3 500 гледачи. Дали спикерот го кажал точниот број гледачи?

**10** Воочи ги броевите на бројната полуправа.

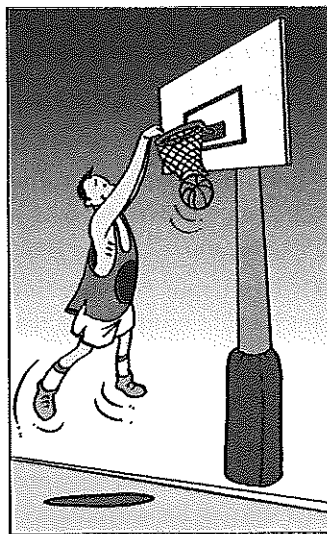


Можеш да заклучиш дека

$$5,2 < 5,27 < 5,3$$

За броевите 5,2 и 5,3 велме дека се **приближни вредности** на бројот 5,27. Ако бројот 5,27 го замениш со некој од неговите **приближни вредности**, тогаш си извршил **заокружување** на бројот 5,27. Запишуваш

$$5,27 \approx 5,2 \quad \text{или} \quad 5,27 \approx 5,3.$$



11) При заокружување на броевите треба да се придржуваш на следното правило:

1) Ако првата испуштена цифра е 0, 1, 2, 3 или 4. Тогаш неиспуштените цифри остануваат непроменети.

2) Ако првата испуштена цифра е 5, 6, 7, 8 или 9, тогаш последната од задржаните цифри ја зголемуваш за 1.

12) Воочи ги следните заокружувања на бројот 2,7392:

- 2,7392  $\approx$  3 – на природен број  
 2,7392  $\approx$  2,7 – на една децимала  
 2,7392  $\approx$  2,74 – на две децимали  
 2,7392  $\approx$  2,739 – на три децимали.

12) Заокружи ги на:

- а) една децимала броевите: 87,56; 9,32; 4,862; 0,915.  
 б) стотинки броевите: 5,948; 0,125; 12,377; 3,3333.  
 в) три децимали броевите: 0,5555; 2,7777; 1,3030; 9,874.

13) Заокружи ги на цели метри:

- а) 86 *cm*; б) 27 *dm*; в) 8 888 *mm*; г) 7,23 *m*; д) 0,2345 *km*.

14) Заокружи на првата повисока мерна единица:

- а) 379 *cm*; б) 1435 *mm*; в) 839 *mm*; г) 12940 *g*.

в) 839 *mm* = 83,9 *cm* = 84 *cm*.

15) Во табелата е даден бројот на жителите на седум европски држави во 1991 година.

- а) Заокружи ги овие броеви на милиони (На пример: Белгија 10).  
 б) Подреди ги, во нова табела, според бројот на жителите.  
 в) Дополни го дијаграмот.  
 г) Која земја е на четврто место според бројот на жителите?  
 д) Колкава е разликата меѓу најбројната и најмалку бројната земја?

Белгија	9 950 000
Велика Британија	57 560 000
Германија	79 480 000
Италија	57 720 000
Франција	56 090 000
Холандија	14 910 000
Шпанија	39 380 000

Германија

**качи на истражувачот**

Зголеми го бројот 66 за неговата половина без да користеш сметковни операции.



## 9.8. Проценти

**A** Стотинките од целото се покажале како најдобра основа за посебен вид споредување на некои големини. Затоа и добиле посебно име – *проценти*. Сега ќе научиш децималните дробки и децималните броеви да ги запишуваш како процент.

**1** Веројатно и досега си видел вакви записи.

★ Според тебе, дали со нив е искажан некој дел од целото?



**2** Делот или деловите секогаш се врзани со целото. Зошто изјавата: *Од предвидениот пат Зоки изминал 7 km* е недоволно јасна? Го знаеш делот од предвидениот пат, но не го знаеш вкупниот пат, **целото**. Ако предвидениот пат е, на пример, *20 km*, тогаш кој дел од патот го изминал Зоки? Најдобро е деловите да ги изразиш во стотинки.

★ Запиши ја дробката  $\frac{7}{20}$  со именител 100.

★ Можеш ли од записот  $\frac{7}{20} = \frac{35}{100}$  да заклучиш дека изјавите *7 km* од *20 km* и *35 km* од *100 km* имаат исто значење?

Наместо 35 од 100 велиме **35 проценти**.

Запишуваме **35 %**.

**Една стотинка од даден број ја викаме еден процент од тој број.  
Ознака 1 %.**

$$\frac{1}{100} = 1 \%,$$

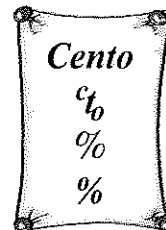
$$\frac{3}{100} = 3 \%,$$

$$\frac{100}{100} = 100 \%,$$

1 процент значи  $\frac{1}{100}$  од целото.

3 проценти значи  $\frac{3}{100}$  од целото.

100 % е самото цело.



**3** Запиши ги со именител 100, а потоа како проценти дробките:

а)  $\frac{7}{10}, \frac{7}{20}, \frac{7}{25}, \frac{7}{50}$  ;

б)  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{3}{5}$  .

6 ▶  $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{75}{100} = 75 \%$

4 Колку проценти значи податокот?

- а) Половина од целото. б) Десетинка од целото.  
в) Секој петти. г) Четири од 5.

5 Запиши ги како нескратливи дробки следните проценти:

- а) 10 %, 20%, 30 %, 70 %. б) 15 %, 75 %, 45 %, 95 %.

б)  $95 \% = \frac{95}{100} = \frac{5 \cdot 19}{5 \cdot 20} = \frac{19}{20}$ .

6 Запиши ги како децимален број следните проценти:

- а) 12 %, 19 %, 41 %, 74 %; б) 2 %, 3 %, 7 %, 9 %.  
в) 2,5 %, 7,5 %, 31,3 %, 0,2 %, 0,11 %, 7,07 %

в)  $7,07 \% = \frac{7,07}{100} = 0,0707$ .

7 Изрази ги во проценти следните децимални броеви:

- а) 0,01, 0,07, 0,35; б) 0,1, 0,7, 0,025.

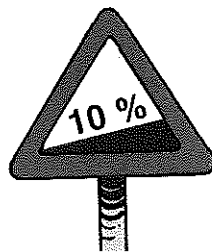
б)  $0,7 = \frac{7}{10} = \frac{7 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{70}{100} = 70 \%$

8 Запиши ја секоја дробка како децимален број, заокружи на стотинки, а потоа изрази го тој број во проценти:

- а)  $\frac{1}{3}$ ; б)  $\frac{1}{6}$ ; в)  $\frac{1}{9}$ ; г)  $\frac{2}{3}$ ; д)  $\frac{1}{7}$ ; е)  $\frac{1}{11}$

д)  $\frac{1}{7} = 0,(142857) \approx 0,14 = \frac{14}{100} = 14 \%$ .

9 Секој трети возач не ги почитува сообраќајните записи. „Па тоа е 30 %“ вели Зоки. Дали Зоки е во право?

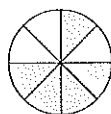


10 Одреди колку проценти од фигурата се обоени.

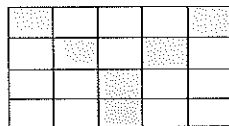
а)



б)



в)



11 Дополни:

а) Во млекото има  $\frac{4}{5}$  вода или  % вода.

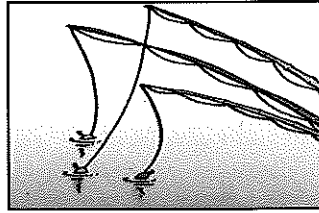
б) Лебот содржи  $\frac{9}{10}$  брашно, а тоа се  % брашно.

в) Морската вода содржи  $\frac{1}{20}$  сол и  % сол.

## 9.9. Аритметичка средина

**A** Сега ќе научиш да пресметуваш аритметичка средина на неколку броеви.

- 1** Ацо, Борче и Владо се рибари. Ацо уловил 5 риби, Борче 6, а Владо 10. На крајот решиле да си ги поделат другарски.



- 2** По колку риби добил секој од нив?

► Вкупно уловиле  $5 + 6 + 10$ , т.е. 21 риба. Секој од нив добил по  $21 : 3$ , т.е. 7 риби.

За бројот 7 велиме дека е **аритметичка средина** на броевите 5, 6 и 10. Како го добивме овој број?

**Аритметичка средина на неколку броеви е број, кој е еднаков на количникот од збирот на тие броеви и бројот на собираците.**

Значи, аритметичката средина на неколку броеви ја наоѓаш кога збирот на тие броеви го поделиш со нивниот број.

- 2** Пресметај ја аритметичката средина на броевите:

а) 7 и 17;                      б) 2, 4 и 12;                      в) 1, 5, 9, 13 и 32.

►  $(1 + 5 + 9 + 13 + 32) : 5 = 60 : 5 = 12$ .

Значи, аритметичката средина на броевите 1, 5, 9, 13, 32 е бројот 12. Вообичаено е аритметичката средина на броевите да ја означуваме со  $A$  и место знакот за делење ( $:$ ) употребува дробна црта. Така, можеш да запишеш

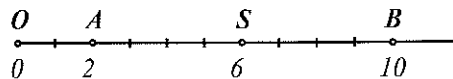
$$A = \frac{1 + 5 + 9 + 13 + 32}{5} = \frac{60}{5} = 12.$$

- 3** Аритметичката средина на кои било броеви  $a$  и  $b$  е еднаква на

$$\frac{a + b}{2}$$

„Па тоа е нивниот полузбир“ вели Зоки. Дали Зоки е во право?

- 4** Најди ја аритметичката средина на броевите 2 и 10. Претстави ги на бројната полуправа броевите и нивната аритметичка средина. Што забележуваш? Што претставува точката  $S$  со која е претставена аритметичката средина за отсечката  $AB$ . Дали сега ти е јасно зошто велиме аритметичка средина?



- 5 Од една крава се намолзени: во понеделник 38 l млеко, во вторник и среда по 33 l, во четврток 36 l и до крајот на неделата секој ден по 35 l млеко. Колку литри просечно на ден се молзени од кравата?

- 6 Пресметај ја аритметичката средина на броевите:

а) 2, 3 и 4, 8;                      б) 1, 7 и 3, 15;                      в) 0,1; 1,9 и 17,34;  
г) 5,214; 5,109; 7,32; 7,465 и 9,005.

$$\text{а) } A = \frac{2,3 + 4,8}{2} = \frac{7,1}{2} = \frac{7,10}{2} = 3,55.$$

- 7 Податоците за мерење на температурата на воздухот во текот на еден ден се следните:

25°C, 28°C, 32°C, 37°C, 35°C, 31°C.

Колкава е средната температура на воздухот за тој ден?  
Заокружи на две децимали.

- 8 Првите 2 часа пешакот ги минал со брзина од 4,6 km на час, а наредните 3 часа со брзина 5,1 km на час. Со која постојана брзина треба да се движи пешакот, за да го измине истиот пат за исто време?

► Вкупниот пат што го изминал патникот лесно го наоѓаш:

$$2 \cdot 4,6 + 3 \cdot 5,1 = 9,2 + 15,3 = 24,5.$$

Овој пат пешакот го изминал за 5 часа. За 1 час би изминал 5 пати помалку; т.е.  $24,5 : 5 = 4,9$ .

Значи, за да го измине овој пат за 5 часа, пешакот треба постојано да се движи со брзина од 4,9 km на час.

Ваквата брзина ја викаме средна брзина на движењето.

До истиот резултат можеш да дојдеш и вака:

$$A = \frac{4,6 + 4,6 + 5,1 + 5,1 + 5,1}{5}$$

Образложи зошто!

- 9 Еден автобус 10 минути се движел со брзина од 60 км на час, а наредните 15 минути со брзина од 70 km на час. Со која средна брзина се движел автобусот тие 25 минути?

- 10 Во V-б одделение од 35 ученика на писмената работа по математика 12 добиле „петки“, „18-„четворки“ и 5-„тројки“. Која е средната оценка на учениците на оваа писмена работа?

$$\text{► } A = \frac{12 \cdot 5 + 18 \cdot \square + \square \cdot \square}{35} = \square.$$



## 9.10. Кружен дијаграм

**A** Веќе научи податоците да ги претставуваш во табели и со столбен дијаграм, т.н. хистограм. Сега ќе научиш податоците да ги претставуваш и со кружен дијаграм.

**1** Процентот е дека околу 70% од земјината површина се покрени со вода, додека копнениот дел зафаќа само 30%.

На цртежот десно оваа поделба е претставен со **полукружен дијаграм**.

Копнениот дел е претставен со агол од  $54^\circ$ . Зошто?



Ако 1 цело, т.е. 100% има  $180^\circ$ , тогаш на 1% ќе одговара 100 пати помал агол, т.е. агол од  $1,8^\circ$ . Значи:

**Во полукружниот дијаграм на секој процент одговара агол од  $1,8^\circ$ .**

Тогаш, на 30% ќе одговара 30 пати поголем агол, т.е.

$$30 \cdot 1,8^\circ = 54^\circ.$$

✪ Образложи зошто централниот агол на делот „вода“ е  $126^\circ$ .

**2** Ако имаме повеќе податоци за претставување, тогаш користиме **кружен дијаграм**.

✪ Колкав е во овој случај централниот агол што одговара на 1%?

✪ Нацртај кружен дијаграм за податоците од претходната задача.

**3** Во следната табела е дадена поделбата на населението по крвни групи.

✪ Претстави ги овие податоци со кружен дијаграм.

Крвна група	<i>O</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>AB</i>
Проценти	38,8	31,4	22,8	7

➤ Централниот агол за нултата крвна група е:

$$38,8 \cdot 3,6^\circ = 139,68^\circ \approx 140^\circ$$

Користи џебен сметач.

**4** Од целокупната езерска површина, 53% му припаѓаат на Охридското Езеро, 41% на Преспанското Езеро и само 6% на Дојранското Езеро.

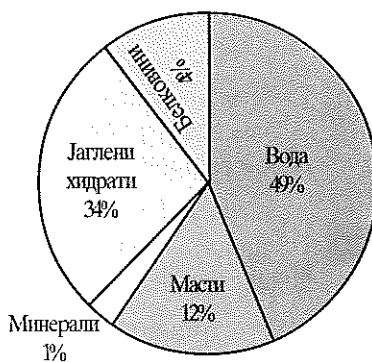
✪ Претстави ги овие податоци со кружен дијаграм.

4 На кружниот дијаграм десно е прикажан составот на пржени компирчиња.

✪ Што најмногу содржат пржените компирчиња?

✪ Колку пати има повеќе масти од белковини?

✪ Дали во пржените компирчиња има многу минерали?



5 При изработка на тестот по математика, 30-те ученици од V-а одделение го постигнале следниот успех.

✪ Претстави ги овие податоци со кружен дијаграм.

► На 30 ученици одговара полн агол од  $360^\circ$ . Тогаш, колкав ќе биде централниот агол за 1 ученик?

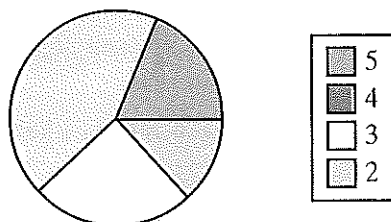
$$360^\circ : 30 = 12^\circ.$$

Колкав ќе биде сега централниот агол што одговара на бројот на одличните ученици?

$$12^\circ \cdot 6 = 72^\circ.$$

Оценка	Број на ученици
Одличен	6
Мн. добар	12
Добар	9
Доволни	3

На сличен начин ги одредуваи и другите централни агли. Спореди го твојот цртеж со цртежот десно. Дали збирот на сите агли е  $360^\circ$ ?



6 Резултатите од тестот по македонски јазик се дадени во табелата десно.

✪ Претстави ги овие податоци со хистограм.

✪ Спореди ги овие дијаграми. Според тебе, во кој од нив податоците се понагледни?

Оценка	Број на ученици
Одличен	7
Мн. добар	15
Добар	10
Доволни	4

7 Составете во вашето одделение вакви задачи. Предложете кои податоци ќе ги разгледувате. Кои заклучоци можете да ги предложите?

**НЕ ЗАБОРАВИ ДЕКА...!**

- \* Секоја дробка чиј именител е 10, 100, 1 000, ... ја викаме децимална дробка.
- \* Децимален број не се менува ако по последната децимала му се допише нула, или, ако е тоа нула, да се испушти.
- \* Децимален број множиш со 10 така што неговата децимална за-пирка ја поместуваш за едно децимално место надесно, а при де-лење со 10, запирката ја поместуваш за едно децимално место на лево.
- \* Децималните броеви ги множиш како да се природни броеви, не водејќи сметка за децималната запирка, а потоа во добиениот производ одделуваш толку децимали, колку што заедно имаат двата множителя.
- \* Децимален број делиш со природен број на ист начин како што делиш природни броеви, при што децималната запирка во колич-никот ја запишуваш кога ќе завршиш со делењето на целиот дел на деленикот.
- \* Децимален или природен број ќе делиш со децимален број, така што:
  - 1) во деленикот и делителот ја поместуваш децималната запирка на десно за онолку места, колку што децимали има делителот;
  - 2) потоа го вршиш делењето со природен број.
- \* Секоја нескратлива дробка чиј именител нема други прости делители освен броевите 2 и 5, можеш да ја запишеш како децимална дробка.
- \* Една стотинка од даден број ја викаме еден процент од тој број.
- \* Аритметичка средина на неколку броеви е број, кој е еднаков на количникот од збирот на тие броеви и бројот на собираците.

## ТЕСТ IX

1 Дополни ја табелата како што е покажано во првиот ред.

2,7	$2 + \frac{7}{10}$	$2 \frac{7}{10}$	$\frac{27}{10}$	
3,4				
	$5 + \frac{1}{2}$			
		$4 \frac{3}{5}$		
			$\frac{72}{10}$	(4)

2 Спореди ги броевите:

а) 2,7 и 2,09;    б)  $3 \frac{1}{2}$  и  $\frac{33}{10}$ ;    в) 10,01 и 10,001.    (3)

3 Нашиши барем 5 децимални броеви  $x$ , за кои важи

$$0,1 < x < 0,2 \quad (2)$$

4 Две страни на разностранниот триаголник се 7,17 *cm* и 17,7 *cm*. Колку е третата страна, ако неговиот периметар е 4 *dm*.

