Владимир Стојановиќ
Белград

ВАДЕЊЕ КВАДРАТЕН И КУБЕН КОРЕН СО ПОМОШ НА ЛИНИЈАР

Повеќето од нашите читатели, па и оние најмладите знаат да пресметаат квадрат или куб на некој број. На пример,

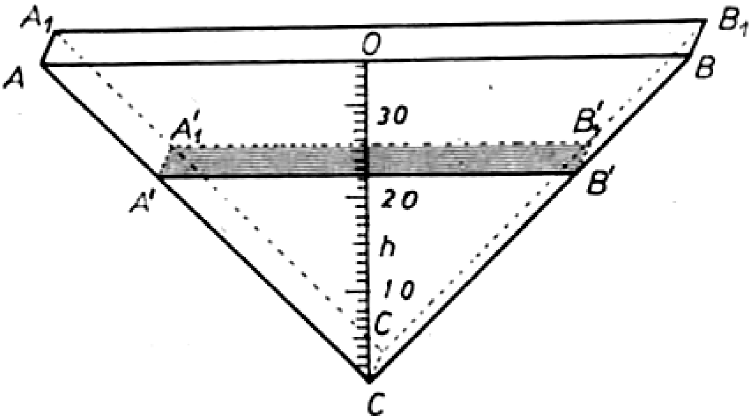
$$15^2 = 15 \cdot 15 = 225,\ 12^2 = 12 \cdot 12 \cdot 12 = 1728 \text{ итн.}$$

Меѓутоа, доста посложена задача е да се најде број кој треба да се дигне на квадрат или на трет степен за да се добие даден број, постапки кои се нарекуваат *вадење на квадратен корен*, односно *вадење на кубен корен*. За ова постојат соодветни аритметички методи, кои ние овде нема да ги разгледуваме. Освен тоа, може да се користат и таканаречените *Таблици на квадратни и кубни корени*, од кои непосредно може да се прочита, на пример, колку е $\sqrt{7}, \sqrt[3]{13}$ итн. Овие вредности уште побрзо се наоѓаат со помош на калкулаторите. Но, ние овде, како занимливост, ќе покажеме како квадратен и кубен корен може да се најдат со едноставно мерење, со помош на линијар. За таа цел треба да се направат само соодветни садови, како што се садовите прикажани на долните цртежи. Се разбира дека ова мерење (вадење на корен) нема да биде апсолутно точно, но тоа нека не не загрижува, бидејќи во некои случаи и најпрецизните сметачи не може да дадат апсолутно точен резултат. Имено, квадратните и кубните корени, освен во „мал“ број случаи, како што се на пример $\sqrt{4}, \sqrt{9}, \sqrt{16}, ...$ и $\sqrt[3]{8}, \sqrt[3]{27}, \sqrt[3]{64}, ...$ се ирационални броеви, т.е. броеви чиј дециналон запис има бесконечно многу непериодични децимали. Но, сега да го оставиме овој проблем и да видиме како ќе ги направиме нашите садови и како ќе ги користиме за вадење корени.

1. На долниот цртеж е прикажан сад во форма на тристрана призма чија основа е рамнокрак правоаголен триаголник (на цртежот тоа е триаголникот ABC), а чија висина CC_1 има должина $1cm$, а бочниот ѕид ABB_1A_1 е поставен хоризонтално.

Од својствата на рамностраниот правоаголен триаголник знаеме дека основата AB е два пати подолга од висината $CO, CO = b$, на основата ABC. Затоа, во cm^3 волуменот V на призмата ќе биде $V = \frac{2h \cdot h}{2} \cdot 1 = h^2$.

