

Ристо Малчески
Скопје

МАЛКУ ПОИНАКВИ ПРЕСМЕТУВАЊА

На часовите по математика се запозна со броевите и операциите собирање, множење, одземање и делење. Притоа научи да пресметуваш вредности на бројни изрази и да решаваш равенки, како што е тоа направено во следниве две задачи.

Задача 1. Пресметај ја вредноста на изразот:

$$(345 - ((720 : 6) \cdot 2 - 4 + 2) : 2 + 44) : 3 - 25 : 5.$$

Решение. Имаме:

$$\begin{aligned} (345 - ((720 : 6) \cdot 2 - 4 + 2) : 2 + 44) : 3 - 25 : 5 &= \\ &= (345 - (120 \cdot 2 - 4 + 2) : 2 + 44) : 3 - 25 : 5 \\ &= (345 - (240 - 4 + 2) : 2 + 44) : 3 - 25 : 5 \\ &= (345 - (236 + 2) : 2 + 44) : 3 - 25 : 5 \\ &= (345 - 238 : 2 + 44) : 3 - 25 : 5 \\ &= (345 - 119 + 44) : 3 - 25 : 5 \\ &= (226 + 44) : 3 - 25 : 5 \\ &= 270 : 3 - 25 : 5 = 90 - 5 = 85. \end{aligned}$$

Задача 2. Реши ја равенката:

$$33 - 3 \cdot 3 + 3 = 6 \cdot 7 - x.$$

Решение. Имаме:

$$\begin{aligned} 33 - 3 \cdot 3 + 3 &= 6 \cdot 7 - x, \\ 33 - 9 + 3 &= 42 - x, \\ 27 &= 42 - x, \\ x &= 15. \end{aligned}$$

Меѓутоа, при примената на математиката во другите науки често пати имаме потреба да дефинираме други операции и да пресметуваме вредности на изрази зададени со овие операции. Во нашите натамошни разгледувања ќе се осврнеме на неколку задачи од ваков вид.

Задача 3. Ана измислила нова операција која ја означила со $*$. Таа пресметува $a * b = (a + b) \cdot 2$. Пресметај ја вредноста на изразот:

$$((20 * 10) * 201) * 0.$$

Решение. Имаме:

$$\begin{aligned} ((20 * 10) * 201) * 0 &= (((20 + 10) : 2) * 201) * 0 = ((30 : 2) * 201) * 0 \\ &= (15 * 201) * 0 = ((15 + 201) : 2) * 0 \\ &= 108 * 0 = (108 + 0) : 2 = 54. \end{aligned}$$

Задача 4. Маја измислила оперција која ја нарекла искачување и ја означила со \uparrow . На пример: $2 \uparrow 3 = 2 + 3 \cdot 2 = 8$ или $4 \uparrow 4 + 5 \cdot 4 = 24$. Пресметај $(3 \uparrow 5) \uparrow 2$ и $2 \uparrow (5 \uparrow 3)$

Решение. Ако искористиме како Маја ја определила нејзината оперција искачување последователно добиваме:

$$\begin{aligned} (3 \uparrow 5) \uparrow 2 &= (3 + 5 \cdot 3) \uparrow 2 = (3 + 15) \uparrow 2 \\ &= 18 \uparrow 2 = 18 + 2 \cdot 18 = 18 + 36 = 54 \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} 2 \uparrow (5 \uparrow 3) &= 2 \uparrow (5 + 3 \cdot 5) = 2 \uparrow (5 + 15) \\ &= 2 \uparrow 20 = 2 + 20 \cdot 2 = 2 + 42 = 44. \end{aligned}$$

Задача 5. Илина измислила нова операција која ја означила со \otimes и која ја определила со: $a \otimes b = a - a : b$. На пример:

$$18 \otimes 2 = 18 - 18 : 2 = 18 - 9 = 9.$$

Пресметај ја вредноста на изразот: $(15 \otimes 3) \otimes 2$.

Решение. Имаме:

$$\begin{aligned} (15 \otimes 3) \otimes 2 &= (15 - 15 : 3) \otimes 2 = (15 - 5) \otimes 2 \\ &= 10 \otimes 2 = 10 - 10 : 2 = 10 - 5 = 5. \end{aligned}$$

Задача 6. Даниела замислила нова операција која ја симнување и ја означила со \searrow . На пример,

$$7 \searrow 2 = 7 - 2 \cdot 2 = 3 \text{ и } 18 \searrow 4 = 18 - 4 \cdot 4 = 2.$$

Пресметај ја вредноста на изразот: $(50 \searrow 6) \searrow 3$.