(4)

5 За колку бројот

а) 7,01 е поголем од бројот 2,99.    (2)

б) 7,01 е помал од бројот 9,22.    (2)

6 Пресметај ја плоштината на квадратот со страна 2,31 *cm*.    (3)

7 Пресметај го периметарот на правоаголник, ако неговата плоштина е 7,36 *cm*<sup>2</sup>, а должината 3,2 *cm*.

(4)

Скала за оценување	Доволен	Добар	Многу добар	Одличен
	9 - 12	13 - 16	17 - 20	21 - 24

## **10. ИМЕНУВАНИ БРОЕВИ. ВОЛУМЕН НА КВАДАР И КОЦКА**

Досега многу научи за мерење на разни величини: должина, маса, време, течност, плоштина. Со изучување на овие содржини ќе ги прошириш своите знаења за мерењата и ќе можеш:

- да разликуваш именуван од неименуван број, користејќи ги единиците што досега ги изучи;
- да претвораш повеќеимен во едноимен број, и обратно;
- да собираш и одземаш именувани броеви;
- да множиш и да делиш именуван со неименуван број;
- да осознаеш дека и волуменот на едно тело е број и да ги усвоиш единиците мерки за волумен;
- да пресметуваш волумен на квадар и на коцка.

- 10.1. Именувани броеви
- 10.2. Претворање именувани броеви
- 10.3. Собирање и одземање именувани броеви
- 10.4. Множење и делење именувани со неименувани броеви
- 10.5. Волумен на тело е број
- 10.6. Волумен на квадар. Волумен на коцка.

## 10.1. Именувани броеви

**A** За именуваните броеви учеше во III одделение. Нив ги добиваш при нај-различни мерења. Всушност, во секојдневниот живот, речиси секогаш употребуваме именувани броеви.

1 Измерете ги димензиите на училишната табла, на овој учебник. Измерете едно јаболко, кеса јаболки. Проверете колку литри вода собира една кофа. Запишете ги добиените броеви.

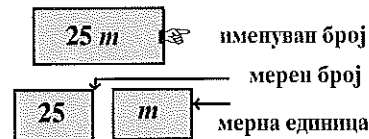
★ Какви броеви запишавте?

2 Прочитај ги броевите:  $2\text{ m}$ ,  $37\text{ kg}$ ,  $5\text{ l}$ ,  $24$  ученици,  $7$  јаболка,  $50$  денари,  $42^{\circ}15'$ ,  $12$  дена... Како ги викаме овие броеви?

*Ако по бројот е запишано и имејто на мерната единица или нејзината ознака, тогаш за таквите броеви велиме дека се именувани броеви.*

Во именуваниот број  $12$  дена, бројот  $12$  е **мерен број**, а зборот ден е **мерна единица** (за време).

3 Запиши пет именувани броеви, а потоа раскажи ги нивните мерни броеви и мерни единици.



4 Именуваните броеви можат да бидат *едноимени* или *повеќеимени*.  
Едноимени броеви се:  $7\text{ m}$ ,  $5,2\text{ kg}$ ,  $2,5\text{ dl}$ ,  $5$  дена итн.  
Повеќеимени броеви се:  $2\text{ m } 35\text{ cm}$ ,  $3\text{ kg } 200\text{ g}$ ,  $25\text{ } 32'\text{ } 43''$  итн.

★ Кој од следните броеви се едноимени:

а)  $2,5\text{ m}$ ;      б)  $2\text{ m } 5\text{ dm}$ ;      в)  $4,3\text{ kg}$ ;      г)  $4\text{ kg } 300\text{ g}$ .

5 Напиши по 3 едноимени и повеќеимени броеви.

6 Измерете ги висината и масата на секој до вас. Добиените резултати запишете ги како едноимени или повеќеимени броеви.

**B** За да можеш полесно да сметаш со именувани броеви, треба добро да ги знаеш мерните единици за време, должина, маса, течност, плоштина.

7 Основна мерна единица за *време*, според меѓународните стандарди е **секунда**. Поголеми (изведени) мерни единици од секундата се: минута, час, ден, недела (седмица), месец, година, век. Дополни:

1 ден =  часа;      1 час =  минути;      1 минута =  секунди;  
1 година =  месеци =  дена;      1 недела =  дена.

- 8 а) Ако имаш 11,5 години, колку месеци имаш?  
 б) Зоки беше на море 21 ден. Колку часа е тоа?  
 в) Ана спие 9 часа дневно. Колку минути спие Ана дневно?  
 г) Ако трчаш 1,7 минути, дали си трчал/а повеќе од 101 секунда?  
 д) Колку денови има во 0,2 години?

а)  $11,5 \text{ години} = (11,5 \cdot 12) \text{ месеци} = \boxed{\quad} \text{ месеци.}$

- 9 Основна мерна единица за *должина* е **метар**. Помали мерни единици се: дециметар, центиметар, милиметар, а поголема километар.

а)  $1 \text{ m} = \boxed{\quad} \text{ dm} = \boxed{\quad} \text{ cm} = \boxed{\quad} \text{ mm}; \quad 1 \text{ km} = \boxed{\quad} \text{ m.}$

- б) Ако си висок/а 1,6 m, колку дециметри се тоа?  
 в) Миле пешачел 2,3 km. Колку метри пешачел Миле?  
 г) Еден аршин има 7,11 dm. Колку милиметри има 1 аршин.  
 д) Малото прсте на Лиле е долго 5,4 cm. Колку милиметри се тоа?

- 10 Основна мерна единица за *маса* е **килограм**. Помали мерни единици се: хектограм, декаграм, грам, а поголема е тон.

а)  $1 \text{ kg} = \boxed{\quad} \text{ hg} = \boxed{\quad} \text{ dag} = \boxed{\quad} \text{ g}; \quad 1 \text{ t} = \boxed{\quad} \text{ kg.}$

- б) Ако имаш 42,7 kg, колку декаграми имаш?  
 в) Симе изел 15 dag јаболка. Колку грама се тоа?  
 г) Колку декаграми има во 21 килограм?  
 д) Мало слонче има 2,5 t. Колку хектограми се тоа?

- 11 Основна мерна единица за *течност* е **литар**. Помали мерни единици се: децилитар, центилитар, милилитар.

а)  $1 \text{ l} = \boxed{\quad} \text{ dl} = \boxed{\quad} \text{ cl} = \boxed{\quad} \text{ ml.}$

- б) Ако си испил/а 0,8 l млеко, колку децилитри се тоа?  
 в) Колку центилитри има во: 3 l; 5 dl?

- 12 Основна мерна единица за *плоштина* е **квадратен метар**.

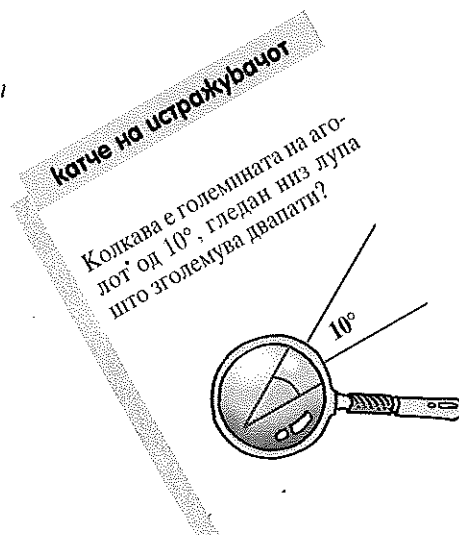
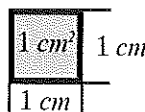
Помали мерни единици се:

квадратен дециметар,  
 квадратен центиметар,  
 квадратен милиметар,  
 а поголеми се:

квадратен километар и  
 хектар ( $1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2$ ).

а)  $1 \text{ m}^2 = \boxed{\quad} \text{ dm}^2, 1 \text{ dm}^2 = \boxed{\quad} \text{ cm}^2 = \boxed{\quad} \text{ mm}^2.$

- б) Ако имаш цветна градина од 2 m<sup>2</sup>, колку квадратни дециметри се тоа?  
 в)  $3 \text{ km}^2 = \boxed{\quad} \text{ m}^2; 25 \text{ dm}^2 = \boxed{\quad} \text{ cm}^2.$



## 10.2. Претворање на именувани броеви

**A** Изразувањето на повисока со пониска мерна единица ќе ти користи при претворање на повеќемени во едноимени броеви.

**1** Колку центиметри има во  $3\text{ m } 7\text{ dm } 5\text{ cm}$ ?

▶ Ако секоја повисока единица ја претвориш во саканата пониска единица (центиметар), ќе добиеш:

$$\begin{array}{r} 3\text{ m} = 3 \cdot 100\text{ cm} = 300\text{ cm} \\ 7\text{ dm} = 7 \cdot 10\text{ cm} = 70\text{ cm} \\ + 5\text{ cm} = \phantom{300\text{ cm}} 5\text{ cm} \\ \hline 3\text{ m } 7\text{ dm } 5\text{ cm} = 375\text{ cm} \end{array}$$

Можеш и пократко:

$$3\text{ m } 7\text{ dm } 5\text{ cm} = 300\text{ cm} + 70\text{ cm} + 5\text{ cm} = 375\text{ cm}.$$

**2** Претвори ги во едноимени, во најниската единица, броевите:

- а)  $4\text{ m } 8\text{ dm } 3\text{ cm}$ ;      б)  $12\text{ l } 4\text{ dl } 2\text{ cl}$ ;      в)  $7\text{ kg } 2\text{ hg } 6\text{ dag}$ ;  
г)  $13\text{ m } 2\text{ cm } 9\text{ mm}$ ;      д)  $25\text{ kg } 6\text{ dag } 2\text{ g}$ ;      е)  $2\text{ m}^2 23\text{ dm}^2 75\text{ cm}^2$ .

▶  $25\text{ kg } 6\text{ dag } 2\text{ g} = 25000\text{ g} + 60\text{ g} + 2\text{ g} = \boxed{\phantom{000}}$

▶  $2\text{ m}^2 23\text{ dm}^2 75\text{ cm}^2 = 2 \cdot 10000\text{ cm}^2 + 23 \cdot 100\text{ cm}^2 + 75\text{ cm}^2 = \boxed{\phantom{0000}}$

**3** Образложи го равенството  $2\text{ m } 9\text{ dm } 4\text{ cm} = 294\text{ cm} = 29,4\text{ dm} = 2,94\text{ m}$ .

Запиши ги на сличен начин, како едноимени, броевите:

- а)  $13\text{ m } 2\text{ dm } 6\text{ cm}$ ;      б)  $8\text{ kg } 4\text{ dag } 3\text{ g}$ ;      в)  $7\text{ l } 8\text{ dl } 3\text{ ml}$ .

**4** Колку секунди има во 3 дена, 12 часа, 32 минути и 5 секунди?

▶ Во овој случај претворањето го вршиш постапно, секоја единица ја претвориш во првата соседна пониска единица. Така ќе добиеш по ред:

$$3\text{ дена} = 3 \cdot 24\text{ часа} = 72\text{ часа}.$$

$$(72 + 12)\text{ часа} = (84 \cdot 60)\text{ минути} = 5040\text{ минути}.$$

$$(5040 + 32)\text{ минути} = (5072 \cdot 60)\text{ секунди} = 304320\text{ секунди}.$$

$$\text{Значи, } 3\text{ дена } 12\text{ h } 32\text{ min } 15\text{ s} = 304325\text{ s}.$$

**5** Пресметај колку часови имаш. За поголема точност, земи ги предвид и престапните години.



**Б** Сега ќе претвораш едноимени во повеќеимени броеви. Кај мерките за должина, маса и течност, секоја единица е 10 пати поголема од непосредно пониската единица, па во овој случај ќе делиш со 10. Кај плоштините ќе делиш со 100. Образложи зошто!

**6** Запиши го како повеќеимен бројот:

а) 5 427 mm;

б) 3,086 l;

в) 28,39 dag;

г) 10,34 dm;

д) 10,702 g;

ѓ) 4205 cl.

**а**  $5\,427\text{ mm} = 5\,000\text{ mm} + 400\text{ mm} + 20\text{ mm} + 7\text{ mm}$   
 $= 5\text{ m } 4\text{ dm } 2\text{ cm } 7\text{ mm}$

Можеш да ја користиш и табелата за единиците мерки за должина.

Тогаш, очигледно е дека:

$$5\,427\text{ mm} = 5\text{ m } 4\text{ dm } 2\text{ cm } 7\text{ mm}$$

m	dm	cm	mm
5	4	2	7

**7** Запиши го како повеќеимен бројот:

а) 70 435 cm<sup>2</sup>

б) 245 819 mm<sup>2</sup>

в) 2,0914 m<sup>2</sup>.

**а**  $70\,435\text{ cm}^2 = 7\,0435\text{ cm}^2 = 7\text{ m}^2 4\text{ dm}^2 35\text{ cm}^2$ .

**8** Претвори ги во повеќеимени следните едноимени броеви:

а) 845 763 s;

б) 261 265";

в) 54,64 l;

г) 4 832,45 mm.

**а** Претворањето го вршиш постепено. Прво одредуваш колку цели минути има, затоа делиш со 60.

$$845\,763 : 60 = 14\,096$$

245

576

363

3

Количникот 14 096 се минути-те, а остатокот **3** се секундите.

Сега 14 096 минути ги претвораши во часови; пак делиш со 60.

$$14\,096 : 60 = 234$$

209

296

56

Количникот 234 се часовите, а остатокот **56** се минутите.

Сега 234 часа претвораши во денови; делиш со 24

$$234 : 24 = 9$$

216

18

Количникот **9** се деновите, а остатокот **18** се часовите.

Значи,  $845\,763\text{ s} = 9\text{ дена } 18\text{ h } 56\text{ min } 3\text{ s}$ .

**Катче на истражување**

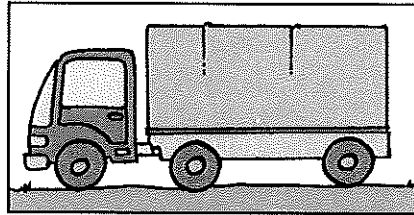
Јас сум еден број. Имам 4 цифри. Се наоѓам меѓу 12 и 13. Мојот десетна дел се наоѓа меѓу 28 стотинки и 40 стотинки. Кај мене, последната цифра е 4. Кој сум јас?

## 10.3. Собирање и одземање на именувани броеви

**А** Досега собираше и одземаше едноимени броеви. Сега ќе научиш да собираш и да одземаш и повеќеимени броеви.

**1** Првиот камион истоварил  $3\ t\ 24\ kg$ , а вториот  $2\ t\ 836\ kg$  шеќер. Колку вкупно шеќер истовариле двата камиона?

► За да одговориш на прашањето треба да ги собереш овие два повеќеимени броја. Внимавај на запишувањето: истоимените големини да бидат една под друга.



$$\begin{array}{r} 3\ t\ 24\ kg \\ +\ 2\ t\ 836\ kg \\ \hline 5\ t\ 860\ kg \end{array} \quad \text{или} \quad \begin{array}{r} 3\ 024\ kg \\ +\ 2\ 836\ kg \\ \hline 5\ 860\ kg = 5\ t\ 860\ kg \end{array}$$

Значи, биле истоварени  $5\ t\ 860\ kg$ .

**2** Првиот ден биле асфалтирани  $3\ km\ 40\ m$ , а вториот ден  $720\ m$  повеќе отколку првиот ден. Колкав пат е асфалтиран за двата дена?

**3** Разгледај ги внимателно следните два решени примера. Спореди ги собироците и зборовите:

$$\begin{array}{r} 6\ km\ 82\ m \\ +\ 3\ km\ 58\ m \\ \hline 9\ km\ 140\ m \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6\ m\ 82\ cm \\ +\ 3\ m\ 58\ cm \\ \hline 10\ m\ 40\ cm \end{array}$$

Образложи зошто под собироците  $82\ m$  и  $58\ m$  е запишан збирот  $140\ m$ , а под собироците  $82\ cm$  и  $58\ cm$  е запишан збирот  $40\ cm$ .

**4** Пресметај го на два начина збирот:

а)  $7\ m\ 8\ dm\ 5\ cm + 11\ m\ 6\ dm\ 4\ cm + 25\ m\ 4\ dm\ 9\ cm$ ;

б)  $6\ l\ 7\ dl\ 4\ cl\ 8\ ml + 15\ l\ 4\ dl\ 8\ cl\ 2\ ml$ ;

в)  $25\ kg\ 7\ hg\ 3\ dag\ 8\ g + 22\ kg\ 8\ dag\ 4\ g$ ;

г)  $34\ m^2\ 94\ dm^2\ 27\ cm^2 + 51\ m^2\ 8\ dm^2\ 73\ cm^2$ ;

д)  $3\ години\ 10\ месеци\ и\ 14\ дена + 8\ години,\ 5\ месеци\ и\ 21\ ден$ ;

е)  $15\ h\ 42\ min\ 36\ s + 17\ h\ 38\ min\ 54\ s$ ;

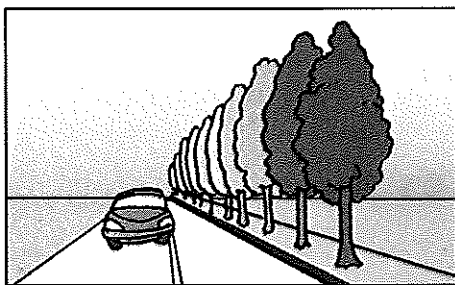
ж)  $32^\circ\ 41'\ 12'' + 51^\circ\ 20'\ 33''$ .

- 5) Една улица е долга  $7\text{ km } 55\text{ m}$ , а друга  $5\text{ km } 420\text{ m}$ . Колку е подолга првата улица?

