Никола Петрески
Милчо Аврамоски
Скопје

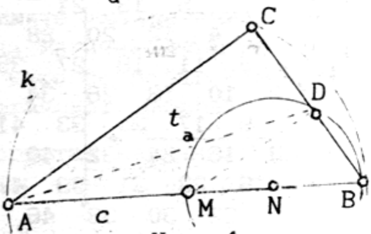
НЕКОЛКУ КОНСТРУКТИВНИ ЗАДАЧИ СО ПРАВОАГОЛЕН ТРИАГОЛНИК

На страниците на Нумерус почесто се разгледувани задачи за конструкција на некои геометриски фигури. Овој пат ќе разгледаме неколку задачи за конструкција на правоаголен триаголник, за кои сметаме дека ќе им го привлечат вниманието на читателите на Нумерус.

Пример 1. Да се конструира правоаголен триаголник според дадени хипотенуза и тежишна линија кон една од катетите.

Анализа: Бараниот правоаголен триаголник нека е ABC (црт. 1), $\sphericalangle C = 90^\circ$, $\overline{AB} = c$, $\overline{AD} = t_a$ и $\overline{DB} = \overline{DC}$.

Правата DM∥AC нека ја сече хипотенузата AB во точката M, којашто е средина на AB.



Црт. 1

Тогаш △ABC може да се конструира, а имено: ја конструираме кружницата $k(M, r=\overline{MB})$ и кружницата k_1 (N − средина на $\overline{MB}$, $r_1 = \overline{NB} = \frac{1}{2}\overline{MB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{4}c$). Кружницата k_1 ги содржи средините на сите тетиви во кружницата k, коишто минуваат низ точката B.

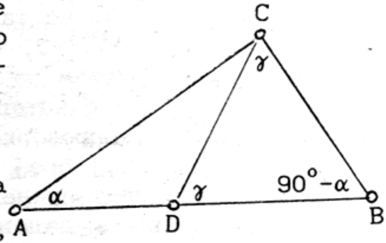
Конструкција. Ја конструираме хипотенузата $\overline{AB} = c$. Од точката M (средина на $\overline{AB}$) со радиус $R = \overline{MB}$ ја опишуваме кружницата k. На $\overline{MB}$ како над дијаметар ја опишуваме кружницата k_1. Од точката A со радиус $\overline{AD} = t_a$ опишуваме кружница, којашто ја сече кружницата k_1 во точката D. Правата BD ја сече кружницата k во точката C. Триаголникот ABC е бараниот.

Доказ: Триаголникот ABC е бараниот, зошто е правоаголен ($\sphericalangle C = 90^\circ$) и $\overline{AB} = c$, $\overline{AD} = t_a$.

Дискусија: Задачата има решение, ако $\frac{c}{2} < t_a < c$.

Пример 2. Да се конструира правоаголен триаголник, ако е даден остриот агол α и разликата на хипотенузата c и катетата a, т.е. $c-a$.

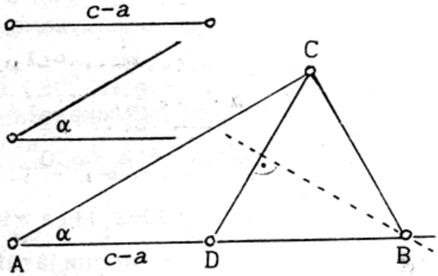
Анализа: Бараниот триаголник ABC ($\sphericalangle C = 90^\circ$) нека е решение на задачата (црт. 2).
На хнипотенузата ја нанесуваме страната (од темето B), со што го добиваме рамнокракиот триаголник CDB, со аголна основа γ.



Црт. 2

Од $\triangle CDB$, имаме $2\gamma+90^\circ-\alpha = 180^\circ$, или $\gamma = \frac{90^\circ+\alpha}{2}$. Врз основа на претходното, $\triangle ADC$ е определен, бидејќи $\overline{AD} = c-a$, $\sphericalangle A = \alpha$ и $\sphericalangle ADC = \frac{270^\circ-\alpha}{2}$.

Конструкција: Го конструираме триаголникот ADC (црт. 3) на кој се познати страната $\overline{AD} = c-a$ и аглите на неа α и $\sphericalangle ADC$. Симетралата на страната DC го сече продолжението на AD во бараната точка B, со што е добиен триаголникот ABC.



