Д-р Икс

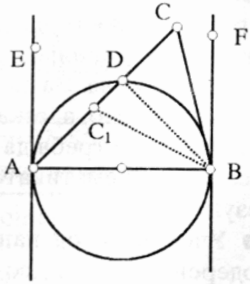
ПОДЕЛБА НА КВАДРАТ НА ОСТРОАГОЛНИ ТРИАГОЛНИЦИ

Во математиката често пати се среќаваат проблеми кои можат да се решат без особени познавања на математиката и на математичките законитости коишто треба да се почитуваат. Решението на таквите проблеми, сепак, не е така едноставно како што изгледа на прв поглед.

За да се реши проблемот што е даден во насловот на овој напис треба да се знае дека остроаголен триаголник е оној во кој сите агли се остри.

Истиот проблем може да се постави и обратно: "само од остроаголни триаголници да се состави квадрат".

Сепак, сметаме дека многу почесто ќе го прифаќаме проблемот "квадратот да се подели на остроаголни триаголниции", од причини што може многу лесно да изврши проверување, ќе се нацрта квадрат, а потоа ќе се дели. Ако се знае дека правоаголните триаголници не се остроаголни, тогаш многу ученици набргу ќе се уверат дека проблемот не е така едноставен.



Нека е дадена страната AB на триаголникот ABC. Се поставува прашањето: каде треба да биде темето C на ΔABC за тој да биде остроаголен?

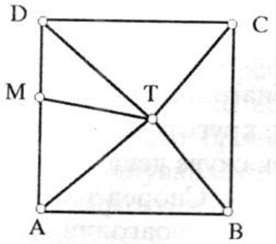
Над отсечката AB, како над дијаметар, нацртај кружница, а во точките A и B повлечи прави AE и BF што се нормални на AB. Очигледно е дека ΔABC е остроаголен ако точките се наоѓаат помеѓу двете нормали и тоа да е надвор од кружницата.

Ако темето C лежи на нормалата AE или BF тогаш аглите во темето A или B се прави. Ако темето C е лево од A или десно од BF тогаш аголот во темето A или во B е тап.

Ако темето C е на кружницата, тогаш триаголникот ABC пак е правоаголен. Нека темето C е меѓу нормалите, но надвор од кружницата, тогаш аглите во темињата A и B сигурно се остри, а каков е аголот во темето C?

Нека D е пресек на кружницата и страната AC. Аголот ADB е прав, според Талесовата теорема, па аголот во темето C сигурно е остар бидејќи е помал од правиот агол ADB, кој е надворешен несоседен агол на ΔDBC.

Ако темето C е во кружницата, тогаш аголот AC_1B е тап, бидејќи тој е надворешен несоседен агол на ΔC_1BD. Тој е поголем од правиот агол ADB, т.е. е тап.

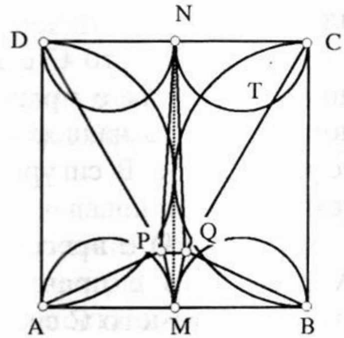


Да претпоставиме дека квадратот е поделен на остроаголни триаголници. Темињата на тие триаголници се темиња на квадратот, или лежат на неговите страни или се во внатрешноста на квадратот. Ако T е точка во квадратот тогаш таа е заедничко теме на најмалку пет триаголници, бидејќи во тој случај сите агли на тие триаголници се остри ($360:5<90°$).

Ако точката T е на некоја страна на квадратот, тогаш таа е заедничко теме на најмалку три триаголници.

Поставениот проблем ќе го решиме на следниот начин.

Нека е даден квадратот ABCD, а точките M и N средини на страните AB и CD. Нацртај полукружници во внатрешноста на квадратот со дијаметри AD, BC, AM, BM, CN и ND.



Очигледно е дека шесте полукруга не го покриваат целиот квадрат. На еден дел на непокриената површина на квадратот да избереме две точки P и Q кои се воедно симетрични на отсечката MN. На тој начин квадратот е поделен на осум триаголници: AMP, PMQ, MBQ, BCQ, CNQ, NPQ, NPD и DPA. Триаголниците NPOQ и PMQ се рамнокраки. Во секој рамнокрак триаголник аглите на основата се остри. Аголот при врвот на рамнокракиот триаголник е остар само во случајот ако основата е доволно мала во однос на нејзината висина.

Во нашиов случај основата PQ можеме да ја избереме доволно мала така што аголот при врвот на рамнокраките триаголници PQN и MQP е меѓу нормалите AB и DC и надвор од кругот чиј дијаметар е страната AD. На ист начин се докажува дека и останатите триаголници се остроаголни.

Според тоа, квадратот може да се подели на најмалку осум остроаголни триаголници. Доказот на ова тврдење нема да го дадеме поради неговата сложеност.

На читателите кои сакаат да се занимаваат со оваа проблематика, им предлагам да се обидат рамнокрак правоаголен триаголник да го поделат на остроаголни триаголници. (Задачата се решава со 7 триаголници).

Статијата прв пат е објавена во списанието Нумерус