► За да одговориш на прашањето треба од бројот  $7\text{ km } 55\text{ m}$  да го одземеш бројот  $5\text{ km } 420\text{ m}$ . Бидејќи од  $55\text{ m}$  не можеш да одземеш  $420\text{ m}$ , тогаш еден километар од намаленикот го претвораши во метри. Значи

$$\begin{array}{r} 6\text{ km } 1\ 055\text{ m} \\ - 5\text{ km } 420\text{ m} \\ \hline 1\text{ km } 635\text{ m} \end{array} \quad \text{или} \quad \begin{array}{r} 7\ 055\text{ m} \\ - 5\ 420\text{ m} \\ \hline 1\ 635\text{ m} = 1\text{ km } 635\text{ m} \end{array}$$

Значи првата улица е подолга за  $1635\text{ m}$  или  $1\text{ km } 635\text{ m}$ .



- 6) Пресметај ја разликата на два начина.

а)  $12\text{ m } 6\text{ dm} - 7\text{ m } 8\text{ dm}$ ;

в)  $50\text{ kg } 30\text{ g} - 16\text{ kg } 90\text{ g}$ ;

д)  $8\text{ dm}^2 4\text{ cm}^2 - 5\text{ dm}^2 25\text{ cm}^2$ ;

б)  $21\text{ kg } 5\text{ hg} - 12\text{ kg } 6\text{ hg}$ ;

р)  $13\ 12\text{ dl} - 7\ 17\text{ dl}$ ;

ѓ)  $42^\circ 35' - 27^\circ 40' 32''$ .

- 7) Мајката имала 25 години, 7 месеци и 24 дена кога ја родила ќерката. Мајката сега има 54 години 2 месеца и 12 дена. Колку години има ќерката сега?

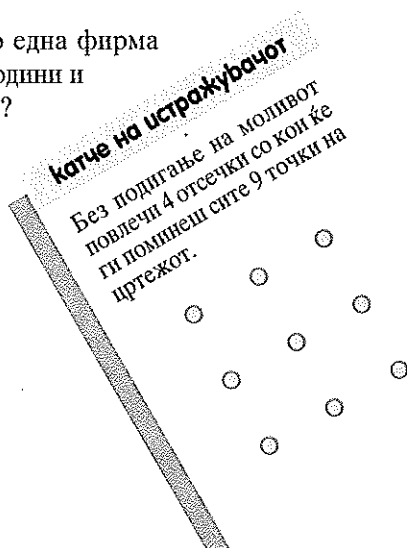
54 години, 2 месеца и 12 дена = 53 години, 13 месеци и 42 дена

- 8) Нека секој од твоето одделение пресмета колку години, месеци и денови има. Подредете ги тие броеви по големина и направете список на учениците според возраста.

⊕ Составете неколку задачи во врска со овие податоци.

- 9) Каков е работниот стаж на Миле, ако во една фирма работел 15 години и 7 месеци, во друга 9 години и 21 ден, а во трета само 11 месеци и 28 дена?

- 10) Кире се оженил на 27 години, 8 месеци и 20 дена. Неговата сопруга Јана тогаш имала 22 години, 10 месеци и 25 дена.
- а) За колку Јана е помлада од Кире?
- б) Колку години ќе има Кире кога Јана ќе наполни 50 години?
- в) Колку години ќе има Јана кога Кире ќе наполни 60 години?



### 10.4. Множење и делење на именувани со неименувани броеви

**A** И досега множеше едноимен со неименуван број. Сега ќе научиш да множиш повеќеимен број со неименуван број.

1 Колку е  $2\text{ m} + 2\text{ m} + 2\text{ m}$ ? А колку  $3 \cdot 2\text{ m}$ ?

2 За машки костум се потребни  $2\text{ m } 8\text{ dm } 5\text{ cm}$  штоф. Колку метри штоф се потребни за 7 машки костуми?

▶ Одговорот лесно го наоѓаш со множење на повеќеимениот број  $2\text{ m } 8\text{ dm } 5\text{ cm}$  со неименуваниот број 7.



Бидејќи  $2\text{ m } 8\text{ dm } 5\text{ cm} = 2\text{ m} + 8\text{ dm} + 5\text{ cm}$ , според дистрибутивното својство на множењето ќе добнеш:

$$\begin{aligned}(2\text{ m} + 8\text{ dm} + 5\text{ cm}) \cdot 7 &= 14\text{ m} + 56\text{ dm} + 35\text{ cm} \\ &= 14\text{ m } 56\text{ dm } 35\text{ cm} \\ &= 19\text{ m } 9\text{ dm } 5\text{ cm}.\end{aligned}$$

Кратко тоа го запишуваш вака:

$$(2\text{ m} + 8\text{ dm} + 5\text{ cm}) \cdot 7 = 14\text{ m } 56\text{ dm } 35\text{ cm} = 19\text{ m } 9\text{ dm } 5\text{ cm}.$$

Можеш и на друг начин:

$$(2\text{ m} + 8\text{ dm} + 5\text{ cm}) \cdot 7 = 285\text{ cm} \cdot 7 = 1995\text{ cm} = 19\text{ m } 9\text{ dm } 5\text{ cm}.$$

Значи, за 7 машки костуми се потребни  $19\text{ m } 9\text{ dm } 5\text{ cm}$  или  $19\text{ m } 95\text{ cm}$ , што е приближно еднакво на  $20\text{ m}$ .

3 Пресметај на два начина:

а)  $(3\text{ m } 4\text{ dm}) \cdot 5$ ;

б)  $(7\text{ m } 9\text{ cm}) \cdot 11$ ;

в)  $(3\text{ km } 125\text{ m}) \cdot 8$ ;

г)  $(4\text{ kg } 6\text{ hg}) \cdot 9$ ;

д)  $(2\text{ t } 350\text{ kg}) \cdot 24$ ;

ѓ)  $(8\text{ l } 7\text{ dl } 2\text{ cl}) \cdot 5$ .

4 Пресметај го производот:

а)  $11^\circ 23' 45'' \cdot 8$ ;

б)  $(7\text{ h } 12\text{ min } 35\text{ s}) \cdot 12$ ;

в)  $23^\circ 32' \cdot 17$ ;

г)  $(2\text{ год. } 8\text{ мес. } 16\text{ ден}) \cdot 5$ ;

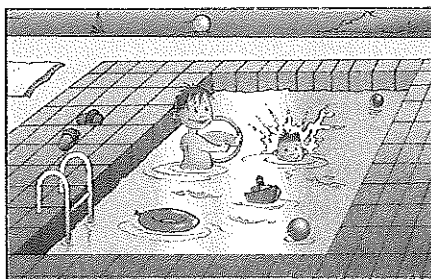
д)  $(2\text{ m}^2 12\text{ dm}^2) \cdot 5$ ;

ѓ)  $(4\text{ dm}^2 35\text{ cm}^2) \cdot 18$ .

**Б** Сега ќе научиш повеќемен број да делиш со неименуван број.

**5** Колку е  $6\text{ m} : 3$ ? А  $24\text{ kg} : 4$ ?

**6** Еден базен се полни шпз една цевка за 7 часа и 45 минути. Ако три такви цевки го полнат тој базен едновремено, за кое време ќе го наполнат?



► Веројатно заклучи дека времето е 3 пати пократко. Значи, треба повеќеменниот број  $7\text{ h } 45\text{ min}$  да го поделиш со неименуваниот број 3.

И оваа задача можеш да ја решиш на два начина, но како полесен ти предлагаме само еден: прво претвори го повеќеменниот број во едномен, а потоа дели.

$$7\text{ h } 45\text{ min.} = (7 \cdot 60 + 45)\text{ min} = 465\text{ min}$$

$$465\text{ min} : 3 = 155\text{ min} = (120 + 35)\text{ min} = 2\text{ h } 35\text{ min}$$

$$\text{Проверка: } (2\text{ h } 35\text{ min}) \cdot 3 = 6\text{ h } 105\text{ min} = 7\text{ h } 45\text{ min}$$

Значи, одговорот е: 2 часа и 35 минути.

**7** Пресметај го количникот, а потоа изврши проверка.

а)  $(7\text{ cm } 5\text{ mm}) : 3$ ;

б)  $(5\text{ kg } 4\text{ hg}) : 6$ ;

в)  $(3\text{ l } 5\text{ dl}) : 5$ ;

г)  $(4\text{ m } 3\text{ dm } 2\text{ cm}) : 8$ ;

д)  $(5\text{ hg } 5\text{ dag } 8\text{ g}) : 9$ ;

ѓ)  $(25\text{ km } 320\text{ m}) : 40$ .

**8** Пресметај го количникот:

а)  $(74\text{ dm}^2\text{ } 58\text{ cm}^2) : 6$ ;

б)  $43^\circ 12' : 8$

в)  $(68\text{ m}^2\text{ } 25\text{ dm}^2) : 7$ ;

г)  $23^\circ 54' 15'' : 5$ ;

д)  $52\text{ dm}^2 : 8$ ;

ѓ)  $30^\circ : 20$ .

► Помогни си со таблицата за единиците мерки за плоштина

$$52\text{ dm}^2 = 5200\text{ cm}^2.$$

$\text{m}^2$	$\text{dm}^2$	$\text{cm}^2$	$\text{mm}^2$
	5	2	0 0 0 0

**9** а) Разликата на аглиите  $45^\circ 12'$  и  $17^\circ 36'$  зголеми ја трипати.

б) Збирот на аглиите  $54^\circ 56'$  и  $23^\circ 34'$  намали го 15 пати.

**10** Од дома до училиште Зоран прави 940 чекори. Колку метри се тоа, ако 10 неговни чекори изнесуваат  $5\text{ m } 25\text{ cm}$ ?

- B** Искористи ги своите знаења за именувани броеви и реши ги следните задачи.
11. Стојан ископал бунар длабок  $11\text{ m } 46\text{ cm}$ . Колку е длабок бунарот на соседот, кој нашол вода на трипати помала длабочина?
12. Од  $30\text{ m}$  ткаенина треба да се сошијат 8 еднакви завеси. Која е должината на една таква завеса.
13. Планетата Венера го заобиколува Сонцето за 224 дена 16 часа и 48 минути. За колку време Венера ќе го заобиколи Сонцето 5 пати?
14. Камцион од  $2\text{ t } 250\text{ kg}$  има носивост 3 пати поголема од неговата маса. Колкава е масата на полниот камцион?
15. Колку време измина од ослободувањето на Скопје (13.11.1944) до денес?
16. Првата задача на писмената работа по математика Даме ја решил за  $7\text{ min } 45\text{ s}$ , втората за  $3\text{ min } 34\text{ s}$ , третата за  $11\text{ min } 12\text{ s}$ . Колку време му останало на Даме за решавање на другите задачи, ако часот трае 40 минути?
17. Еден работник во текот на една недела одработил: во понеделник  $7\text{ h } 20\text{ min}$ , во вторник  $8\text{ h } 15\text{ min}$ , во среда  $8\text{ h } 50\text{ min}$ , во четврток  $7\text{ h } 36\text{ min}$  и во петок  $6\text{ h } 40\text{ min}$ . Колку работни часови остварил работникот таа недела?
18. Цената на  $1\text{ m}$  штоф е 650,00 денари. Колку денари треба да се плати за  $2\text{ m } 60\text{ cm}$ ?
19. Цената на  $1\text{ kg}$  месо е 280,00 денари. Колку денари треба да се плати за:  
а)  $6\text{ dag}$ ?      б)  $250\text{ g}$ ?      в)  $2\text{ kg } 70\text{ g}$ ?      г)  $2\text{ t } 350\text{ kg}$ ?
20. Од  $1\text{ t}$  пченица се добиваат  $70\text{ kg } 650\text{ g}$  гриз,  $800\text{ kg } 400\text{ g}$  брашно и  $128\text{ kg } 950\text{ g}$  трици. Колку гриз, брашно и трици ќе се добијат од  $9\text{ t}$  пченица?
21. Еден литар морска вода има маса од  $1\text{ kg } 32\text{ g}$ . Колкава е масата на  $6\text{ l } 5\text{ dl}$  морска вода.
22. Велосипедист за извесно време изминал  $25\text{ km } 200\text{ m}$ . Колку километри поминал пешак кој се движел 2 пати повеќе време, а секој час поминувал 3 пати помал пат?

### катче на истражувањето

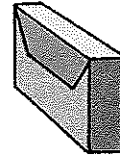
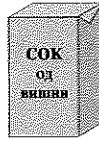
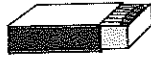
Тројца другари заеднички-от замаец го заклучуваат со 3 катанци. Секој од нив имал клуч само од еден катанец, а сепак може да го отклучи замаецот и да го користи замаецот. Како го решиле тоа?



## 10.5. Волумен на тело е број

**A** Насекаде околу нас има најразлични предмети. Некои се помали, а некои поголеми – зафаќаат поголем дел од просторот. Се сложуваш ли дека твојата соба е помала од училницата?

**1** Предметите имаат различни форми (облици). Кои од следните предмети имаат форма на квадар?



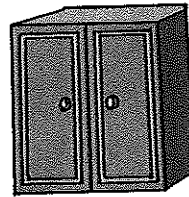
**2** Секој предмет (тело) зазема дел од просторот.

Велиме дека телото има **волумен**.

Плакарот има поголем волумен од кутијата. Велиме дека плакарот е поголем од кутијата.

★ Кој од овие предмети има најмал волумен?

★ Можеш ли да кажеш со колку гуми за бришење би се наполнила кутијата?

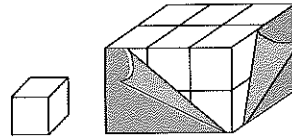


**3** Споредете ги волумените на некои предмети во училницата.

**4** Колку гуми за бришење има во кутијата?

Велиме дека волуменот на кутијата е 12 пати поголем од волуменот на гумата за бришење.

Значи, ако гумата за бришење ја избереш за мерна единица тогаш волуменот на кутијата е еднаков на 12.



**5** Земете две различни кофи и чаша.

★ Колку чаши вода собира секоја од нив?

★ Тогаш, колкав е волуменот на секоја кофа, мерен со волуменот на чашата?

ЗНАЧИ, ВОЛУМЕН НА ТЕЛО Е БРОЈ.



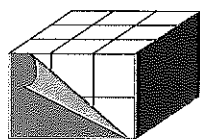
- 6 За мерна единица избери ја коцката  $E$  и изброј го бројот на коцките од кои е составено секое тело, т.е. одреди го нивниот волумен. Некои коцки се располовени.

единична  
коцка

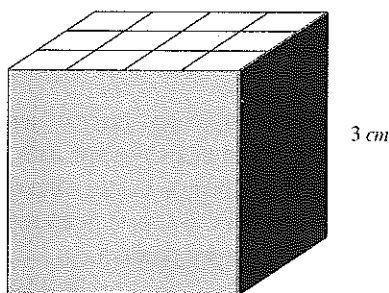


- 7 Единичната коцка во оваа задача има раб со должина  $1\text{ cm}$ . Без да ги броиш коцките, одреди го волуменот на секое тело.

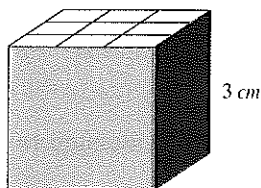
а)



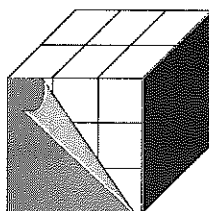
б)



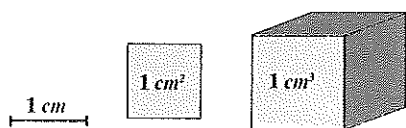
в)



г)



- 8 Потсети се на мерните единици за должина и плоштина.



Според тебе, која единица мерка е избрана за волумен на тело?

Тоа се коцки чиј раб е единица за должина:  $1\text{ m}$ ,  $1\text{ dm}$ ,  $1\text{ cm}$ ,  $1\text{ mm}$ . Значи:

Коцка со раб  $1\text{ cm}$  има волумен  $1$  кубен центиметар. Ознака:  $1\text{ cm}^3$ .

Можеме да кажеме дека:

Кубен центиметар е волумен на коцка со раб  $1\text{ cm}$ .

Кубен дециметар ( $1\text{ dm}^3$ ) е волумен на коцка со раб  $1\text{ dm}$ .

Кубен метар ( $1\text{ m}^3$ ) е волумен на коцка со раб  $1\text{ m}$ .

Кубниот метар е основна единица мерка за волумен.

☛ Што е според тебе кубен милиметар, односно кубен километар?



Б Значи,  $1 m^3$ ,  $1 dm^3$ ,  $1 cm^3$  се единици мерки за волумен. Сега ќе ја откриеш врската меѓу нив.

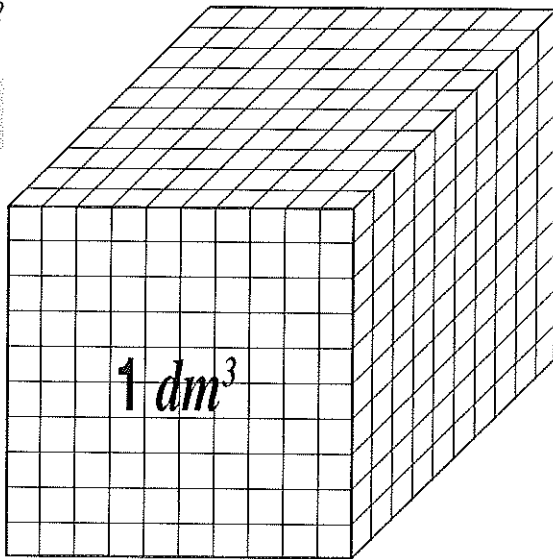
9 Од тврд картон направи коцка со раб  $1 dm$  и согледај ја големината на волуменот од  $1 dm^3$ . Што мислиш, со колку коцки, чиј раб е  $1 cm$ , можеш да составиш коцка со раб  $1 dm$ ?  
Веројатно заклучи дека

$$1 dm^3 = 1\,000 cm^3$$

$$(10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000)$$



$1 cm^3$



$1 dm^3$

10 Дополни:

а)  $2 dm^3 = \square cm^3$ ;

б)  $7 dm^3 = \square cm^3$ ;

в)  $3\,000 cm^3 = \square dm^3$ ;

г)  $9\,000 cm^3 = \square dm^3$ .