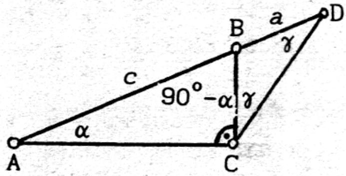
Црт. 3

Доказ: Од анализата имаме дека $\triangle DCB$ е рамнокрак, т.е. $\overline{BC} = \overline{BD}$. Тоа значи дека $\overline{AD} = \overline{AB}-\overline{DB} = \overline{AB}-\overline{BC}$. Исто така $\sphericalangle DCB = \sphericalangle CDB = \frac{90^\circ+\alpha}{2}$. Од претходното можеме да заклучиме дека $\sphericalangle ACD = 180^\circ-(\alpha + \frac{270^\circ-\alpha}{2}) = \frac{90^\circ-\alpha}{2}$. За аголот при темето c на $\triangle ABC$, имаме $\sphericalangle ACB = \sphericalangle ACD+\gamma = \frac{90^\circ-\alpha}{2} + \frac{90^\circ+\alpha}{2} = 90^\circ$, што требаше да се докаже.

Дискусија. Задачата секогаш може да се реши, ако $\sphericalangle\alpha$ е остар и разликата $c-a$ е позитивна. Има само едно решение.

Пример 3. Да се конструира правоаголен триаголник, ако е даден аголот α и збирот од хипотенузата c и катетата a, т.е. $c+a$.

Анализа. Бараниот ΔABC ($\angle C = 90^\circ$) црт. 1. нека е решение на задачата. На продолжението од хипотенузата $\overline{AC}$ ја нанесуваме страната $\overline{BC} = a$ со што го добиваме рамнокракиот ΔBDC, со агол на



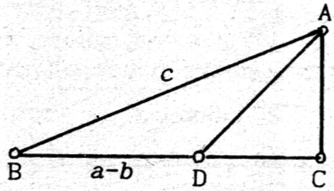
Црт. 1

основата $\gamma = \dfrac{180^\circ-(90^\circ+\alpha)}{2} = \dfrac{90^\circ-\alpha}{2}$, Бидејќи во ΔABD, се познати страните $\overline{AD} = c+a$ и аглите α и γ, тој е наполно определен.

За конструкцијата, доказот и дискусијата повикај се на анализата и на претходниот пример.

Пример 4. Да се конструира правоаголен триаголник, ако е дадена хипотенузата c и разликата од катетите $a-b$.

Упатство. Анализата е слична како кај претходните примери. За конструкцијата е доволно да се конструира триаголникот BDA, (црт. 2) ако се познати страните

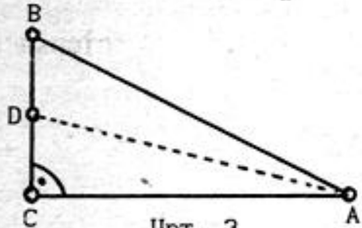


Црт. 2

$\overline{BD} = a-b$, $\overline{AB} = c$ и аголот BDA $= 135^\circ$. Симетралата на $\overline{AD}$ го сече продолжението на $\overline{BD}$ во бараната точка c. Доказот и дискусијата - од претходните примери.

Пример 5. Да се конструира правоаголен триаголник, ако е дадена катетата a и тежишната линија t_a.

Упатство: Конструираме прав агол ($\angle C = 90^\circ$). На едниот негов крак ја нанесуваме катетата $\overline{CA} = a$. Кружницата $k(A_1, t_a)$ го сече другиот крак во точката A, каде што A_1 е средина на CA.



Црт. 3

Задачи:

1. Да се конструира правоаголен триаголник ако се дадени периметарот на триаголникот $a+b+c$ и еден од острите агли.

2. Да се конструира правоаголен триаголник ако се дадени разликата од хипотенузата c и катетата a $(c-a)$ и аголот α спроти таа катета.

3. Да се конструира правоаголен триаголник ако се дадени разликата меѓу катетите $a-b$ $(a>b)$ и острiот агол α.

Статијата прв пат е објавена во списанието Нумерус