

Владимир Стојановић

ПЛУС IV

ДОДАТНА НАСТАВА
ТАКМИЧЕЊА
ЗА ЧЕТВРТИ РАЗРЕД ОШ



Београд

Владимир Стојановић

ПЛУС 4

Додатна настава

Рецензенти

Др Нинослав Ђирић, Саобраћајни факултет, Београд

Гордана Поповић, наставник ОШ „Ђирило и Методије“, Београд

Ирена Николић, наставник разредне наставе ОШ „20. октобар“, Београд

Уредник

проф. др Предраг Цветковић

Издавач

ИП МАТЕМАТИСКОП, Деспота Оливера 6, Београд

тел. (011)3087-958, (011)2413-403, тел/факс (011)380-70-90

За издавача

Нада Стојановић, директор

Припрема за штампу

Жељко Хрчек

zeljko.hrcek@gmail.com

ЦИП Каталогизација у публикацији

Народна библиотека Србије, Београд

37.016:514.12/.13(075.2)(076)

37.016:512.1(075.2)(076)

СТОЈАНОВИЋ, Владимир, 1940-

Плус IV : додатна настава : такмичења за
четврти разред ош / Владимир Стојановић. - Београд :
Математископ, 2012 (Крагујевац : Графостил). -
140 стр. : илустр. ; 24 cm

Тираж 5.000.

ISBN 978-86-7076-057-8

COBISS.SR-ID 193629452

Тираж 5000

Штампа: Графостил, Крагујевац

ЧИТАОЦИМА

Учећи математику у претходним разредима уверили сте се да је она лепа, занимљива и веома корисна. Ова књига, која представља наставак књиге ПЛУС III, помоћиће да још више заволите математику и да је доживите као лепу и корисну забаву. Осим тога, омогућиће вам да будете и врло успешни на математичким такмичењима.

Касније, са овим знањем биће вам све лакше и схватљивије. Свакако ћете пожелети да се и даље на исти начин дружите са математиком.

Септембар 2012.

Аутор



САДРЖАЈ

ЧИТАОЦИМА 3

I ВИЈУГАЊЕ 5

1. Основне рачунске операције	6
2. Дешифровање рачунских операција.....	13
3. Пребројавање.....	15
4. Проблеми нумерације	17
5. Мерење.....	19
6. Магичне фигуре	22
7. Магични квадрати	24
8. Квадрат и правоугаоник.....	25
9. Квадар и коцка.....	28
10. Досетке и трикови	33
11. Математичке игре.....	40
12. Пресипања.....	47
13. Премештања и превозења.....	49

II РЕШЕЊА ЗАДАТАКА 55

1. Основне рачунске операције	56
2. Дешифровање рачунских операција.....	62
3. Пребројавање.....	64
4. Проблеми нумерације	66
5. Мерење.....	69
6. Магичне фигуре	72
7. Магични квадрати	74
8. Квадрат и правоугаоник.....	75
9. Квадар и коцка.....	80
10. Досетке и трикови	84
11. Математичке игре.....	90
12. Пресипања.....	92
13. Премештања и превозења.....	96

III МАТЕМАТИЧКА ТАКМИЧЕЊА..... 101

1. Школска такмичења.....	102
2. Општинска такмичења	105
3. Окружна такмичења	108
4. Мислиша	111
5. Кенгур без граница	116

IV РЕШЕЊА ЗАДАТАКА..... 123

1. Школска такмичења.....	124
2. Општинска тамичења.....	127
3. Окружна такмичења	130
4. Мислиша	134
5. Кенгур без граница	140

I ВИЈУГАЊЕ

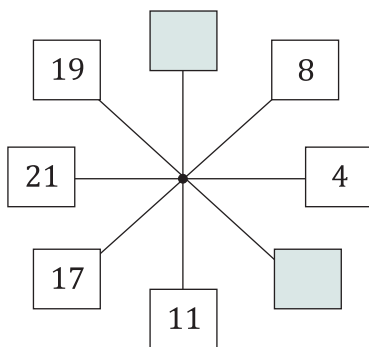


1. ОСНОВНЕ РАЧУНСКЕ ОПЕРАЦИЈЕ

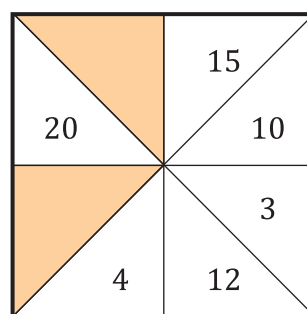
1. Скуп свих једноцифрених бројева подели у три групе, тако да збирови бројева у свакој групи буду једнаки.

2. На слици су уписани бројеви по неким правилима. Када откријеш та правила, упиши одговарајуће бројеве у обојена поља.