11 Според тебе колку пати  $1 m^3$  е поголем од  $1 dm^3$ ? А од  $1 cm^3$ ?

$$1 m^3 = 1\,000 dm^3, 1 m^3 = 1\,000\,000 cm^3$$

12 а) Изрази во кубни дециметри:  $3 m^3$ ,  $8 m^3$ ,  $21 m^3$ .

б) Изрази во кубни центиметри:  $2 m^3$ ,  $6 m^3$ ,  $9 m^3$ .

в) Изрази во кубни метри:  $7\,000 dm^3$ ,  $10\,000 dm^3$ .

13 Запиши еден од знаците  $<$ ,  $=$ ,  $>$ .

а)  $907 cm^3 \square 970 cm^3$ ;

б)  $2\,403 cm^3 \square 2\,304 cm^3$ ;

в)  $2 dm^3 \square 1\,990 cm^3$ ;

г)  $3\,012 dm^3 \square 3 m^3$ .

14 Волуменот на една кутија е  $240 cm^3$ , а на друга  $280 cm^3$ .

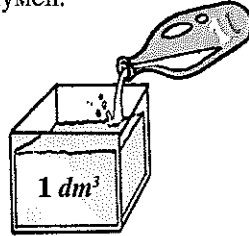
а) Колкав е збирот на волумените на овие кутии?

б) За колку кубни центиметри е поголема втората кутија?

- 15) Волуменот на еден учебник е  $2\,600\text{ cm}^3$ . Колкав е волуменот на 5 такви учебници? Изрази го волуменот во кубни центиметри.
- 16) Волуменот на една соба е  $32\text{ m}^3$ , а на друга е за  $6\text{ m}^3$  поголема. Колкав е волуменот на двете соби?
- 17) Четири еднакви училиници имаат вкупно  $648\text{ m}^3$ . Колкав е волуменот на една од тие училиници?
- 18) Досега течностите ги мереше со литар. Сега ќе откриеш дека литарот, всушност, е точно определен волумен.

- 18) Во училиште споредете го волуменот на  $1\text{ l}$  и  $1\text{ dm}^3$ .  
 ✦ Што забележувате?

$$1\text{ l} = 1\text{ dm}^3$$



- 19) Дополни:

a)  $3\text{ l} = \square\text{ dm}^3$ ;

б)  $17\text{ dm}^3 = \square\text{ l}$ ;

в)  $5000\text{ l} = \square\text{ m}^3$ ;

г)  $12\text{ m}^3 = \square\text{ l}$ ;

д)  $800\text{ l} = \square\text{ dm}^3$ ;

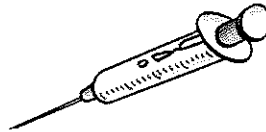
е)  $32\text{ dm}^3 = \square\text{ l}$ .

- 20) Едно буре собира  $220\text{ l}$  вода. Колкав е волуменот на бурето?

- 21) Образложи го сега равенството

$$1\text{ ml} = 1\text{ cm}^3$$

- ✦ Ако Зоки примил инјекција од два „кубика“, колку милилитри се тоа?



- 22) Измерете ја во училиште масата на  $1\text{ l}$  вода.

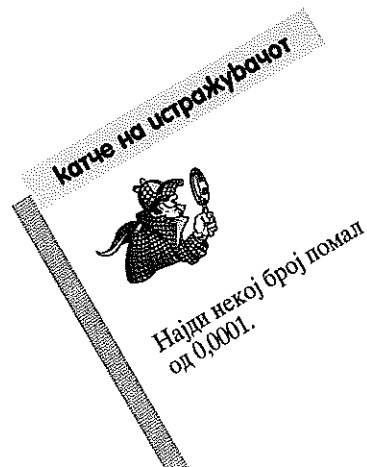
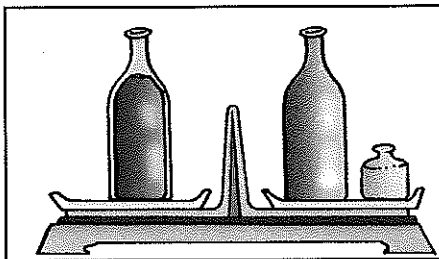
- ✦ Што забележувате?

$1\text{ l}$  вода има маса од  $1\text{ kg}$ .

- ✦ Образложи ги заклучоците:

$1\text{ dm}^3$  вода има маса од  $1\text{ kg}$

$1\text{ ml}$  вода има маса од  $1\text{ g}$ .

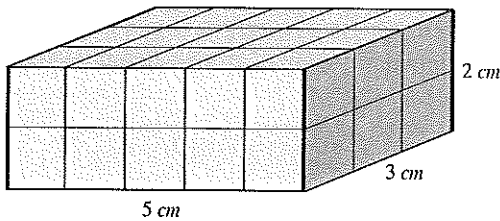


## 10.6. Волумен на квадар. Волумен на коцка.

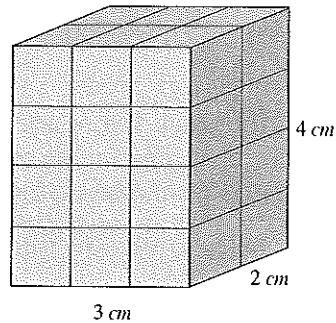
**A** Од рабестите тела прво ќе научиш да го пресметуваш волуменот на квадар.

Секој од квадратите на цртежот е составен од единечни коцки, коцки со раб  $1\text{ cm}$ . Одреди го нивниот волумен.

а)



б)

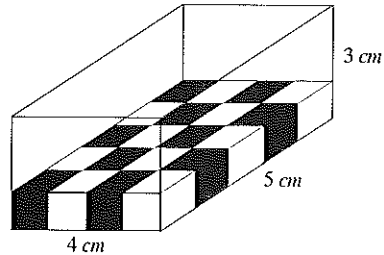


**2** Можеш ли да го одредиш волуменот на квадар со димензии  $4\text{ cm}$ ,  $5\text{ cm}$  и  $3\text{ cm}$ ?

Колку единични коцки можеш да наредиш на долниот ѕид од квадарот?

$4 \cdot 5$  коцки.

Колку такви слоеви можеш да наредиш (висината е  $3\text{ cm}$ )?



Во секој од овие слоеви има ист број коцки ( $4 \cdot 5$ ). Значи, вкупно има  $(4 \cdot 5) \cdot 3$  коцки, или  $60$  коцки.

Во овој квадар има простор за  $60$  коцки со раб  $1\text{ cm}$ .

Поинаку кажано: **Волуменот на квадарот е  $60\text{ cm}^3$ .**

Запишуваме:  $V = 60\text{ cm}^3$ .

Пресметај го волуменот на квадар со димензии  $5\text{ cm}$ ,  $2\text{ cm}$  и  $6\text{ cm}$ .

Колкав е волуменот на квадар чија должина е  $8\text{ m}$ , ширина  $5\text{ m}$  и висина  $3\text{ m}$ .

Сандак има форма на квадар. Должините на рабовите на сандакот се  $1\text{ m}$ ,  $6\text{ dm}$  и  $35\text{ cm}$ .

а) Колку кубни центиметри е волуменот на сандакот?

б) Со колку литри вода би се наполнил овој сандак?

- 6 Пресметај го волуменот на квадарот на цртежот.

▶ Во првиот слој можеш да наредиш

$a \cdot b$  коцки.

Во  $c$  слоеви ќе има вкупно

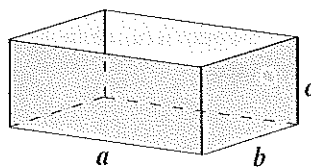
$(a \cdot b) \cdot c$  коцки.

Значи

$$V = a \cdot b \cdot c$$

или

$$V = a b c$$



$$V = a b c$$

Ова равенство го викаме **формула за пресметување волумен на квадар**. Тоа го искажува правилото за пресметување волумен на кој било квадар, ако се знаат мерните броеви на трите негови димензии, мерени со иста единица мерка.

**волумен = должина  $\times$  ширина  $\times$  висина.**

Кратко велиме:

**Волуменот на квадарот е еднаков на производот на неговите димензии.**

- 7 Пресметај го волуменот на квадар со димензии:

а)  $a = 15 \text{ cm}$

$b = 12 \text{ cm}$

$c = 4 \text{ cm}$

б)  $a = 75 \text{ dm}$

$b = 42 \text{ dm}$

$c = 20 \text{ dm}$

в)  $a = 8 \text{ dm}$

$b = 5 \text{ dm}$

$c = 2 \text{ dm } 5 \text{ cm}$

▶  $V = a b c = (8 \cdot 5 \cdot 2,5) \text{ dm}^3 = \boxed{100} \text{ dm}^3.$

Одговор: Волуменот на квадарот е...

- 8 Пресметај ја плоштината и волуменот на квадар чии димензии се:

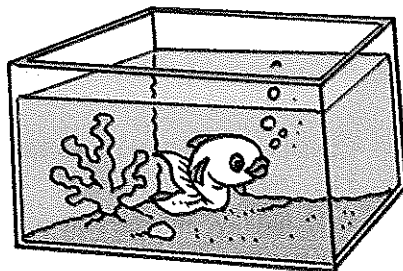
а)  $a = 5 \text{ cm}, b = 4 \text{ cm}, c = 20 \text{ cm};$

б)  $a = 3 \text{ m}, b = 5 \text{ m}, c = 12 \text{ m}.$

▶  $P = 2(ab + bc + ac)$

- 9 Колку литри вода ќе собере сад во форма на квадар со димензии  $6 \text{ dm}$ ,  $5 \text{ dm}$  и  $3 \text{ dm}$ ?

- 10 Должината на аквариумот е  $80 \text{ cm}$ , ширина  $60 \text{ cm}$ , а висината  $50 \text{ cm}$ . Колку литри вода има во аквариумот, ако површината на водата е  $10 \text{ cm}$  под горниот раб?



11) Земете картонски кутин во кои се пакуваат млеко, јогурт или сок. Измерете што е потребно и пресметајте го нивниот волумен. Споредете ги резултатите меѓу себе, а и со означената литража на нив.

12) Пресметајте го волуменот на вашата училница. Потоа пресметајте по колку кубни метри простор отпаѓа на секој ученик.

13) Одреди ја непознатата димензија на квадратот, ако се дадени неговниот волумен  $V$  и другите две димензии:

$$\begin{array}{l} \text{а) } V = 60 \text{ dm}^3 \\ a = 3 \text{ dm} \\ b = 4 \text{ dm} \\ c = ? \end{array}$$

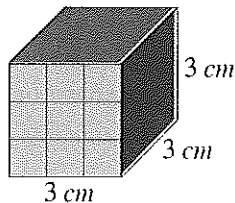
$$\begin{array}{l} \text{б) } V = 280 \text{ m}^3 \\ a = 7 \text{ m} \\ c = 5 \text{ m} \\ b = ? \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{в) } V = 840 \text{ cm}^3 \\ b = 10 \text{ cm} \\ c = 7 \text{ cm} \\ a = ? \end{array}$$

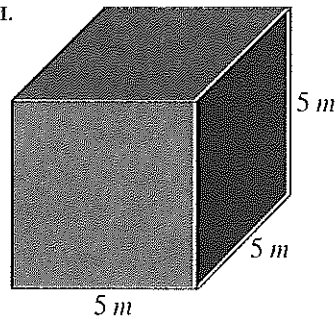
Б) Веќе научи дека коцката е квадар, на која сите три димензии ѝ се еднакви. Како ќе го пресметаш нејзиниот волумен?

14) Пресметај го волуменот на следните коцки.

а)



б)

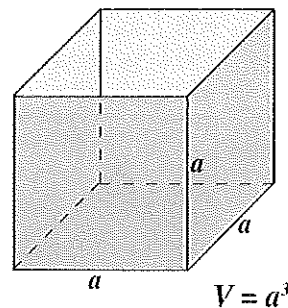


15) Ако работ на коцката е некој број  $a$ , колкав е нејзиниот волумен? Веројатно заклучи дека ...

$$V = a \cdot a \cdot a \quad \text{или} \quad V = a^3$$

✪ Искажи ја со зборовни формулата за пресметување волумен на коцка.

► Потсети се: записот  $a^3$  се чита „а на куб“.



107 Пресметај го волуменот на коцка со раб:

а)  $a = 9 \text{ cm}$ ; б)  $a = 5 \text{ dm}$ ; в)  $a = 8,5 \text{ m}$

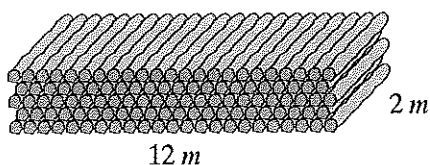
108 Телевизорот на Зоки беше пакуван во картонска кутија, во форма на коцка, со раб  $7,5 \text{ dm}$ . Колкав е волуменот на оваа амбалажа?

109 Колкава е масата на една оловна коцка со раб  $8 \text{ cm}$ , ако масата на  $1 \text{ cm}^3$  олово е  $11,4 \text{ g}$ ? Изрази го резултатот во килограми.

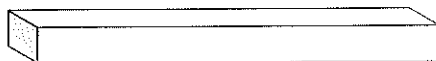
110 Колку пати ќе се зголеми волуменот на една коцка со раб  $3 \text{ cm}$ , ако работ се зголеми два пати?

☞ Ќе добиеш:  $V_1 = 27 \text{ cm}^3$ ,  $V_2 = 216 \text{ cm}^3$ . Колку пати бројот 216 е поголем од бројот 27?

111 Дрва за горење, со должина  $2 \text{ m}$ , се складирали како што е покажано на цртежот. Колку кубни метра дрва има?



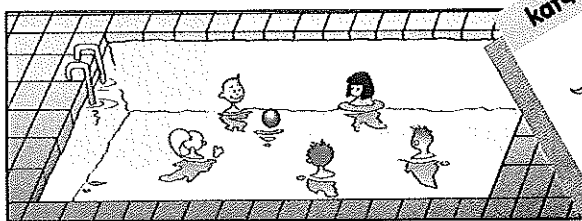
112 Пресметај го волуменот (кубатурата) на една греда, со должина  $4 \text{ m}$ , а која за основа има квадрат со страна  $2,5 \text{ dm}$ .



113 Што има поголем волумен: квадрат со димензии  $12 \text{ cm}$ ,  $8 \text{ cm}$  и  $5 \text{ cm}$ , или коцка со раб  $8 \text{ cm}$ ? Можеш ли да ја извршиш споредбата без пресметување на волумените?

☞  $V_1 = 8 \cdot 8 \cdot 8 = 64 \cdot 8$ ,  $V_2 = 12 \cdot 5 \cdot 8 = 60 \cdot 8$ .

114 Базенот е долг  $48 \text{ m}$ , широк  $24 \text{ m}$  и длабок  $2,5 \text{ m}$ . Тој се полни со две пумпи. Од првата дотекуваат  $650 \text{ l}$  во минута, а од втората  $350 \text{ l}$ . За колку дена ќе се наполни базенот?



катче на истражувачот



Четири мачки за четири дена ќе уловат 4 глувци.  
За колку дена 100 мачки ќе уловат 100 глувци?

## Не заборави дека...!

- \* Ако по бројот е запишано името на мерната единица или нејзината ознака, тогаш за таквите броеви велиме дека се именувани броеви.
- \* Именуваните броеви можат да бидат едноимени или повеќеимени.
- \* Големината на делот од просторот што го зазема едно тело ја викаме волумен.
- \* Основна мерна единица за волумен е кубен метар ( $1 m^3$ ).

Помали единици се: кубен дециметар ( $1 dm^3 = 0,001 m^3$ ),

кубен центиметар ( $1 cm^3 = 0,001 dm^3$ ),

кубен милиметар ( $1 mm^3 = 0,001 cm^3$ ).

Значи:  $1 m^3 = 1000 dm^3 = 1000000 cm^3 = 1000000000 mm^3$ .

- \* Волуменот на 1 литар е еднаков со волуменот од  $1 dm^3$ , т.е.

$$1 l = 1 dm^3.$$

- \* Масата на 1 l вода при  $4^\circ C$  е 1 kg.
- \* Волуменот на квадар со димензии  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , се пресметува според формулата

$$V = abc,$$

а на коцка со раб  $a$ , според формулата

$$V = a^3.$$

## ТЕСТ X

1. Колку денови, часови, минути и секунди има во  $777\,555\text{ s}$ ? (8)
2. Од  $46,25\text{ kg}$  ориз се продадени  $32,48\text{ kg}$ . Уште колку ориз останал непродаден? (2)
3. Разликата на аглиите  $54^\circ 21'$  и  $38^\circ 28'$  зголеми ја 7 пати. (4)
4. Цената на  $1\text{ kg}$  сирење е  $240,00$  денари. Колку чинат  $125\text{ g}$  од тоа сирење? (3)
5. Во 52 вреќи има подеднаква количина шеќер. Масата на сите вреќи е  $1216,8\text{ kg}$ . Колкава е масата на една вреќа шеќер? (4)
6. Волуменот на една кутија е  $0,75\text{ dm}^3$ . Колку кубни метри имаат 1000 такви кутии? (3)
7. Колку литри вода ќе собере сад во вид на коцка со страна  $7\text{ dm}$ ? (4)
8. Волуменот на еден квадар е  $120\text{ m}^3$ , должината  $6\text{ m}$ , а ширината  $4\text{ m}$ . Пресметај ја неговата висина. (5)

Скала за оценување	Доволен	Добар	Многу добар	Одличен
	12 - 17	18 - 23	24 - 28	29 - 33



## 11. ДОПОЛНИТЕЛНИ ЗАДАЧИ

- 2 1 Запиши ги описно и со Венов дијаграм множествата  
 а)  $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$                       б)  $S = \{1, 3, 5, 7\}$ .
- 2 Андреј учи во V-а, Борче во V-б, а Весна во V-в одделение. Дали Андреј, Борче и Весна се елементи на множеството  $\{V\text{-а, V-б, V-в}\}$ ?
- 3 Кое од следниве множества е празно:  
 а)  $A = \{x \mid x \in N \text{ и } x < 1\}$   
 б)  $B = \{x \mid x \text{ е река во Р. Македонија}\}$   
 в)  $C = \{x \mid x \in N \text{ и } 8 + x = 8\}$ ?
- 4 Нека  $M = \{x \mid x \text{ е жител на Македонија}\}$  и  $P = \{x \mid x \text{ е жител на Прилеп}\}$ . Во каков однос се множествата  $P$  и  $M$ ? Запиши го тоа симболички.
- 5 Запиши ги сите подмножества на множеството  
 $F = \{x \mid x \in N \text{ и } 5 \leq x < 7\}$
- 6 Кое тврдење е точно:  
 а) Ако  $A \subseteq B$ , тогаш  $A \cap B = A$ ;  
 б) Ако  $P \subseteq C$ , тогаш  $P \cup C = C$ ;  
 в) Ако  $A \cap B = \emptyset$ , тогаш  $A \setminus B = A$ ?
- 7 Секој ученик од V-а одделение е член во драмската или во математичката секција. 20 ученици од одделението се членови на драмската секција, 25 ученици се членови на математичката секција, а 15 ученици се членови и на драмската и на математичката секција. Колку ученици има во V-а одделение?
- 8 Во една работна организација има 35 вработени. 20 од нив зборуваат странски јазик, 11 знаат дактилографија, а 10 не знаат ниту странски јазик ниту дактилографија. Колку од вработените знаат и дактилографија и странски јазик?
- 9 При прегледувањето на домашните задачи наставникот утврдил дека: 10 ученици точно ги решиле сите три задачи што биле зададени за дома, 2 ученика точно ја решиле само втората и третата задача, 16 ученици прва-

та и третата, 15 ученици првата и втората, 2 ученика само првата, 21 ученик втората и 3 ученици само третата задача. Колку ученици има во одделението, ако се знае дека нема ученик што не решил барем една точна задача?