Решение. Имаме:

$$\begin{aligned} (50 \searrow 6) \searrow 3 &= (50 - 6 \cdot 6) \searrow 3 = (50 - 36) \searrow 3 \\ &= 14 \searrow 3 = 14 - 3 \cdot 3 = 14 - 9 = 5. \end{aligned}$$

Задача 7. Пабло определил нова операција \oplus таква што за секои два броја a и b важи $a \oplus b = \frac{1}{3}(a + b)$.

Пресметај ја вредноста на изразот: $((3 \oplus 6) \oplus 9) \oplus 8$.

Решение. Имаме:

$$\begin{aligned} ((3 \oplus 6) \oplus 9) \oplus 8 &= ((\frac{1}{3}(3 + 6)) \oplus 9) \oplus 8 = (\frac{9}{3} \oplus 9) \oplus 8 = (3 \oplus 9) \oplus 8 \\ &= (\frac{1}{3}(3 + 9)) \oplus 8 = \frac{12}{3} \oplus 8 = 4 \oplus 8 = \frac{1}{3}(4 + 8) = \frac{12}{3} = 4. \end{aligned}$$

Задача 8. Жителите на земјата Недојдија користат само четири броја, кои ги означуваат со I, X, III, IXI . Операциите собирање и множење ги извршуваат кога ги користат таблиците прикажани за собирање и множење.

+	<i>I</i>	<i>X</i>	<i>III</i>	<i>IXI</i>
<i>I</i>	<i>X</i>	<i>III</i>	<i>IXI</i>	<i>I</i>
<i>X</i>	<i>III</i>	<i>IXI</i>	<i>I</i>	<i>X</i>
<i>III</i>	<i>IXI</i>	<i>I</i>	<i>X</i>	<i>III</i>
<i>IXI</i>	<i>I</i>	<i>X</i>	<i>III</i>	<i>IXI</i>

.	<i>I</i>	<i>X</i>	<i>III</i>	<i>IXI</i>
<i>I</i>	<i>I</i>	<i>X</i>	<i>III</i>	<i>IXI</i>
<i>X</i>	<i>X</i>	<i>IXI</i>	<i>X</i>	<i>IXI</i>
<i>III</i>	<i>III</i>	<i>X</i>	<i>I</i>	<i>IXI</i>
<i>IXI</i>	<i>IXI</i>	<i>IXI</i>	<i>IXI</i>	<i>IXI</i>

Пресметај, $I \cdot IXI + X \cdot III$.

Решение. Од таблицата во која е дефинирана операцијата множење добиваме дека:

$$I \cdot IXI = IXI \text{ и } X \cdot III = X.$$

Сега од претходните равенства и од таблицата во која е дефинирана операцијата собирање добиваме

$$I \cdot IXI + X \cdot III = IXI + X = X.$$

Задача 9. Ако $a \bullet c = a : c + c$ реши ја равенката

$$(24 \bullet x) \bullet 5 = 7,$$

каде x е природен број.

Решение. Имаме:

$$(24 \bullet x) \bullet 5 = 7$$

$$(24 \bullet x) : 5 + 5 = 7$$

$$(24 \bullet x) : 5 = 2$$

$$24 \bullet x = 10$$

$$24 : x + x = 10$$

$$24 : x = 10 - x$$

$$24 = (10 - x)x.$$

Понатаму, бидејќи x е природен број и важи $24 = 1 \cdot 24 = 2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$, со непосредна проверка добиваме дека единствени решенија на дадената равенка се $x = 4$ или $x = 6$.

Задача 10. Реши ја равенката:

$$2550 - 1000 \cdot ((x \otimes 5) \otimes 4 - 3 \cdot 21) = 5 + 8 + \dots + 92 + 95,$$

каде \otimes е знак за нова операција меѓу броевите a и b определена со $a \otimes b = a : b - 7b$.

Решение. Последователно добиваме:

$$2550 - 1000 \cdot ((x \otimes 5) \otimes 4 - 3 \cdot 21) = 5 + 8 + \dots + 92 + 95$$

$$2550 - 1000 \cdot ((x \otimes 5) : 4 - 7 \cdot 4 - 63) = (5 + 95) + (8 + 92) + \dots + (47 + 53) + 50$$

$$2550 - 1000 \cdot ((x \otimes 5) : 4 - 28 - 63) = 15 \cdot 100 + 50$$

$$2550 - 1550 = 1000 \cdot ((x \otimes 5) : 4 - 28 - 63)$$

$$1000 = 1000 \cdot ((x \otimes 5) : 4 - 28 - 63)$$

$$(x \otimes 5) : 4 - 28 - 63 = 1$$

$$(x \otimes 5) : 4 = 92$$

$$x : 5 - 35 = 368$$

$$x = 403 \cdot 5$$

$$x = 2015.$$