а)

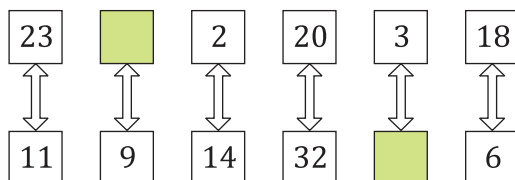


б)



3. У обојена поља упиши одговарајуће бројеве, тако да сваки одговарајући пар задовољава исто правило.

а)

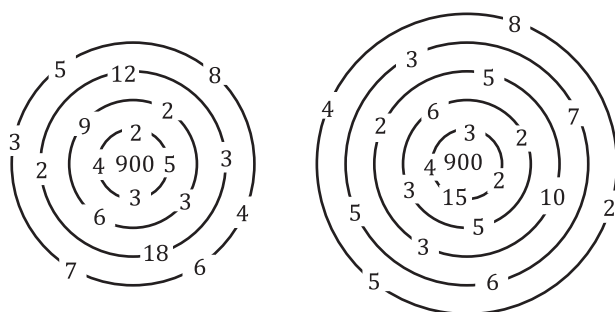


б)

84		42	56	105
12	5	6	8	

4. Нађи три природна броја чији је збир једнак њиховом производу. Да ли постоје таква два броја?

- 5.** Изабери пролаз кроз капије лавиринта, тако да производ бројева на које наилазиш буде једнак броју у центру. (То је број 900.)



- 6.** Зидни сат откуцава сваког пуног сата онолико откуцаја колико сати показује. Осим тога, између два пуна сата, сваких пола сата означи једним откуцајем. Колико се укупно откуцаја може чути за 24 сата?

- 7.** У две корпе био је једнак број лешника. Кад се из обе корпе узме укупно 40 лешника, у једној корпи остане 40, а у другој 32 лешника. Колико је лешника било у свакој корпи?

- 8.** Милица је радила тест, на коме је постављено 20 задатака. За сваки тачно урађени задатак добија се 4 поена, а за неурађен или погрешно решаван задатак, укупан број поена умањује се за 3. За одличну оцену мора се тачно решити бар 15 задатака. Милица је зарадила укупно 52 поена. Да ли је добила одличну оцену?

- 9.** Након брисања једне цифре неки број се умањи десет пута. Која је цифра избрисана?

- 10.** Ако se двоцифrenom množioцу u proizvodu dva broja dopiše sle-
va cifra 1, proizvod se povećava za 2800. Za koliko će se povećati
prvobitni proizvod, ako istom dvoцифrenom množioцу додамо број 1?

- 11.** Користећи се особинама множења, израчунај усмено:
- а) $25 \cdot 13 \cdot 4$; б) $8 \cdot 17 \cdot 125$; в) $8 \cdot 25 \cdot 21 \cdot 125 \cdot 4$.

- 12.** Ако је $x+y=37$ израчунај:
а) $12+x+y-15$; б) $x-13+y$; в) $100-x-y$.
- 13.** Ако је $a-b=1208$, израчунај:
а) $a+102-b$; б) $a+57-(b+65)$; в) $(a-99)-(b+109)$.
- 14.** Ако је $x \cdot y=27$, израчунај:
а) $25x \cdot 4y$; б) $y \cdot 8 \cdot x \cdot 125$.
- 15.** Маја је за 23 минута прочитала 13 страна једне књиге. Ако настави да чита истом брзином, за које време ће прочитати целу књигу? Књига има 208 страна.
- 16.** Лако помножимо: $3 \cdot 37037 = 111111$. Израчунај усмено производе: $9 \cdot 37037$ и $6 \cdot 37037$.
- 17.** Пет трактора за пет сати узору пет хектара. За колико ће сати осам трактора узорати осам хектара?
- 18.** Два косца су покосила једну ливаду за шест сати. За колико ће сати исту ливаду покосити три косца?
- 19.** Гуска и по за дан и по снесе јаје и по. Колико ће јаја снети шест гуска за шест дана?
- 20.** Дати су бројеви: 3, 16, 27 и 35. Користећи сва четири дата броја, и то сваки само једном, затим рачунске операције и евентуално заграде, састави израз који има вредност
а) 25 б) 10 в) 1.
- 21.** Цифрама броја 239, или сабирањем и одузимањем неких од цифара можеш представити редом природне бројеве: 1, 2, 3, 4... До ког броја може да се продужи овај низ?

22. Стављајући ознаке за неке рачунске операције (+, -, ·, :) између пет двојки и евентуално заграде, можемо написати израз чија је вредност било који једноцифрени број. На пример: $2 \cdot (2 + 2 - 2 - 2) = 0$ или $2 + 2 + 2 - 2 : 2 = 5$.

Састави сличне изразе, који имају вредности једнаке осталим једноцифреним бројевима.