10) Одреди ги елементите на множеството  $A$ , ако е познато дека:

$$A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, \dots, 9\}, B \cap C = \emptyset,$$

$$B \cap A = \{5, 6\}, C \cap A = \{3, 8\}, B \setminus A = \{1, 2, 4\} \text{ и } \delta A = 4.$$

3 11) Збирот на три броја е 1 000. Ако едниот од броевите е 325, а другиот 517, одреди го третиот број.

12) Првиот од трите собироци е зголемен за 23, а вториот за 48. Што треба да се направи со третиот собирок, за збирот да остане непроменет?

13) Мојот брат има три години повеќе од мене. Колку години ќе биде постар од мене по 20 години?

14) На првата полица има 22 книги повеќе одколку на втората. Што ќе биде со таа разлика, ако од првата полица префрлиме 10 книги на втората?

15) Срцето на возрасен човек секоја минута испумпува 18 литри крв. Колку литри крв срцето ќе испумпа за 24 часа?

16) За колку ќе се зголеми количникот на два броја, ако на деленикот му го додадеме делителот?

17) Велосипедист за 13 часа поминал 364 *km*. Колкав пат поминал за 5 часа?

18) Кој број поделен со 12 дава количник 132 и остаток 5?

19) Пресметај:

а)  $480 : 15 \cdot 4 - 56 : 8 + 14$

б)  $(15 - 7) : (28 : 7) + 42 : 6$

в)  $(12 + 5 \cdot 3) \cdot 3 - 2 \cdot (5 \cdot 6 - 7 \cdot 2)$

г)  $(56 : 7 + 6) : 2 + (18 - 6 \cdot 8 : 12) : 7$

20) Ана има 290 денари, а Зоки 390 денари. Колку денари треба да ѝ даде Зоки на Ана за да имаат еднаква сума пари?

- 21) Три сестри и брат добиле 1 000 денари. Парите ги поделиле така што сестрите добиле по еднаква сума пари, а братот за 100 денари помалку. По колку денари добил секој од нив?
- 22) Мајката е трипати постара од ќерката. Двете заедно имаат 44 години. По колку години има секоја од нив?
- 23) Во една фабрика работат петпати повеќе мажи од жени. Бројот на мажите е за 640 поголем од бројот на жените. Пресметај го вкупниот број на вработени во фабриката.
- 24) На приредбата за доброволни цели присуствувале 456 гледачи. Од нив 280 купиле билети по 250 денари, а останатите по 150 денари. Колкав приход е собран?
- 25) Една улица е долга 480 метри. Од краевите на улицата, еден кон друг истовремено тргнуваат Владо и Симо. Владо поминува по 50 *m*, а Симо по 70 *m* во минута.
- а) Колку ќе изнесува растојанието меѓу нив по 3 минути?  
б) По колку минути ќе се сретнат?
- 4 26) Одреди два последователни содржатели на бројот 35, кои се поголеми од бројот 250 а помали од 330.
- 27) Запиши трицифрен број делив со 9, на кој цифрата на десетките е за 5 поголема од цифрата на единиците, а производот од неговите цифри е нула.
- 28) Напиши ги сите броеви од 1 до 50 кои претставуваат производ од два прости броја.
- 29) Производот на четири последователни природни броеви изнесува 1 680. Кои се тие броеви?
- 30) Една детска градинка ја посетуваат 60 момчиња и 84 девојчиња. Во колку најмногу еднакви групи можат да се поделат децата, така што во секоја група да има еднаков број момчиња и еднаков број девојчиња? По колку момчиња и девојчиња ќе има во секоја група?

- 31) Во 5 часот од автобуската станица тргнуваат во различни правци 4 автобуси и се враќаат во станицата: првиот секои 60 минути, вториот секои 72 минути, третиот секои 90 минути и четвртиот секои 120 минути. Во колку часот автобусите повторно ќе се сретнат на автобуската станица?
- 32) Кога ја прашале Ана колку книги има, одговорила: „Имам помалку од 100, но повеќе од 80. Книгите можам да ги наредам во ред од по 6 или по 8“. Колку книги има Ана?
- 33) Ако група ученици се стројат по 6 или пак по 4 во ред, сите редови ќе бидат полни. Ако еден од учениците ги постројува останатите по 5 во ред, пак сите редови ќе бидат полни. Колку најмалку ученици брои групата?
- 34) Одреди го најмалиот природен број, кој поделен со 3 дава остаток 2, поделен со 4 дава остаток 3, и поделен со 5 дава остаток 4.
- 35) Најди го најмалиот трицифрен број кој при делење со 3, 4, 5, 6 или 7 дава остаток 2.
- 5 36) Најголемиот број пресечни точки на пет прави е:  
а) 4;            б) 6;            в) 8;            г) 10;            д) 12?
- 37) На правата  $a$  се означени отсечките  $AB$  и  $CD$  така што  $AB \cap CD = CB$ . Определи ја должината на отсечката  $AD$ , ако  $\overline{AB} = 8 \text{ cm}$ ,  $\overline{CD} = 6 \text{ cm}$  и  $\overline{BC} = 2 \text{ cm}$ .
- 38) Од точката  $M$  на една права на иста страна се нанесени отсечките  $\overline{MA} = 4 \text{ cm}$  и  $\overline{MB} = 12 \text{ cm}$ . Најди го растојанието меѓу средините на отсечките  $MA$  и  $MB$ .
- 39) Отсечката  $AB$  е поделена со точката  $M$  на два нееднакви дела. Растојанието меѓу средините на отсечките  $AM$  и  $BM$  е  $35 \text{ mm}$ . Колку е долга отсечката  $AB$ ?
- 40) Точките  $A$ ,  $B$  и  $C$  лежат на една права и притоа:  
а)  $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$ ,  $\overline{BC} = 3 \text{ cm}$ . Колкаво може да биде растојанието  $\overline{AC}$ ?  
б)  $\overline{AB} = 7 \text{ cm}$ ,  $\overline{AC} = 4 \text{ cm}$ . Колкаво може да биде растојанието  $\overline{BC}$ ?
- 41) Нацртај една отворена искршена линија со три страни, а потоа конструирај отсечка еднаква на збирот од страните на таа искршена линија.

42) Дијаметарот на една кружница е за  $5\text{ cm}$  подолг од радиусот. Колкав е дијаметарот, а колкав радиусот на таа кружница?

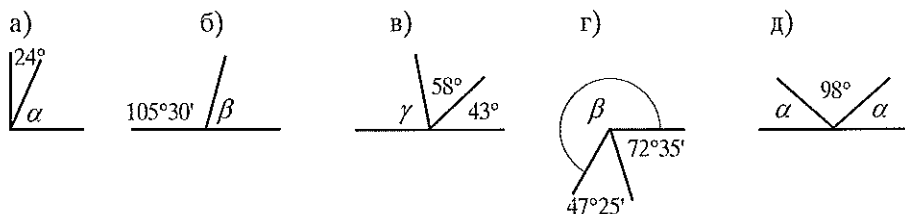
43) Најмалото растојание на точката  $A$  до кружницата  $k$  е  $3\text{ cm}$ , а најголемото е  $7\text{ cm}$ . Определи го радиусот на кружницата  $k$  ако:

- а)  $A$  е внатрешна точка за кружницата;
- б)  $A$  е надворешна точка за кружницата.

44) Радиусот на кружницата  $k_1$  е  $6\text{ cm}$ , а на  $k_2$  е  $8\text{ cm}$ . Ана сака да ги постави кружниците да се допираат и знае дека тоа може да го направи на два начина. Кои се можните растојанија меѓу центрите на така поставените кружници?

6 45) Дали збирот на три остри агли може да биде поголем од  $270^\circ$ . Образож!

46) Според цртежот пресметај ги непознатите агли.



47) Колку степени има аголот кој е двапати поголем од неговиот

- а) комплементен агол?
- б) суплементен агол?

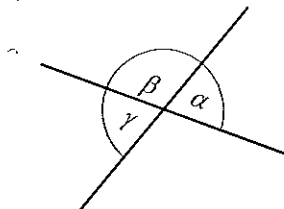
48) Можат ли и двата напоредни агли да бидат

- а) остри;
- б) прави,
- в) тапи агли?

49) Зоки тврди дека:

- а) Секон два суплементни агли се напоредни;
  - б) Секон два напоредни агли се суплементни;
  - в) Секон два соседни агли се суплементни;
  - г) Ако два соседни агли се еднакви и суплементни, тогаш тие се прави.
- Дали е Зоки во право?

50) Од цртежот пресметај ги аглите  $\alpha$  и  $\beta$  ако е  $\alpha + \beta + \gamma = 250^\circ$ .



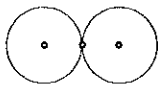
- 51) Колку вкупно дијагонали има многуаголникот, ако од едно негово теме можат да се повлечат 9 дијагонали.
- 52) Кој има помал периметар: рамностран триаголник со страна  $17\text{ cm}$  или рамнокрак триаголник со основа  $21\text{ cm}$  и крак  $15\text{ cm}$ .
- 53) Еден плац во форма на триаголник заграден е со четири реда жица. Колку метри жица се употребени, ако должините на страните на плацот се  $85\text{ m}$ ,  $98\text{ m}$  и  $67\text{ m}$ ?
- 54) Над кракот на рамнокрак триаголник со периметар  $25\text{ cm}$  од надворешната страна е нацртан рамностран триаголник со периметар  $30\text{ cm}$ . Одреди ја основата на рамнокракниот триаголник.

7. 55) Нацртај ја сликата на отсечката  $MN$  во однос на точката  $O$ .



- 56) Воочи која од фигурите на цртежот е централно симетрична, а потоа одреди го нејзиниот центар на симетрија.

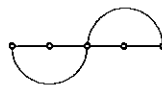
а)



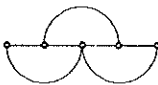
б)



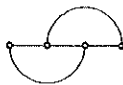
в)



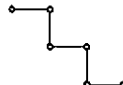
г)



д)



е)



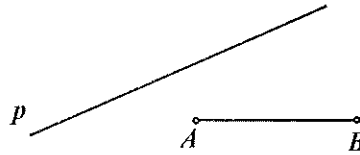
- 57) Конструирај ја симетралата на тетивата  $AB$  на кружницата  $k(O, r)$ .  
Што забележуваш?  
Каде минува таа?

- 58) Конструирај ги симетралите на тетивите  $AB$  и  $BC$  на кружницата  $k(O, r)$ .  
Каде се сечат тие?

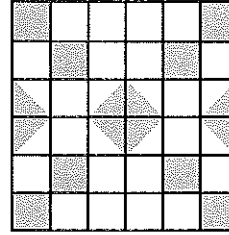
- 59) Одреди ги симетричните точки на точката  $M$  во однос на оските на симетрија на квадратот  $ABCD$  ако  $M \in AB$ .

- 60) Нацртај тап агол  $MON$ , а потоа, конструктивно, подели го на четири еднакви делови.

- 61) Одреди го пресекот на симетралата на отсечката  $AB$  и на правата  $p$ .



- 8 62) Кој дел од квадратот е обоен? Изрази го со нескратлива дробка.



- 63) Ване за 3 часа поминал  $17\text{ km}$ .  
 а) Колку километри поминал за 1 час?  
 б) За колку часа поминал  $1\text{ km}$ ?

- 64) Дадено е множеството  $M = \{ \frac{1}{5}; \frac{3}{7}; \frac{8}{5}; \frac{17}{17}; \frac{32}{15}; \frac{7}{3} \}$ .

Запиши го табеларно секое од множествата:

$$A = \{x | x \in M \text{ и } x < 1\}, \quad B = \{x | x \in M \text{ и } x > 1\}, \quad C = \{x | x \in M \text{ и } x = 1\}$$

- 65) Во секое квадратче запиши еден од знаците = или  $\neq$  за да добнеш точно тврдење:

- а)  $4 \square \frac{8}{4}$ ;                      б)  $1 \square \frac{4}{4}$ ;                      в)  $\frac{9}{4} \square \frac{21}{4}$ ;  
 г)  $3 : 8 \square \frac{3}{8}$ ;                      д)  $2 \frac{1}{7} \square \frac{10}{7}$ ;                      е)  $\frac{3}{5} \square \frac{12}{20}$ .

- 66) Како ќе се промени разликата на два броја, ако намаленикот се зголеми за  $\frac{17}{20}$ , а намалителот се зголеми за  $\frac{13}{20}$ ?

- 67) Ана и Зоки купише лубеница. Ана изела  $\frac{3}{10}$  од лубеницата, а Зоки  $\frac{5}{10}$ . Колкав дел од лубеницата им останал?

- 68) Пресметај:

а)  $\frac{27}{30} - (\frac{11}{30} + \frac{7}{30})$ ;                      б)  $\frac{13}{25} - (\frac{11}{25} - \frac{3}{25})$ .

- 69) Одреди број кој од бројот 4 е помал за збирот на броевите  $\frac{5}{12}$  и  $\frac{1}{12}$ .

- 70) Сашо и Горан добиле еднаков џепарлак. Сашо потрошил  $\frac{2}{9}$ , а Горан  $\frac{5}{12}$  од џепарлакот. Кој потрошил повеќе?

- 71) Спореди ги дробките со дополнување до едно цело:

$$\frac{4}{7}, \quad \frac{5}{8}, \quad \frac{13}{16}, \quad \frac{7}{10}, \quad \frac{17}{20}, \quad \frac{10}{13}, \quad \frac{15}{18}$$

- 9 72 Кои од броевите  $0,5$ ;  $0,50$ ;  $\frac{5}{100}$ ;  $0,005$ ;  $\frac{5}{10}$ ;  $0,05$ ;  $0,050$  се еднакви меѓу себе?
- 73 Од тантела долга  $5,5\text{ m}$  е отсечен еден дел од  $32\text{ dm}$ . Колкава е разликата меѓу двата дела?
- 74 Од парите што ги добила Лена за училишни потреби потрошила  $0,635$ , за билет во кино  $0,16$  и во слаткарница  $0,09$ . Кој дел од парите ѝ останал?
- 75 Од  $1\text{ kg}$  брашно се добива  $1,35\text{ kg}$  леб. Колку килограми леб ќе се добијат од  $750\text{ kg}$  брашно?
- 76 Пресметај го периметарот на правоаголникот со димензии  $5,08\text{ m}$  и  $3,2\text{ m}$ .
- 77 Масата на канта полна со вода е  $42,6\text{ kg}$ , а на канта наполнета до половина е  $25,83\text{ kg}$ . Определи ја масата на кантата и масата на водата во полната канта.
- 78 Без да пресметуваш одреди кој од количниците има најголема, а кој најмала вредност:
- а)  $12 : 0,0006$ ;                      б)  $12 : 0,121$ ;                      в)  $12 : 12$ ;  
 г)  $12 : 0,21$ ;                          д)  $12 : 0,17563$ .
- 79 Плоштината на еден правоаголник е  $82,8\text{ cm}^2$ , а должината на една негова страна е  $12\text{ cm}$ . Најди ја другата страна?
- 80 Пресметај:
- а)  $0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1$ ;                      б)  $0,1 : 0,1 : 0,1 : 0,1$ ;  
 в)  $0,5 : 0,01 - 12,5 \cdot 0,01$ .
- 81 Пресметај:
- а)  $(6,72 : 0,6 + 1,125 \cdot 0,8) : 1,21$   
 б)  $(3,6 : 1,44) \cdot (0,1 - 0,02)$   
 в)  $0,72 : 1,8 + 7,2 : 2,88 \cdot (0,2 - 0,12)$   
 г)  $1\frac{1}{4} : 0,5 + 0,3 : \frac{1}{5} - 1,54$ .
- 10 82 Едно тело има маса  $3\text{ kg } 15\text{ dag}$ . Ако истото се потопи во вода има маса од  $2\text{ kg } 71\text{ dag}$ . Колку телото привидно изгубило од својата маса?