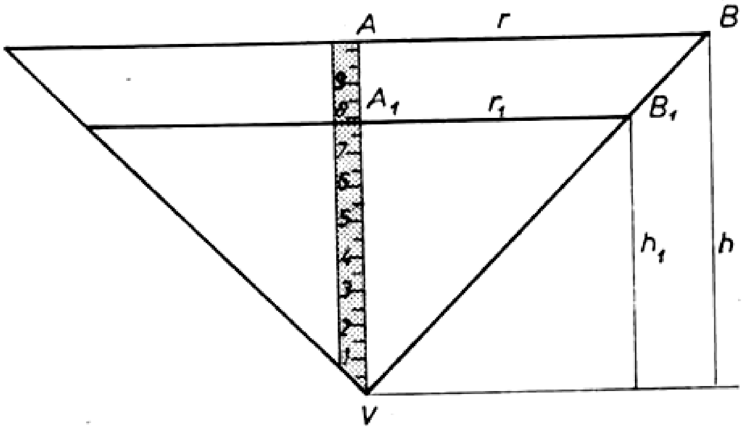
Оттука имаме $h=\sqrt{V}$. Ако садот не е наполнет до горе, туку до некое ниво $A'B'B_1'A_1'$, тогаш волуменот V' на налеаната течност на ист начин се изразува преку соодветната висина h', т.е. $V'=h'^2$. Значи, без разлика колкав е волуменот V на налеаната течност, изразен во cm^3, секогаш важи релацијата $h=\sqrt{V}$.



Ако триаголникот ABC е направен од проѕирен материјал, тогаш на висината OC може да се измери длабочината на налеаната течност. Затоа на отсечката OC од надвор ќе нацртаме скала на која ќе означиме милиметри и сантиметри, почнувајќи од C кон O. Сега, врз основа на равенството $h=\sqrt{V}$, можеме брзо да извадиме квадратен корен од саканиот број. На пример, ако сакаме да најдеме $\sqrt{500}$, тогаш во нашиот сад ќе налееме $500\,cm^3$, т.е. половина литар вода. На скалата CO ќе ја прочитаме длабочината на течноста $h=22,4\,cm$, што значи дека $\sqrt{500}\approx 22,4$. Јасно, за ова да може да се реализира треба да имаме сад со соодветен капацитет и мора што е можно попрецизно да го измериме волуменот на течноста која ја налеваме во садот.

2. Сега да претпоставиме дека имаме сад во вид на конус свртен со врвот надолу, кој е поставен така што неговата основа е хоризонтална. Волуменот на овој сад, полн или наполнет до некое ниво h се пресметува со помош на познатата формула за волумен на конус со радиус на основата r и висина h и тој е еднаков на $V=\frac{\pi}{3}r^2h$. Радиусот и висината на конусот ќе ги избереме така што ќе биде $V=h^3$, т.е. ќе важи $h=\sqrt[3]{V}$. Така, ако во формулата за волуменот V замениме $V = h^3$, ќе добиеме $h^3 = \frac{\pi}{3} r^2 h$ од каде добиваме $\frac{r^2}{h^2} = \frac{3}{\pi}$, односно $\frac{r}{h} = \sqrt{\frac{3}{\pi}} \approx 0{,}98$.

Нека нашиот сад на долниот цртеж го има ова својство. Односот $\frac{r}{h}$ не се менува ниту кога садот не е наполнет до горе. Последното лесно се докажува ако се искористи сличноста на триаголникот ABV (со катети r и h) со произволен триаголник A_1B_1V (со катети r_1 и h_1). Според тоа, без разлика на нивото h_1 на налеаната течност, за нејзиниот волумен V_1 добиваме $V_1 = h_1^3$. Затоа, во овој случај имаме $h_1 = \sqrt[3]{V_1}$.



Понатаму, ако конусот е направен од проѕирен материјал, на отсечката VA од надвор ќе нацртаме скала на која ќе означиме милиметри и сантиметри, почнувајќи од V кон A, па непосредно од оваа скала ја читаме вредноста на кубниот корен, изразена во вид на децимален број со едно децимално место. На пример, ако во садот налееме $500\,cm^3$ вода, на скалата ќе прочитаме длабочина $h_1 = 7{,}9\,cm$. Значи, $\sqrt[3]{500} \approx 7{,}9$.

Задачи

1. Како опишаните садови може да се користат за пресметување волумен на тело со неправилен облик?
2. Пресметај колкави треба да бидат димензиите на опишаните садови за да нивните волумени приближно изнесуваат $1000cm^3$. Диминзиите на висините треба да бидат цел број сантиметри.

Статијата прв пат е објавена во списанието Математички лист на ДМ нс Србија