Др. Смиле Марковски
Скопје

ЕДЕН ЕЛЕМЕНТАРЕН ГЕОМЕТРИСКИ ДОКАЗ НА ПИТАГОРОВАТА ТЕОРЕМА

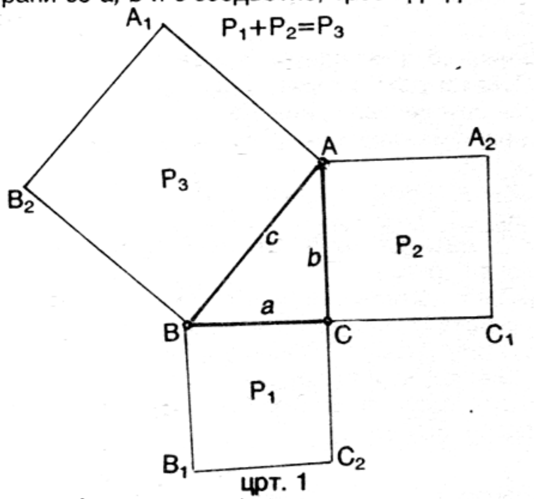
Постојат повеќе докази на Питагоровата теорема, којашто гласи: **Ако *a* и *b* се должините на катетите, а *c* е должината на хипотенузата на еден правоаголен триаголник, тогаш**

$$a^2+b^2=c^2.$$

Ќе дадеме уште еден доказ на оваа позната теорема, при што ќе користиме само неколку елементарни својства од планиметријата: складноста на геометриските фигури и паралелограми со еднакви плоштини. Притоа, поимот за сличноста на геометриските фигури нема да се користи.

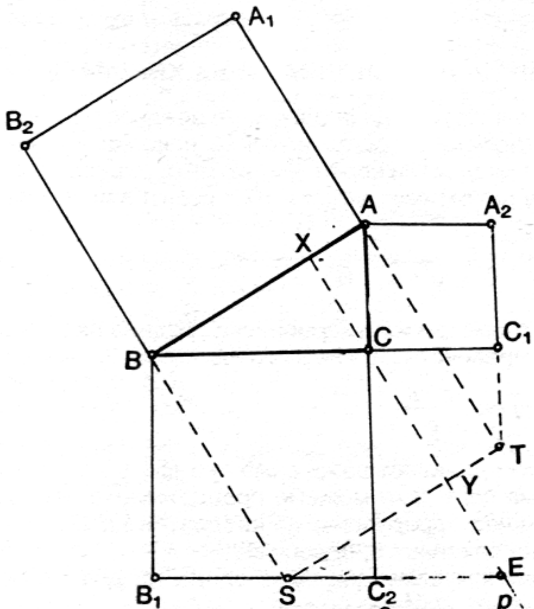
Го разгледуваме правоаголниот триаголник ABC со должини на катетите $a=\overline{BC}$, $b=\overline{CA}$ и должина на хипотенузата $c=\overline{AB}$ (црт. 1.). Ако P_1, P_2 и P_3 се плоштините на квадратите BB_1C_2C, CC_1A_2A и AA_1B_2B, чиишто страни се *a*, *b* и *c* соодветно, треба да докажеме дека

$$P_1+P_2=P_3$$



црт. 1

Понатаму ќе ги користиме означувањата дадени на црт. 2. Точката S е добиена како пресек на правите B_2B и B_1C_2, а T е пресекот на правите A_1A и A_2C_1. Тогаш триаголникот SBB_1 е складен со триаголникот ABC (бидејќи $BB_1 \perp BC$, $SB \perp AB$, $\overline{BB_1}=a=\overline{BC}$, а од слични причини следува дека $\triangle ATA_2 \cong \triangle ABC$. Според тоа, имаме $\overline{BS}=\overline{AT}=c$, а од конструкцијата следува дека $BS \parallel AT$, $BS \perp AB$, $AT \perp AB$.



црт. 2

Заклучуваме дека четириаголникот ABST е квадрат, складен со квадратот AA_1B_2B, т.е. неговата плоштина $P_3 = c^2$.

Правата p е повлечена низ точката C, така што е нормална на правата AB. Притоа, X е пресекот на правата p со правата AB,Y е пресекот на правата p со правата ST, а E е пресекот на правата p со правата B_1C_2. Јасно е дека $p \parallel BS$, од што следува дека $\triangle BB_1S \cong \triangle CC_2E$, па плоштината на паралелограмот BSEC е еднаква на плоштината $P_1 = a^2$ на квадратот BB_1C_2C. Од друга страна, правоаголникот BSYX и паралелограмот BSEC имаат иста плоштина, со што докажавме дека плоштината на правоаголникот BSYX изнесува P_1.

На аналоген начин се докажува дека плоштината на правоаголникот TAXY изнесува $P_2 = b^2$.

Со тоа докажавме дека е точно равенството $P_1+P_2=P_3$.

Одбележуваме дека од претходниот доказ следува и познатото својство дека производот од должината на хипотенузата и должината на проекцијата на една катета врз хипотенузата е еднаков на квадратот од должината на таа катета, односно при означувањето од црт. 2. дека важи

$$\overline{AB} \cdot \overline{XB} = \overline{BC}^2,\ \overline{AB} \cdot \overline{AX} = \overline{AC}^2.$$

Притоа, и во овој случај не се користат својствата за слични геометриски фигури.

Статијата прв пат е објавена во списанието Нумерус