- \*83** Вселенскиот брод „Аполо 11“ со славните космонаути Армстронг, Олдрин и Колинс бил лансиран на 16 јули 1969 година во 14 часот и 32 минути по наше време и по успешно завршената мисија на Месечината, неговата командна кабина со космонаутите се спуштила на Земјата на 24 јули 1969 година во 17 часот и 51 минута. Колку време траел овој епохален лет?
- \*84** Една цигара содржи 14 *mg* никотин. Јана пуши 1 кутија цигари на ден. Ако во кутијата има 20 цигари, колку грама никотин прима Јана за една година (365 дена)?
- \*85** Пресметај го периметарот на квадрат со страна 5 *m* 7 *cm*.
- \*86** Еден работник сам копа еден канал за 4 часа и 10 минути. За колку време истиот канал ќе го ископаат тројца работници?
- \*87** Оловна коцка со раб 18 *cm* треба да се претоши во мали коцки со раб 3 *cm*. Коку такви коцки ќе се добијат?
- \*88** Дрвена коцка со раб 20 *cm* е поделена на 8 еднакви коцки.  
 а) Пресметај го волуменот на една од тие коцки;  
 б) Пресметај ја плоштината на сите 8 добиени коцки.
- \*89** Стаклен сад во форма на квадар собира 10 *l* вода. Колку е висок садот, ако неговата должина е 25 *cm*, а ширина 16 *cm*?
- \*90** Колкав треба да биде мерниот број на работ на коцката, така што мерните броеви на нејзината плоштина и волумен да бидат еднакви?

ПРОСТИ БРОЕВИ ПОМАЛИ ОД 1000

2	47	109	191	269	353	439	523	617	709	811	907
3	53	113	193	271	359	443	541	619	719	821	911
5	59	127	197	277	367	449	547	631	727	823	919
7	61	131	199	281	373	457	557	641	733	827	927
11	67	137	211	283	379	461	563	643	739	829	937
13	71	139	223	293	383	463	569	647	743	839	941
17	73	149	227	307	389	467	571	653	751	853	947
19	79	151	229	311	397	479	577	659	757	857	953
23	83	157	233	313	401	487	587	661	761	859	967
29	89	163	239	317	409	491	593	673	769	863	971
31	97	167	241	331	419	499	599	677	773	877	977
37	101	173	251	337	421	503	601	683	787	881	983
41	103	179	257	347	431	509	607	691	797	883	991
43	107	181	263	349	433	521	613	701	809	887	997

## ОДГОВОРИ, УПАТСТВА, РЕШЕНИЈА

## 1. Повторување и проширување

3. а) 157; б) 9 867. 5. а)  $c = 52\,570$ ; б) меѓу 52 500 и 52 600.  
 10. а) 50; б) 0. 11. а) 46 778; б) 1839. 12. Ана, за 10.  
 20. а) 4 и 1; б) 3 и 7; в) 36 и 2. 21. а) 86; б) 51; в) 3; г) 1 025.  
 22. а)  $4 \cdot (7 + 8)$ ; б)  $(4 + 7) \cdot 8$ ; в)  $4 + 7 \cdot 8$ . 23. 4 010.  
 24. За 5 857. 25. 13. 26. За 6 777; б) 10 пати.  
 27. За 20. 28. 4 140 l. Упатство.  $(31 + 30 + 31) \cdot 45$   
 29. 4 000 денари. Упатство.  $16 \cdot 240 + 160$ .  
 30. а) 30; б) 6 пати; в) 30; г) 4 пати.  
 31. 5 556 m; 37 040 m; за една минута. 32. Часовникот А.  
 37. 7 kg. 38. 27 t. 39. 10 000 пати.  
 42. а)  $\frac{3}{4}$ ; б)  $\frac{1}{3}$ ; в)  $\frac{3}{5}$ . 42. а)  $\frac{2}{5}$ ; б)  $\frac{2}{3}$ ; в)  $\frac{4}{7}$ .  
 44. а) 5; б) 4; в) 28. 46. а) 500 g; б) 100 g в) 200 g.  
 49. 213 kg и 142 kg; 71 kg. 50. а) AP, AM, PM, PB.  
 60. а)  $P = 49\text{ cm}^2$ ; б)  $b = 4\text{ cm}$ ; в)  $62\text{ m}^2$ .

## 2. Множества

- 2.1.** 3. а) {a, e, u, o, y}; б) 5; в) да; г) не. 5. в) (1).  
 7. а)  $M = \{100, 101, 102, \dots, 999\}$ ; б)  $M = \{22, 24, 26, \dots, 88\}$ .  
 10. а) и г). 11.  $1 \in C, 4 \in C$ .  
 12. в)  $B = \{x \mid x \text{ е двоцифрен број што завршува на } 5\}$ .  
 13. в)  $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . 14.  $\{x \mid x \text{ е непарна цифра}\}$ .
- 2.2.** 3.  $C = \{1, 3, 4\}$ ,  $D = \{2, 3, 5, 6\}$ . 5.  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ .  
 8. б), в), г). 10. Сите.  
 11. Секое множество е подмножество на самото себе.  
 13. Не се празни, тие се едноелементни множества.  
 14.  $\emptyset, \{1\}, \{2\}$  и  $\{1, 2\}$ . 16.  $\{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}$ .
- 2.3.** 5. Да. 6. Миле, Емил. 7.  $x = 2$ . 8. Не. 10. а) Да; б) Да.  
 11. а)  $A = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ ; б)  $B = \{11, 12, 13, \dots\}$ ;  $C = \{10, 11, 12, \dots, 99\}$ ; A и C.  
 12. Конечни се: A и C.
- 2.4.** 1.  $P = \{1, 3\}$ . 4. а)  $\{1, 2, 4\}$ ; б)  $\{7, 4\}$ ; в)  $\{3, 4\}$ .  
 7. Кај собирањето ( $a + b = b + a$ ), кај множењето ( $a \cdot b = b \cdot a$ ).  
 9. Кај собирањето и кај множењето.  
 10.  $P \cap C = \{7, 8\} = A \cap Q$ , т.е.  $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ .  
 14. Не постои. 9. Бесконечно многу.
- 2.5.** 3. а)  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$ . 4. а)  $\{1, 2, 3, 4, 6\}$ ; б)  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ .  
 5. {Е, И, У, К, Ч, Н}; ученик, учен, чукне, куче, кинс, чин, чун...  
 11. а)  $\{2, 4\}$ ; б)  $\{3, 5\}$ ; в)  $\{2, 3, 4, \dots, 9\}$ ; г)  $\{2, 3, 4, 5\}$ ; д)  $\{2, 3, 4, 5\}$ ; да.

- 2.6.** 1.  $R = \{1, 2\}$ . 3. а)  $\{3, 5\}$ ; б)  $\{2, 5\}$ ; в)  $\{2, 6\}$ ; г)  $\{4, 6\}$ ; д)  $\{4, 7\}$ .  
 4.  $(A \setminus B) \setminus C = \{5\}$  и  $A \setminus (B \setminus C) = \{1, 3, 5\}$ ; Заклучок:  $\{5\} \neq \{1, 3, 5\}$ , т.е. за кои било три множества  $A, B$  и  $C$  не важи  $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \setminus C)$ .  
 5.  $A \setminus A = \{1, 2\} \setminus \{1, 2\} = \emptyset$   
 6. а)  $A \cap B = \{2, 3\}$ ; б)  $B \cup C = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ; в)  $A \setminus C = \{1, 2\}$ ,  
 г)  $(A \cap B) \setminus C = \{2, 3\} \setminus \{3, 4, 5, 7\} = \{2\}$ .  
 8. а) 22 ученика; б) 19 ученика. 9. а) 5; б) 6; в) 4.

- 2.7.** 3. а) 3 – прва компонента, 5 – втора компонента; б)  $(4, 1)$ .  
 4.  $(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)$ .  
 7. Равенството  $(5, 2) = (2, 5)$  не е точно, а равенството  $\{5, 2\} = \{2, 5\}$  е точно  
 8. а) Од  $(2, x) = (2, 7)$  добиваме:  $x = 7$ ; б) Од  $(4, y) = (x, 9)$  добиваме:  $x = 2$  и  $y = 6$ ; в)  $x = 2, y = 6$ .  
 10. а)  $\{(1, 2), (1, 4), (3, 2), (3, 4), (5, 2), (5, 4)\}$ ;  
 б)  $\{(2, 1), (2, 3), (2, 5), (4, 1), (4, 3), (4, 5)\}$ .  
 Овие множества не се еднакви, што значи дека комутативното својство не важи за Декартовниот производ, т.е.  $A \times B \neq B \times A$ .  
 12.  $\{(x, x), (x, y), (y, x), (y, y)\}$ .  
 13. а)  $\{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$ ;  
 б)  $\{(6, 6), (6, 7), (7, 6), (7, 7)\}$ . 14.  $M = \{1\}$ .

### Тест II

1. а) {понеделник, вторник, ..., недела};  $\{x \mid x \text{ е ден од неделата}\}$ ;  
 б)  $\{41, 42, \dots, 50\} = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ и } 40 < x < 51\}$ .  
 2.  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ и } x < 6\} = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ и } x \leq 5\}$ .  
 3.  $A = \{1, 3, 4, 5\}$ ;  $B = \{3, 4, 6, 7\}$ ;  $C = \{4, 5, 6, 8, 9\}$ .  
 4. а) 77; б) 69. 5. А и В. 6. В, С и D.  
 7. а)  $\{3, 4\}$ ; б)  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ; в)  $\{1, 2\}$ ; г)  $\{5, 6\}$ .  
 8. а)  $\{1, 2, 4, 5, 6, 7\}$ ; б)  $\{1, 4, 5, 6, 7\}$ ; в)  $\{2\}$ .  
 9. а)  $\{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b)\}$ ;  
 б)  $\{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3)\}$ .

### 3. Природни броеви и операции со нив

- 3.1.** 12. 725, 744, 759, 777. 14. КНИГА.
- 3.2.** 4.  $510\,674\,669 \text{ km}^2$ . 5. в)  $327 + 56 = 383$ ; г)  $(109 + 64) + 37 = 173 + 37 = 210$   
 6. 495. 7.  $2\,600 \text{ m}$ . 8. а)  $2\,660 \text{ kg}$ ; б)  $5\,110 \text{ kg}$ .  
 9. а)  $64\,772 \text{ km}$ ; б)  $65\,038 \text{ km}$ ; в)  $65\,255 \text{ km}$ . 10.  $130 \text{ km}$ .  
 11. а)  $92 + 54$ ; или  $94 + 52$ . 12.  $19\,870 \text{ m}$ .
- 3.3.** 5. За  $10\,952 \text{ m}$ . 6. б) 72; в) 86; г) 110; д) 27.  
 7. а) 48; б) 59; в) 7531; г) 949. 8. 900 001. 9. а) 5 и 55; б) 75 и 125; в) 25 и 75  
 10. На  $3\,168 \text{ m}$ ,  $2\,598 \text{ m}$  и  $1\,278 \text{ m}$ .
- 3.4.** 8. в)  $(21 + 29) + (22 + 28) + (23 + 27) + (24 + 26) + 25 = 225$ ;  
 г)  $(1 + 100) + (2 + 99) + \dots + (50 + 51) = 5\,050$ .
- 3.5.** 9. а) ќе се зголеми за 5; б) ... намали за 5;  
 в) ... намали за 5; г) ... зголеми за 5.  
 10. а) 30 години; б) 30 години. 11. а) 842; б) 5.

- 3.6.** 4. 878 052 760 km      5. г) 371.      6. 1 224 km.  
 7. Имаат еднакви плоштини, по 576 m<sup>2</sup>.  
 10. а) 2 080 денари; б) 416 денари.  
 11. а) 52 · 43; б) 24 · 35; в) 54 · 32.  
 12. а) 3 300; б) 26 400; 13. 184 m<sup>2</sup>.

- 3.7.** 3. а) 2<sup>4</sup>; 4<sup>3</sup>; 1<sup>5</sup>; б) 3<sup>5</sup>; 7<sup>3</sup>; 0<sup>4</sup>; в) 10<sup>4</sup>; 11<sup>3</sup>; 123<sup>2</sup>.  
 4. а) 2<sup>5</sup> = 2 · 2 · 2 · 2 · 2 = 32; 1<sup>3</sup> = 1 · 1 · 1 = 1.  
 б) 0<sup>5</sup> = 0 · 0 · 0 · 0 · 0 = 0; в) 2<sup>8</sup> = 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 = 256;  
 5<sup>3</sup> = 5 · 5 · 5 = 125; д) 10<sup>4</sup> = 10 · 10 · 10 · 10 = 10 000.  
 6. а) 5, 7, 8, 11, 12; б) 1, 2, 5, 4, 6. 10. а) 160; б) 1 024.  
 12. а) A = {2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512}; б) B = {3, 9, 27, 81, 243}.

- 3.8.** 5. а) (2 · 4) · 10 = 2 · (4 · 10); 8 · 10 = 2 · 40; 80 = 80.  
 6. а) 4 · 9 · 5 = 9 · (4 · 5) = 9 · 20 = 180.

- 3.9.** 8. в) 26; г) 82 пати; д) 7 пати; 9. 45 m. 10. 62 m.  
 11. 4 681. 12. а) 10 пати; б) 101 пат; г) 401 пат.  
 13. 500 s = 8 min 20 sec. 14. 56 l и 54 l; б) 6 600 l.

### Тест III

1. 2 046 и 6 420. 2. 10 758.  
 3. (7 + 17) + 33 = 24 + 33 = 57; 7 + (17 + 33) = 7 + 50 = 57.  
 Значи, (7 + 17) + 33 = 7 + (17 + 33).  
 4. 2. 5. 65 600 ден. 6. ... количникот не се менува.  
 7. x = 50 · 30 + 20 = 1 520. 7. а) 7 949; б) 245.

### 4. Деливост на природните броеви

- 4.1.** 7. б) {7, 14, 21, ...}. 9. в) {13, 26, ... 65, 78, ...}.  
 10. а) {1, 2, 4, 5, 10, 20}; в) {1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30}.  
 13. 165 cm x 45 cm, 150 cm x 60 cm, , , 150 cm x 105 cm.  
 14. 30 деца по 1 бонбона, 15 деца по 2, , , ,  и 2 деца по 15.  
 15. 6:00; 6:12; 6:24; ..., 8:48; 9:00.

- 4.2.** 9. а) Бидејќи 5 | 35; б) бидејќи 11 | 33.  
 10. Користи го равенството 12 · 14 · 15 = 2 · 2 · 2 · 3 · 3 · 5 · 7.  
 11. а) 6 и 12; б) 7 и 14; в) 5 и 10; 17 и 34.

- 4.3.** 9. а) 0; б) 0 или 5; в) 0, 2, 4, 6 или 8.  
 10. Бидејќи множителот 100 е делив со 4 (100 = 4 · 25).  
 13. 48, 52, 56, 60, 64, 68 и 72.  
 14. а) 0, 4 или 8; 1, 3, 5 или 7; б) 2 или 6; в) 0, 4 или 8.  
 15. а) 4 или 8; б) 2 или 6; в) 1, 3, 5 или 7; г) 2, 4, 6 или 8.  
 16. б) Осум пати. 20. а) 1, 4, или 7; в) 2, 5 или 8.  
 21. 1 002 и 1 008. 23. а) 114; б) 144.  
 24. Бројот 28 000 не е делив со 3, а 3 | 360.

25. а) Ако  $y = 0$ , тогаш  $x = 2$ , ако  $y = 5$ , тогаш  $x = 6$ ;  
 б)  $(y, x) \in \{(0, 5), (2, 3), (4, 1), (6, 8), (8, 6)\}$ .  
 в) Ако  $y \in \{0, 6\}$ , тогаш  $x \in \{0, 3, 6, 9\}$ ; ако  $y \in \{2, 9\}$   
 тогаш  $x \in \{1, 4, 7\}$  и за  $y = 4, x \in \{2, 5, 8\}$ .
26. 204, 210, 222 и 246.

- 4.4.** 6.  $60 = 2 \cdot 30 = 3 \cdot 20 = 4 \cdot 15 = 5 \cdot 12 = 6 \cdot 10$ , пет можности  
 $60 = 2 \cdot 2 \cdot 15 = 2 \cdot 3 \cdot 10 = 2 \cdot 5 \cdot 6 = 3 \cdot 4 \cdot 5$ ;  $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ .  
 8. б)  $2^3 \cdot 3 \cdot 5$ ; в)  $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ ; г)  $2^4 \cdot 3 \cdot 7$ ; в)  $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ . 9. г)  $2^3 \cdot 5^3$ ; в)  $2^4 \cdot 5^4$ .  
 10. 3 и 5; 5 и 7; 11 и 13; 17 и 19; 29 и 31; 41 и 43; 59 и 61; 71 и 73; 101 и 103; 149 и 151.  
 11. 28 и 496; 13. Гоце 13 години, Весна 7 години.

- 4.5.** 8. а) 20; б) 30; в) 1. 10. а) 4; б) 16; в) 1.  
 11. 7 м. 12. 50 м и 19 м; 63 м и 19 м.

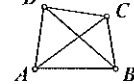
- 4.6.** 5. а) 20; б) 60; в) 315; г) 4 620. 7. а) 60; б) 120; в) 120. 8.  $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 2\,520$ .  
 9. а) 5, 15 или 45; в) 4, 8, 16, 20, 28 итн.  
 10. Петта посета, 35 дена. 11. По 1 час.

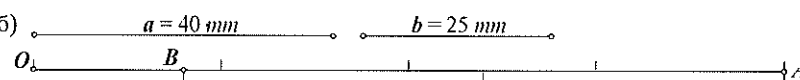
**Тест IV**

1.  $80 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^4 \cdot 5$  2. а) и в). 3. 180.  
 4. а) 0, 2, 4, 6 или 8; б) 1, 4 или 7; в) 0 или 9; г) 1, 3, 5, 7 или 9.  
 5. 1, 2, 3, 4, 6 или 12. 6. На пет: 2 деца по 6; 3 деца по 4;  
 4 деца по 3; 6 деца по 2 и 12 деца по 1 орев.  
 7. Три: 5 cm x 1 cm; 4 cm x 2 cm и cm x 3 cm; 8.  $x \in \{3, 15, 21, 105\}$ .

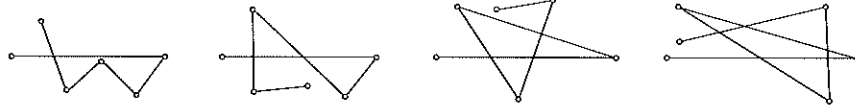
**5. Геометриските фигури се множества точки**

- 5.1.** 8.   
 шест четири една

- 5.2.** 3. Две:  $AB$  и  $BA$ . 4.  $DA, DB, DM, MA$  (или  $MD$ ).  
 8.  $BA = 35\text{ mm}$ ,  $AA = 0$ . 10. Да. 11.  $AB, AC, AD, BC, BD, CD$ . 

