

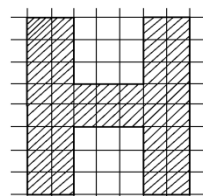
Катерина Аневска, Скопје
Валентина Гоговска, Скопје

ПРЕСМЕТУВАМЕ ПЛОШТИНА СО БРОЕЊЕ

Оваа година ќе научиш да пресметуваш плоштина на квадрат и правоаголник. Но, во разни тестови, како што е тоа тестот на меѓународниот натпревар Кенгур се среќаваат задачи во кои треба да се пресмета плоштината на посложена фигура сместена во квадратна мрежа. Притоа, ако мрежата е составена од единечни квадрати, тогаш за некои фигури плоштината може да се пресмета едноставно со броење. Во следните разгледувања ќе покажеме како тоа може да го направиш.

Задача 1. Ако плоштината на едно квадратче е еднаква на 1cm^2 , најди ја плоштината на штрафираната фигура прикажана на цртеж 1.

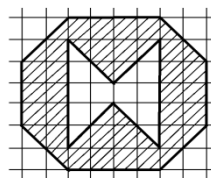
Решение. Фигурата претставена на цртеж 1 се состои од цели квадратчиња, па затоа пресметувањето на нејзината плоштина ќе го направиме со броење на штрафираните квадратчиња. Во случајов тој број е 38, што значи дека плоштината на фигурата е 38cm^2 . ■



Цртеж 1

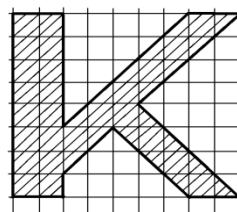
Задача 2. Ако плоштината на едно квадратче е еднаква на 1cm^2 , најди ја плоштината на штрафираната фигура прикажана на цртеж 2.

Решение. Како што можеме да забележиме штрафираната фигура на цртеж 2 се состои од квадратчиња и правоаголните триаголници. Затоа, за да ја пресметаме нејзината плоштина доволно е да ги собереме плоштината која ја зафаќаат квадратчињата и плоштината која ја зафаќаат правоаголните триаголници. За да ја пресметаме плоштината која ја зафаќаат правоаголните триаголници ќе искористиме дека ако вака  залепиме два такви триаголници ќе добиеме квадратче. Оттука ќе следува дека плоштината на еден ваков правоаголен триаголник е еднаква на половина од плоштината на квадратчето. Сега да ги преброиме квадратчињата и триаголниците. Имаме, 28 квадратчиња и 16 триаголници, па значи бараната плоштина е еднаква на $28 + 16 : 2 = 36\text{cm}^2$. ■



Цртеж 2

Задача 3. Ако плоштината на едно мало квадратче е еднаква на $b \text{ cm}^2$, најди ја плоштината на штрафираната фигура прикажана на цртеж 3.

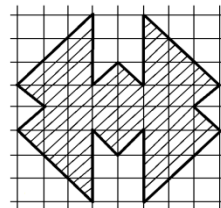


Цртеж 3

Решение. Како и во претходната задача и овде ќе ги преброиме квадратчињата и триаголниците, при што и повторно ќе користиме дека плоштината на два триаголника е еднаква на плоштината на едно квадратче. Во случајов имаме 26 квадратчиња и 18 триаголници, што значи дека вкупната плоштина е еднаква на плоштината на $26 + 18 : 2 = 35$ квадратчиња. Но, секое квадратче има плоштина еднаква на $b \text{ cm}^2$, па затоа вкупната плоштина на штрафираната фигура е еднаква на $35b \text{ cm}^2$. ■

Во претходните задачи видовме како можеме да пресметаме плоштини на некои фигури зададени во квадратна мрежа, ако ја знаеме плоштината на квадратчето на мрежата. Во следната задача ќе покажеме како може да се најде страната на квадратчето во мрежата ако ја знаеме плоштината на некоја фигура.

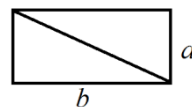
Задача 4. Плоштината на штрафираната фигура прикажана на цртеж 4 е 136 cm^2 . Колкава е должината на страната на квадратчињата од кои е составена мрежата?



Цртеж 4

Решение. Дадената фигура е составена од 20 триаголници и 24 квадратчиња. Според тоа, нејзината плоштина е еднаква на плоштината на $24 + 20 : 2 = 34$ квадратчиња. Од друга страна плоштината на фигурата е еднаква на 136 cm^2 , па затоа плоштината на едно квадратче е еднаква на $136 : 34 = 4 \text{ cm}^2$. Но, плоштината на квадрат со страна a е $P = a \cdot a$, па затоа $a \cdot a = 4 \text{ cm}^2 = 2 \cdot 2 \text{ cm}^2$, од каде добиваме дека должината на страната на квадратчињата во мрежата е 2 cm . ■

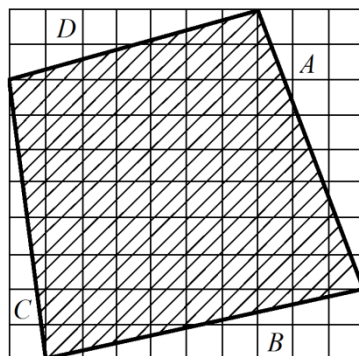
Пред да преминеме на натамошните разгледувања, ќе забележиме дека плоштината на правоаголен триаголник со катети a и b е еднаква на половината од плоштината на правоаголник со страни a и b . Во точноста на ова тврдење можеш да се увериш ако произволен правоаголник го пресечеш по дијагонала и ако добиените делови



Цртеж 5

ги ставиш еден врз друг, при што ќе забележиш дека тие се совпаѓаат (цртеж 5).