- 5.3.** 7. б)   
 $OA = 4b$ ;  $AB = 2a$ ;  $OB = 4a - 2b$ ;  $OB = 4 \cdot 25\text{ mm} - 2 \cdot 40\text{ mm} = 20\text{ mm}$

- 5.4.** 3. а), в) и д). 4. Бесконечно многу.  
 6. Кај секоја затворена искршена линија бројот на темпњата е еднаков на бројот на страните, а кај отворената бројот на страните е за 1 помал од бројот на темпњата.  
 8. б) и в). 9. а) Првата, третата, петтата; б) третата, петтата  
 11.



- 5.5. 6. Еднакви. Двапати. 7. 25 *mm*.  
13. б)  $OA, OD, OP$  радиуси;  $CD$  и  $AD$  тетиви,  $AD$  дијаметар; в) не; да.

- 5.6. 2.  $b, d$  секанти;  $a$  – тангента.  
10. а)  $k_1 \cap k_2 = \emptyset$ , кружниците се надвор една од друга;  
б)  $k_1 \cap k_2 = \{T\}$ , кружниците се допираат еднадвор;  
в)  $k_1 \cap k_2 = \{M, N\}$ , кружниците се сечат;  
11. а) кружниците се допираат однатре; б) едната кружница лежи во другата;  
12. На 4, 5 или на 7 дела.

## Тест V

1. а) Бесконечно многу; б) само една. 3.  $a \perp n$ .  
6. а)  $OB, OC, OD$ ; б)  $AB, BD$ ; в)  $BD$ . 7. а)  $a$ ; б)  $b$ .

## 6. Агли и многуаголници

- 6.1. 2. Теме и краци. 4.  $O$  и  $M$ . 8.  $\alpha$  и  $\delta$ . 12. рамен агол.  
6.2. 8. а)  $\alpha = 49^\circ, \beta = 74^\circ, \gamma = 57^\circ$ ; в)  $\alpha = \gamma = 93^\circ, \beta = 68^\circ, \delta = 106^\circ$ .  
11.  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$  – тап,  $180^\circ < \alpha < 300^\circ$  – неконвексен.  
6.3. 4. Тетивите се еднакви. 7. Рамен,  $180^\circ$ .  
11. Рамен агол. 12.  $\beta = \gamma - \alpha$ .  
6.4. 6.  $\alpha + \beta = 77^\circ 48' 47''$ ,  $\alpha - \beta = 29^\circ 14' 17''$ . 8.  $17^\circ 25' 4''$   
9. а)  $25^\circ 42' 38''$ ; б)  $18^\circ 38'$ ; в)  $12^\circ 11' 22''$ . 10. а) да; б) не; в) не.  
11. а) да, б) не, в) да. 12. а)  $18^\circ$ ; б)  $108^\circ$ .  
6.5. 12.  $\beta = 50^\circ, \alpha = \gamma = 130^\circ, \alpha = 70^\circ, \alpha = 35^\circ, \gamma = 30^\circ, \beta = \delta = 115^\circ$ .  
6.6. 5. Три. 10.  $B$  и  $D$ . 15. 19 *m*.  
6.9. 3. б) 139 *mm*. 4. а)  $c = 31$  *m*. 7. а) 29 *cm*; б) 50 *mm*.  
8. а) 23 *cm*; б) 140 *m*. 10. а) 8 *cm*; б) 41 *cm*; в) 679 *m*.

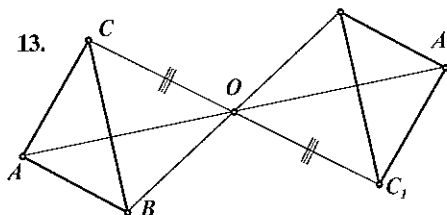
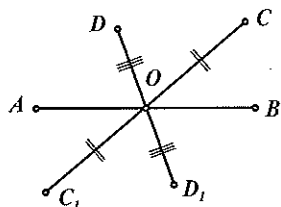
## Тест VI

3. а)  $\alpha + \beta = 180^\circ$ ; 5. а)  $113^\circ 15' 30''$ ; б)  $32^\circ 24' 30''$ .  
6.  $\beta = 40^\circ, \alpha = 50^\circ$ . 7. а) 18; б) 90. 8. 6 *cm*;

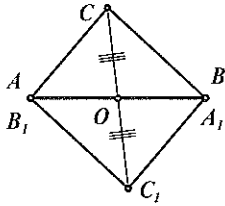
## 7. Симетрии

- 7.1. 6. Да. 7. Да. Складни. 8. Да. 9.  $A$  и  $E, C$  и  $D$ .

- 7.2. 9.



15.



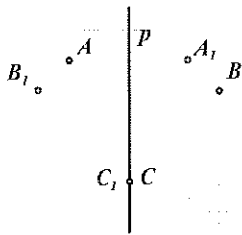
18. Центарот на симетријата.

20. Да.

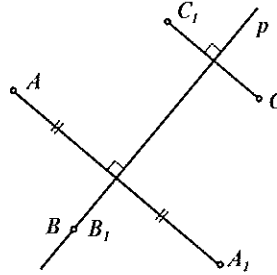
22. а)  $DC, BC$ ; б) Да, во однос на пресекот на дијагоналите.

7.4.

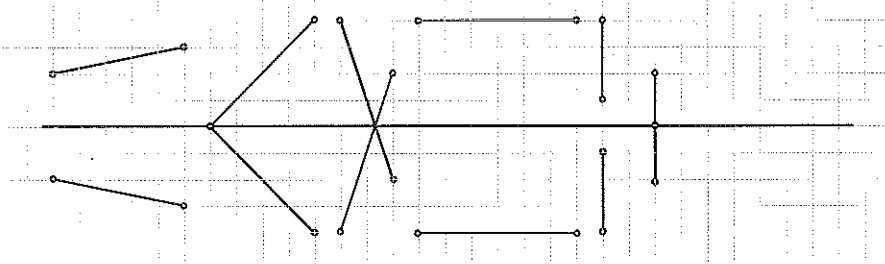
4.



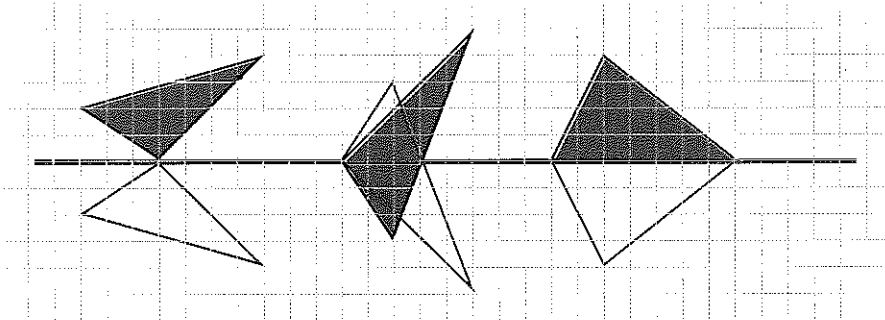
7.6)



13.



19.



### 8. Дронку

8.1.

18.  $\frac{5}{7} m$ .

19.  $\frac{3}{5} kg$ .

20. а)  $\frac{50}{100}$ ; б)  $\frac{25}{100}$ ; в)  $\frac{18}{10}$ ; г)  $\frac{41}{1000}$ .

21. а)  $\frac{10}{60}$ ; б)  $\frac{20}{3600}$ ; 22. а)  $\frac{6}{24}$ ; г)  $\frac{11}{24}$ .

- 8.2.** 11. а) 4; б) 8.      16.  $\frac{31}{7} = 4\frac{3}{7}$ .      17.  $3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$ .  
18. а) Меѓу 2 и 3;      б) меѓу 5 и 6;      в) меѓу 10 и 100.

- 8.3.** 3. На три.  $\frac{4}{3}$ ,  $\frac{7}{3}$ , 3,  $\frac{11}{3}$ , 4,  $\frac{13}{3}$ .  
5.  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{4}{6}$ ,  $\frac{7}{6}$ ;       $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{6}{5}$ ,  $\frac{11}{5}$ ,  $\frac{16}{5}$ .  
6. 5,  $5\frac{1}{4}$ ,  $5\frac{2}{4}$ ,  $5\frac{3}{4}$ , 6.

- 8.4.** 9. Да, бидејќи  $\frac{23}{50} + \frac{27}{50} = 1$ .      15.  $\frac{252}{100}$ .  
16. а)  $\frac{7}{12}$ ;      б)  $\frac{15}{30}$ .      17. Не, бидејќи  $\frac{7}{10} + \frac{4}{10} > 1$ .  
18. За  $\frac{1}{10}m$ , т.е. за 1 dm.      19. а)  $\frac{2}{7}$ ; в)  $\frac{9}{11}$ .

- 8.5.** 14.  $\frac{36}{48} = \frac{2 \cdot 18}{2 \cdot 24} = \frac{18}{24}$ ;       $\frac{36}{48} = \frac{3 \cdot 12}{3 \cdot 16} = \frac{12}{16}$ ;       $\frac{3}{4}$ .  
15. а)  $\frac{3}{5}$ ;      б)  $\frac{2}{3}$ ;      в)  $\frac{5}{6}$ ;      г)  $\frac{5}{7}$ ;      д)  $\frac{5}{4}$ .  
16. Ана  $\frac{2}{9}$ , Ване  $\frac{1}{4}$ ;      Јово  $\frac{7}{36}$ ;      Лице  $\frac{1}{3}$ .  
17. а)  $\frac{11}{50} \approx \frac{1}{5}$ , т.е. секој петти жител на Земјата е кнез;  
б)  $\frac{8}{50} = \frac{4}{25} \approx \frac{1}{6}$ , т.е. секој шести жител ...

- 8.6.** 7. а)  $x = 4$ ; б)  $x \in \{3, 4\}$ .      8. Гоце,  $\frac{9}{8} > 1$ .  
12. а)  $\frac{2}{7} < \frac{3}{10}$ , бидејќи  $\frac{20}{70} < \frac{21}{70}$ ;      б)  $\frac{4}{7} > \frac{5}{9}$ ;      в)  $\frac{7}{5} < \frac{10}{7}$ .  
13. а)  $x \in \{1, 2, 4\}$ ;      б)  $x \in \{8, 9, 15\}$ ;      в)  $x \in \{1, 2, 3\}$ .  
15. а)  $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$  па  $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$ ;      б)  $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$ ;      в)  $\frac{2}{5} < \frac{3}{5}$ .  
17. а), б), г).

## Тест VIII

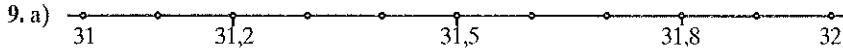
2. б|а.      4. а)  $\frac{52}{77}$ ;      б)  $\frac{69}{1000}$ .      5.  $\frac{5}{7}$ .  
6. За  $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .      7. а)  $\frac{8}{11}$ ;      б)  $\frac{2}{11}$ .  
8. а)  $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$ ;      б)  $\frac{7}{15} > \frac{5}{11}$ .



9. Децимални броеви и операции со нив

- 9.1.** 7. а) 3,2; г) 41,7. 8. а)  $2\frac{6}{10}$ ; г)  $19\frac{5}{10}$ . 10. а) 1,31; б) 0,51.  
 4. а)  $\frac{124}{100}$ ; г)  $\frac{68}{100}$ . 15. а) Шесетинки; б) 5 стотинки; д) 5 стотки.

- 9.2.** 3. а) 5,20; в) 0,30. 4. а); в). 7. б) 0,1; 0,3; 0,5; 0,6; 0,9.  
 8. 17,1; 17,3; 17,6; 17,9.



10. а) Меѓу 0 и 1; меѓу 3 и 4; г) меѓу 28 и 29.  
 14. а) 0, 1 или 2; б) 0, 1, 2, 3, или 4. 15. а) 4,777 m.  
 16. б) 0, 3245; 0,3254; 0,3425; 0,3452; 0,3524; 0,3542;  
 в)  $0, 5234 < 0,5243 < 0,5324 < 0,5342 < 0,5423 < 0,5432$ .  
 18. б)  $7,07\text{ m} < 7,70\text{ m} < 7,77\text{ m} < 77,7\text{ m} < 77,77\text{ m}$ .  
 19. а)  $0,00005\text{ t} < 0,33\text{ kg} < 0,5\text{ kg} < 555,5\text{ g}$ ; б)  $440\text{ mm}^2 < 44,4\text{ cm}^2 < 0,45\text{ dm}^2$ .  
 20. а) Шест; б) шест. 21. а) 7, 8, или 9; б) 0, 1, 2, 3, или 4.

- 9.3.** 5. 7,285 kg. 6. 58,4 kg.  
 9. а) 0,54; б) 7,2; в) 1,342; г) 7,531; д) 0,396; е) 34,763  
 10. а) 10,09; б) 0,36. 11. 18,8. 12. 17,5. 13. 119.  
 14. а)  $9,62 + 7,30$  (има уште 7 можности); б)  $0,39 + 2,67$  или ...;  
 б) првиот собирок е: 2,06; 2,09; 2,36; 2,39; 7,06; 7,09; 7,36; 7,39;  
 г)  $7,02 - 6,93 = 3,06 - 2,97 = 0,09$ ; д)  $9,76 - 0,23$ . е)  $6,39 - 0,27 = 9,72 - 3,60$ .  
 15. а) 0,89; б) 46,13; в) 0,52; г) 0,089.  
 16. а)  $x = 2,7$ ; б)  $x = 11,3$ ; в)  $x = 6,25$ .

- 9.4.** 5. а) 23,5; б) 1,24; в) 3,24; г) 0,314.  
 11. 150. 12. а) 0,108; б) 5,65.  
 14. а) 24,8525; б) 2,07; в) 7,4253; г) 0,46127.

- 9.5.** 5. а) 204 kg. 6. а) 0,8 kg; г) 37,4 kg. 16. а) 25,9;  
 б)  $75,3 \cdot 19,8 - 75,3 \cdot 9,8 = 75,3 (19,8 - 9,8) = 75,3 \cdot 10 = 753$ .  
 17. а) 1368,00 ден; б) 1778,50 ден; в) 670,50 ден.  
 18. а) 6,45 g; б) 36,507 g. 19. а) 7,92 kg; г) 132 g.  
 20.  $x = 5,5 \cdot 12,4 - 61,7 = 6,5$ . 21. Квадратот ( $17,64 > 17,28$ ).

- 9.6.** 11. 3,74 m; 19. а) 4,3 cm; б) 9,8 m. в) 35 dm.  
 20. 90 kg. 21. 650. 22.  $45 = (-27 : 0,3) \cdot 5$ .

- 9.7.** 1. а) 0,3; б) 2,9; в) 0,07; г) 3,01; д) 0,041.  
 12. а) 87,6; 9,3; 4,9; 0,9; б) 5,95; 0,13; 12,38.  
 13. а) 1 m; б) 3 m; в) 9 m; г) 7 m; д) 235 m.  
 14. а) 38 dm; б) 144 cm; г) 1 294 dag.

- 9.8.** 4. а) 50%; б) 10%; в) 20%; г) 80%.  
 6. а) 0,12, 0,19; б) 0,02; в) 0,025, 0,313, 0,002.  
 8. а) 33%; б) 17%; в) 11%; г) 61%; е) 9%.  
 10. а) 40%; б) 62,5%; г) 30%. 11. а) 80; б) 90; в) 5.

- 9.9.** 2. а) 12; б) 3. 3. Да. 4. 8; средина на отсечката.  
5. 35. 7. 31,33. 9. 66. 10. 4,2.

## Тест IX

1. Втор ред:  $3 + \frac{4}{10}$ ,  $3 \frac{4}{10}$ ,  $\frac{34}{10}$ ; Трет ред: 5,5;  $5 \frac{1}{2}$ ,  $\frac{11}{2}$ .  
3. 0,11; 0,12; 0,13; 0,101; 0,199. 4. 15,13 cm.  
5. а) За 4,02; б) за 2,21. 6. 5,3361 cm<sup>2</sup>.  
7. 11 cm. Ширината е:  $7,36 : 3,2 = 73,6 : 32 = 2,3$ .

## 10. Именувани броеви. Волумен на квадар и коцка

- 10.1.** 4. а); в). 8. а) 138; б) 504; г) Да, 15; д) 73.  
9. б) 16; в) 2 300; г) 711; д) 54.  
10. б) 4 270; в) 150; д) 25 000; 11. б) 8; в) 350.

- 10.2.** 2. а) 483 cm; б) 1242 cl; в) 726 dag; г) 13029 mm.  
3. а) 13,26 m; б) 8,043 kg; в) 7,803 l.  
6. б) 3 l 8 cl 6 ml; в) 2 hg 8 dag 3,9 g; г) 1 m 3 cm 4 mm.  
7. б) 24 dm<sup>2</sup> 58 cm<sup>2</sup> 19 mm<sup>2</sup>; в) 2 m 9 dm<sup>2</sup> 14 cm<sup>2</sup>.  
8. б) 72° 34' 25". г) 3 дена 8 h 32 min 27 s.

- 10.3.** 2. 6 800 m = 6,8 km. Упатство. Втор ден: 3 040 + 720 = 3 760.  
4. а) 44 m 9 dm 8 cm. б) 22 l 2 dl 3 cl; в) 47 kg 8 hg 2 dag 2 g.  
г) 86 m<sup>2</sup> 3 dm<sup>2</sup>; д) 12 год. 4 мес. 5 дена; е) 33 h 21 min 30 s.  
6. а) 4 m 8 dm; б) 8 kg 9 hg; в) 33 kg 9 hg 4 dag; г) 5 l 5 dl.  
д) 2 dm<sup>2</sup> 79 cm<sup>2</sup>; е) 14° 54' 28". 7. 28 год. 6 мес. 18 дена.  
9. 25 год. 7 мес. 19 дена.  
10. а) 4 год. 9 мес. 25 дена; б) 54 год. 9 мес. 25 дена; в) 55 год. 2 мес. 5 дена.

- 10.4.** 3. а) 17 m; б) 77 m 9 dm 9 cm; в) 25 km; г) 41 kg 4 hg; д) 56 t 4 kg.  
4. а) 91° 10'; б) 86 h 31 min; в) 400° 4'; г) 13 год. 6 мес. 20 дена.  
7. а) 2 cm 5 mm; б) 9 hg; в) 7 dl; г) 5 dm 4 cm; д) 6 dag 2 g.  
8. а) 12 dm<sup>2</sup> 43 cm<sup>2</sup>; б) 5° 24'; д) 6 dm<sup>2</sup> 50 cm<sup>2</sup>; е) 1° 30'.  
9. а) 82° 48'; б) 5° 14'. Упатство. 78,5° : 15. 10. 493,5 m.  
11. 3,82 m. 12. 3,75 m. 13. 1123 дена. 14. 9 t. 16. 17 min 29 s.  
17. 38 h 41 min. 18. 1690,00 денари.  
19. а) 16,80 денари; б) 70,00 денари; в) 579,60 денари; г) 658000,00 денари.  
20. 635,85 kg грис, 7203,6 kg брашно, 1160,55 kg трици.  
21. 6,708 kg. 22. 4,2 km. Упатство. 25,2 : 6; Зошто?

- 10.5.** 6. а) 3; б) 5; в) 8; г) 10; д) 9. 7. а) 18; б) 36; в) 27.  
10. а) 2 000; б) 7 000; в) 3; г) 9.  
12. а) 3 000; 21 000; б) 2 000 000; 9 000 000; в) 7, 10.  
13. в) >; г) >. 14. а) 520 cm<sup>3</sup>; б) за 40 cm<sup>3</sup>.

15.  $13 \text{ dm}^3$ . 16.  $70 \text{ m}^3$ . 17.  $162 \text{ m}^3$ .  
 19. а) 3; б) 17; в) 5; г) 12 000; д) 800; е) 32  
 20.  $220 \text{ dm}^3$ . 21.  $2 \text{ ml}$ .

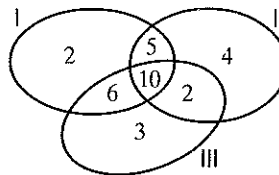
- 10.6.** 1. а)  $30 \text{ cm}^3$ ; б)  $24 \text{ cm}^3$ . 3.  $60 \text{ cm}^3$ . 4.  $120 \text{ m}^3$ .  
 5. а)  $210\,000 \text{ cm}^3$ ; б)  $210 \text{ l}$ . 7. а)  $720 \text{ cm}^3$ ; в)  $100 \text{ dm}^3$ .  
 8. а)  $P = 400 \text{ cm}^2$ ,  $V = 400 \text{ cm}^3$ ; б)  $P = 222 \text{ m}^2$ ;  $V = 180 \text{ m}^3$ .  
 9.  $90 \text{ l}$ . 10.  $192 \text{ l}$ .  
 13. а)  $c = 5 \text{ m}$ ; б)  $b = 8 \text{ m}$ ; в)  $a = 12 \text{ cm}$ . Упатство.  $(840 : 10) : 7$ .  
 14. а)  $27 \text{ cm}^3$ ; б)  $125 \text{ m}^3$ . 16. а)  $729 \text{ cm}^3$ ; в)  $614,125 \text{ m}^3$ .  
 17.  $421,875 \text{ dm}^3$ . 18.  $5836,8 \text{ g}$ . 19. 8 патпи.  
 21.  $250 \text{ dm}^3$ . 22. Коцката. 23. За 2 880 *min* или 2 дена.

### Тест X

1. 8 дена 23 h 59 min 15 s. 2.  $13,77 \text{ kg}$ . 3.  $111^\circ 11'$ .  
 4. 30 ден. 5.  $23,4 \text{ kg}$ . 6.  $7,5 \text{ m}^3$ . 7.  $343 \text{ l}$ . 8. 5 m.

### II. Дополнителни задачи

- 2.** 1. а)  $M = \{x | x \in N \text{ и } x < 7\}$  б)  $S = \{x | x \text{ е непарна цифра}\}$ .  
 2. Не. 3. А и С. 4.  $P \subseteq M$ .  
 5.  $\emptyset, \{5\}, \{6\}, \{7\}, \{5, 6\}, \{5, 7\}, \{6, 7\}, \{5, 6, 7\}$ .  
 6. Сите. 9. 32 ученика.  
 7. 30 ученици.  
 8. 6 вработени.  
 10.  $A = \{3, 5, 6, 8\}$ .



- 3.** 11. 158.  
 12. Да се намали за 71. 13. 3 години.  
 14. Ке се намали за 20. 15. 25 920. 16. За 1.  
 17.  $140 \text{ km}$ . 18. 1 589.  
 19. а) 135, б) 9, в) 49, г) 9.  
 20. 50 денари. Упатство.  $(390 - 290) : 2$ .  
 21. Сестрите по 275 ден., а братот 175 ден. Упатство.  $(1000 + 100) : 4$ .  
 22. Керката има 11 години, а мајката 33.  
 23. 960. Решение. Четврти дел од вработените изнесува 640, а еден дел е  $640 : 4 = 160$ . Според тоа во фабриката работат 160 жени и  $5 \cdot 160 = 800$  (мажи) или вкупно 960.  
 24. 96 400 денари. 25. а) 120 m. б) по 4 минути.  
**4.** 26. 280 и 315. 27. 450.  
 29. 5, 6, 7, 8. Упатство. Бројот 1680 разложи го на прости множители.  
 30. Во 12 групи, со по 5 момчиња и 7 девојчиња. Упатство. Најди  $D(60, 84)$ .  
 31. Во 11 часот. 32. 96 книги. 33. 36 ученици.  
 34. 59. Упатство. Најди  $S(3, 4, 5)$ . 35. 422.

- 5.** 36. 10. 37. 12 cm.  
 38. 6 cm. 39. 7 cm. 40. а) 8 cm или 2 cm; б) 11 cm или 3 cm.  
 42. 10 cm, 5 cm. 43. а) 5 cm б) 2 cm 44. 14 cm или 2 cm.

- 6.** 45. Не. 46. а)  $66^\circ$ ; б)  $74^\circ 30'$ ; в)  $79^\circ$ ; г)  $240^\circ$ ; д)  $41^\circ$ .  
 47. а)  $60^\circ$ ; б)  $120^\circ$ . 48. а) Не; б) да; в) не.  
 49. а) Не; б) да; в) не; г) да. 50.  $\alpha = 70^\circ$ ,  $\beta = 110^\circ$ .  
 51. 54 дијагонали. Упатство. Најди го бројот на темињата.  
 52. Имаат еднакви периметри. 53. 1 000.  
 54. 5 *cm*. Упатство. Прво најди ја страната на рамностраниот триаголник. Со што се совпаѓа таа?
- 7.** 56. а); в); д); *f*). 57. Нвз центарот на кружницата.  
 58. Во центарот на кружницата.
- 8.** 62.  $\frac{1}{3}$ . 63. а)  $\frac{17}{3}$ ; б) 3а  $\frac{1}{17}$ .  
 64.  $A = \{ \frac{1}{5}, \frac{3}{7} \}$ ,  $B = \{ \frac{8}{5}, \frac{32}{15}, \frac{7}{3} \}$ ,  $C = \{ \frac{17}{17} \}$ .  
 66. Ќе се зголеми за  $\frac{4}{20}$ . 67.  $\frac{2}{10} (= \frac{1}{5})$ .  
 68. а)  $\frac{3}{10}$ ; б)  $\frac{1}{5}$ . 69.  $\frac{7}{2}$ .  
 70. Горан.  
 71.  $\frac{17}{20} > \frac{15}{18} > \frac{13}{16} > \frac{10}{13} > \frac{7}{10} > \frac{5}{8} > \frac{4}{7}$ .
- 9.** 72.  $0,5 = 0,50 = \frac{5}{10}$ ;  $\frac{5}{100} = 0,05 = 0,050$ .  
 73. 0,9*m*.  
 74. 0,115. Упатство.  $1 - (0,635 + 0,16 + 0,09)$ .  
 75. 1012,5. 76.  $L = 16,56$  *m*.  
 77. 9,06 *kg* и 33,54 *kg*. Упатство.  $(42,60 - 25,83) \cdot 2$ .  
 78. а) најголема в) најмала. 79. 6,9 *cm*.  
 80. а) 0,0001; б) 100; в) 49,875.  
 81. а) 10; б) 0,2; в) 0,6; г) 2,46.
- 10.** 82. 44 *dag*. 83. 8 дена 3 часа 19 минути.  
 84. 102,2 *g*. 85. 20 *m* 28 *cm*.  
 86. 1 час 23 минути 20 сек.  
 87. 216 коцки.  
 88. а) 1 000 *cm*<sup>3</sup>. Упатство. Размисли како ќе ја поделиш коцката, а потоа одреди го работ на малата коцка; б) 4 800 *cm*<sup>3</sup>.  
 89. 2,5 *dm*. 90. 6.

## КАТАЛОГ НА ПОИМИ

- Агли** ..... 106  
 – внатрешни ..... 121  
 – еднакви ..... 111  
 – комплементни ..... 117  
 – надворешни ..... 121  
 – накрсни ..... 119  
 – напоредни ..... 118  
 – складни ..... 111  
 – соседни ..... 114  
 – суплементни ..... 117
- Агломер** ..... 109
- Агол** ..... 109  
 – конвексни ..... 107  
 – крак ..... 106  
 – неконвексен ..... 107  
 – остар ..... 108  
 – полн ..... 118  
 – рамен ..... 108  
 – тап ..... 108  
 – теме ..... 106  
 – централен ..... 112
- Аршин** ..... 207
- Асоцијативно својство**  
 – на множењето ..... 52  
 – на пресекот ..... 25  
 – на собирањето ..... 44  
 – на унијата ..... 28
- Броител** ..... 154
- Број** ..... 35  
 – децимален ..... 176  
 – едноимен ..... 206  
 – непарен ..... 68  
 – мерен ..... 206  
 – мешан ..... 160  
 – парен ..... 68  
 – повеќестепен ..... 206  
 – природен ..... 32  
 – прост ..... 71  
 – сложен ..... 71
- Венов дијаграм** ..... 19
- Волумен** ..... 215  
 – на квадар ..... 219  
 – на коцка ..... 221
- Вредност**  
 – на броен израз ..... 8  
 – на степен ..... 49
- Деленик** ..... 53
- Делење** ..... 53
- Деллив** ..... 62
- Делител** ..... 53
- Десетинка** ..... 177
- Децимала** ..... 178
- Децимален запис** ..... 176
- Децимална записка** ..... 177
- Дециметар кубен** ..... 217
- Дистрибутивно својство** ..... 56
- Дијагонала** ..... 123
- Дробен дел** ..... 178
- Дробна црта** ..... 154
- Дропка** ..... 154  
 – децимална ..... 176  
 – нескратлива ..... 168  
 – нечиста ..... 160  
 – чиста ..... 160
- Единица**  
 – декадна ..... 185  
 – мерна ..... 206
- Заграда** ..... 7
- Заокружување** ..... 195
- Збир** ..... 39
- Именител** ..... 154
- Катета** ..... 126
- Квадар** ..... 219
- Квадрати** ..... 50
- Километар кубен** ..... 216
- Килограм** ..... 207
- Колччник** ..... 53  
 – неполн ..... 55
- Комутативно својство**  
 – на множење ..... 51  
 – на пресек ..... 25  
 – на собирање ..... 43  
 – на унија ..... 28
- Коцка** ..... 221
- Крак** ..... 126
- Круг** ..... 93
- Кружница** ..... 91
- Линија**  
 – испкршена ..... 88

– отворени .....	88
– затворени .....	88
Литар .....	207
<b>Маса</b> .....	207
Мерна единица .....	206
Метар .....	207
– кубен .....	217
Миллиметар кубен .....	217
Множество .....	16
– бесконачно .....	23
– еднакви .....	22
– истобројни .....	22
– конечно .....	23
– подмножество .....	19
– празно .....	21
– пресек на .....	24
– разлика на .....	35
– унија на .....	27
Множење .....	47
Множител .....	47
Многоаголник .....	120
– агол на .....	121
– конвексен .....	121
– неконвексен .....	121
– страна на .....	120
– теме на .....	120
<b>Намаленик</b> .....	41
Намалител .....	41
Нееднаквост .....	45
Нормала .....	138
Нормални прави .....	138
<b>Одземање</b> .....	41
Оригинали .....	135
Оска на симетрија .....	145
Осна симетрија .....	145
Остаток .....	55
Отсечка .....	55
– единечна .....	161
<b>Паралелни прави</b> .....	82
Периметар .....	
– на многоаголник .....	122
– на триаголник .....	127
Период .....	195
Периодични децимални броеви .....	194
Плоштина .....	48
Податок .....	14
Подножје .....	139
Подредена двојка .....	31
Полузбир .....	199

Полуправа .....	83
– бројни .....	38
Полурамнина .....	140
Права .....	80
Природни броеви .....	36
Производ .....	47
Декартов .....	32
Проширување дробки .....	166

<b>Равенка</b> .....	159
Равенство .....	25
Разлика .....	41
Радиус .....	91
Рамнина .....	80
Растојание .....	139

<b>Симетрала на агол</b> .....	150
Симетрала на отсечка .....	148
Симетрија .....	131
– осна .....	140
– централна .....	135
Складни фигури .....	132
Скратување дробки .....	168
Слики .....	135
Собирање .....	39
Собирок .....	39
Средна брзина .....	200
Степен .....	49
Степенување .....	49
Стотинки .....	177
Споредување .....	
– на децимални броеви .....	180
– на дробки .....	169

<b>Точка</b> .....	80
Триаголник .....	125
– остроаголен .....	125
– правоаголен .....	125
– разностран .....	126
– рамнокрак .....	126
– рамностран .....	126
– тапоаголен .....	125

<b>Формула</b> .....	
– за волумен .....	220
– за плоштина .....	220
– за периметар .....	127

## Хистограм

<b>Цел дел</b> .....	178
Центар на симетрија .....	135
Централна симетрија .....	135

## СОДРЖИНА

<b>1. Повторување и проширување .....</b>	<b>5</b>
<b>2. Множества .....</b>	<b>15</b>
2.1. Примери на множества. Запишување множества .....	16
2.2. Графичко претставување на множества. Подмножество. Празно множество .....	19
2.3. Истобројни множества. Еднакви множества. Конечни и бесконечни множества .....	22
2.4. Пресек на множества .....	24
2.5. Унија на множества .....	27
2.6. Разлика на множества .....	29
2.7. Подредена двојка. Декартов производ .....	31
<b>3. Природни броеви и операции со нив .....</b>	<b>35</b>
3.1. Множество природни броеви .....	36
3.2. Собирање .....	39
3.3. Одземање .....	41
3.4. Основни својства на собирањето .....	43
3.5. Збирови и разлики .....	45
3.6. Множење .....	47
3.7. Степен .....	49
3.8. Основни својства на множењето .....	51
3.9. Делење .....	53
3.10. Дистрибутивно својство .....	56
<b>4. Делливост на природните броеви .....</b>	<b>61</b>
4.1. Делители и содржатели .....	62
4.2. Делливост на збир, разлика, производ .....	65
4.3. Признаци за делливост .....	67
4.4. Прости и сложени броеви .....	71
4.5. Заеднички делители. Најголем заеднички делител .....	74
4.6. Заеднички содржатели. Најмал заеднички содржател .....	76
<b>5. Геометриските фигури се множества точки .....</b>	<b>81</b>
5.1. Точки и прави .....	82
5.2. Полуправи и отсечка .....	85
5.3. Операции со отсечки .....	88
5.4. Искршена линија .....	90
5.5. Кружница и круг .....	93
5.6. Кружница и права. Две кружници .....	96
5.7. Основни и пзведени поими .....	99

<b>6. Агли и многуаголници</b> .....	105
6.1. Агли. Означување агли .....	106
6.2. Мерење агли .....	109
6.3. Графички операции со агли .....	112
6.4. Аритметички операции со агли .....	116
6.5. Уште два пара агли .....	118
6.6. Многуаголник .....	120
6.7. Дијагонали на многуаголник .....	123
6.8. Елементи на триаголник. Видови триаголници .....	125
6.9. Периметар на триаголник .....	127
<b>7. Симетрии</b> .....	131
7.1. Складни фигури .....	132
7.2. Централна симетрија .....	134
7.3. Нормални прави. Растојание од точка до права .....	138
7.4. Осна симетрија .....	140
7.5. Осно симетрични фигури .....	145
7.6. Симетрала на отсечка. Симетрала на агол. ....	148
<b>8. Дропки</b> .....	153
8.1. Воведување на дропките .....	154
8.2. Видови дропки .....	158
8.3. Претставување дропки на бројна полуправа .....	161
8.4. Собирање и одземање дропки со еднакви именители .....	163
8.5. Проширување и скратување дропки .....	166
8.6. Споредување на дропки .....	169
<b>9. Децимални броеви и операции со нив</b> .....	175
9.1. Децимален запис на број. Децимални броеви .....	176
9.2. Претставување децимални броеви на бројна полуправа. Споредување децимални броеви .....	179
9.3. Собирање и одземање децимални броеви .....	182
9.4. Множење и делење децимален број со декадна единица .....	185
9.5. Множење децимални броеви .....	187
9.6. Делење децимални броеви .....	190
9.7. Претворање дрoпка во децимален број. Заокружување децимални броеви .....	193
9.8. Проценти .....	197
9.9. Аритметичка средина .....	199
9.10. Кружен дијаграм .....	201
<b>10. Именувани броеви. Волумен на квадар и коцка</b> .....	205
10.1. Именувани броеви .....	206
10.2. Претворање на именувани броеви .....	208
10.3. Собирање и одземање на именувани броеви .....	210
10.4. Множење и делење на именувани со неименувани броеви .....	212
10.5. Волумен на тело е број .....	215
10.6. Волумен на квадар. Волумен на коцка .....	219
<b>11. Дополнителни задачи</b> .....	225
<b>Одговори, упатства и решенија</b> .....	234
<b>Каталог на поими</b> .....	245