Задача 5. Пресметај ја плоштината на штрафираната површина прикажана на цртеж 6, ако плоштината на едно квадратче е еднаква на 1cm^2 .

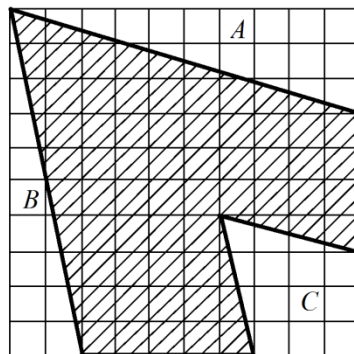


Цртеж 6

Решение. Плоштината на целиот квадрат во кој е впишана штрафираната површина е $10 \cdot 10 = 100\text{cm}^2$. Нештрафираниот дел се состои од четири правоаголни триаголници. Триаголникот A е половина од правоаголник со страни 3 и 8, па затоа неговата плоштина е $(3 \cdot 8) : 2 = 12\text{cm}^2$; триаголникот B е половина од правоаголник со страни 2 и 9, па затоа неговата плоштина е $(2 \cdot 9) : 2 = 9\text{cm}^2$; триаголникот C е половина од правоаголник со страни 1 и 8, па затоа неговата плоштина е $(1 \cdot 8) : 2 = 4\text{cm}^2$ и триаголникот D е половина од правоаголник со страни 2 и 7, па затоа неговата плоштина е $(2 \cdot 7) : 2 = 7\text{cm}^2$. Според тоа, плоштината на нештрафираниот дел е еднаква на $12\text{cm}^2 + 9\text{cm}^2 + 4\text{cm}^2 + 7\text{cm}^2 = 32\text{cm}^2$, што значи дека плоштината на штрафираниот дел е

$$100\text{cm}^2 - 32\text{cm}^2 = 68\text{cm}^2. \blacksquare$$

Задача 6. Пресметај ја плоштината на штрафираната површина прикажана на цртеж 7, ако плоштината на едно квадратче е еднаква на 1cm^2 .



Цртеж 7

Решение. Плоштината на целиот квадрат во кој е впишана штрафираната површина е $10 \cdot 10 = 100\text{cm}^2$. Нештрафираниот дел се состои од два триаголника и еден четириаголник. Триаголникот A е половина од правоаголник со страни 3 и

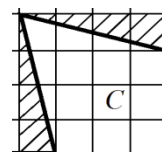
10, па затоа неговата плоштина е еднаква на $(3 \cdot 10) : 2 = 15\text{cm}^2$. Триаголникот B е половина од правоаголник со страни 2 и 10, па затоа неговата

плоштина е еднаква на $(2 \cdot 10) : 2 = 10 \text{ cm}^2$. Останува да ја пресметаме плоштината на четириаголникот C . За таа цел ќе го искористиме цртеж 8. Плоштината на четириаголникот C се добива кога од плоштината на квадрат со страна 4 се одземат плоштините на двата триаголници со страни 1 и 4. Според тоа, плоштината на четириаголникот C е еднаква на

$$4 \cdot 4 - (4 \cdot 1) : 2 - (4 \cdot 1) : 2 = 16 - 2 - 2 = 12 \text{ cm}^2.$$

Конечно, плоштината на штрафираната фигура е еднаква на

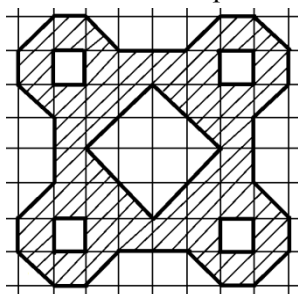
$$100 - 15 - 10 - 12 = 63 \text{ cm}^2. \blacksquare$$



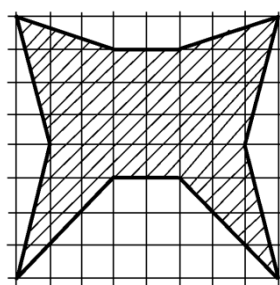
Цртеж 8

ЗАДАЧИ ЗА САМОСТОЈНА РАБОТА

- Пресметај ја плоштината на штрафираната површина, ако плоштината на едно квадратче е еднаква на 1 cm^2

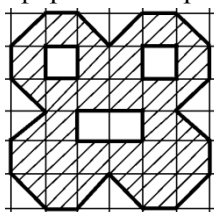


а)

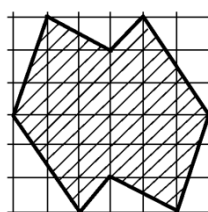


б)

- Колкава е плоштината на едно мала квадратче ако плоштината на штрафираната површина е:



а) 234 cm^2



б) 96 cm^2

- Пресметај ја плоштината на фигурата на цртежот десно. Должините се изразени во сантиметри.