23. Стављајући ознаке за рачунске операције између шест јединица и евентуално заграде, напиши изразе чије су вредности једнаке редом једноцифреним бројевима, од 0 до 9. (На пример: $1 + 1 + 1 + 1 + 1 : 1 = 5$ или $(1 + 1) \cdot (1 + 1 + 1) - 1 = 5$.)

24. Стављајући ознаке рачунских операција између четири четворке и евентуално заграде, напиши изразе који имају вредности једнаке било којем једноцифреном броју.

25. Стављајући ознаке рачунских операција између наведених бројева и евентуално заграде, напиши изразе који имају вредности једнаке било којем једноцифреном броју.

а) 5 5 5 5 5 б) 8 8 8 8 8 8 8 8.

26. Сузана је написала редом девет цифара: 9 8 7 6 5 4 3 2 1. Онда је између неких цифара ставила знак „+“. Израчунала је збир. Добила је 99. Где је Сузана поставила „плусеве“?

27. Напиши редом бројеве: 1 2 3 4 5. Не мењајући им редослед стави између њих ознаке рачунских операција и евентуално заграде, тако да добијеш изразе чије су вредности једнаке 10 и 100.

28. Између неких цифара 1 2 3 4 5 6 7 постави знак „+“, не мењајући редослед цифара, тако да добијеш збир 100.

29. Користећи четири седмице, рачунске операције и заграде, састави изразе који имају вредности: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Дозвољено је користити седмицу и као цифру.

30. Између једноцифрених бројева постави знаке рачунских операција и евентуално заграде, тако да важи знак једнакости:

а) $9\ 8\ 7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1 = 2$; б) $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9 = 100$.

31. Постави неколико знакова „плус“ између осмица, тако да буде тачна једнакост: $8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8 = 1000$.

32. За колико се повећа број 457 ако му се допише цифра нула између 5 и 7? За колико се повећа добијени четвороцифрени број ако му се допише још једна нула између 4 и 5?

33. При дељењу неког броја са 39, Максим је погрешно преписао дељеник. Уместо цифре 4 ставио је 7, а уместо цифре 3, ставио је 8. Добио је количник 71 и остатак 12. Који је прави дељеник? Одреди прави количник и остатак.

34. Позната је прича како је чувени математичар Гаус (Johann Carl Friedrich Gauß, 1777–1855) задивио свог учитеља, јер је за врло кратко време израчунао збир $1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100$ (збир свих природних бројева од 1 до 100). Он је рачунао: $1 + 100 = 101 = 2 + 99 = 3 + 98 = \dots$ Оваквих парова има 50, па је укупан збир $50 \cdot 101 = 5050$.

Поступајући слично израчунај збирове:

а) $1 + 2 + 3 + \dots + 59 + 60$ (сви природни бројеви од 1 до 60);

б) $101 + 102 + 103 + \dots + 199 + 200$;

в) $1 + 2 + 3 + \dots + 39$;

г) $1 + 3 + 5 + \dots + 31 + 33 + 35$.

35. Израчунај разлику збира првих 100 парних и збира првих 100 непарних природних бројева.

36. Игор је замислио један број. Онда је на једном листу записао број три пута већи и број три пута мањи од замишљеног, па број за три већи и број за три мањи од замишљеног броја. На крају је сабрао ова четири записана броја и добио збир 80. Који је број замислио Игор?

37. Погледај слику! Ако за три јабуке треба платити колико за четири крушке, шта је скупље (по килограму): јабуке или крушке?



38. Са колико се нула се завршава производ свих природних бројева мањих од 20?

39. Сок је допремљен у 24 гајбе, а паковано је у две врсте гајби. У једној има 20 боца, а у другој 8. Колико има гајби у које стаје 8 боца, ако је у магацин допремљено 300 боца сока?

40. У клубу има 18 столица. Неке имају три, а неке четири ноге. На свакој столици седи по једно дете. Наставник је избројао укупно 101 ногу (бројао је ноге деце и ноге од столица). Колико има столица са три ноге?

41. У 20 кеса спаковано је 79 килограма брашна. У свакој кеси је или 5, или 2 килограма. Колико је употребљено кеса од 5 килограма?

42. Школа је организовала излет за 218 ученика, које је предводило осмороро наставника. Ангажовано је 5 аутобуса, од којих су неки са 42, а неки са 50 места. Сва места су била попуњена. Колико је било аутобуса са 42 места?

43. Имали смо две греде једнаких дужина. Од једне је одсечен комад дужине 60 центиметара, а од друге комад од 240 центиметара. Преостало парче прве греде дупло је дуже од остатка друге. Колике су биле ове греде пре сечења?

44. Лана је упитала деду колико му је година. Деда јој одговори:
„Ако поживим још половину времена колико сам до сада проживео
и још четири године, имаћу тачно сто година“.

Колико је деди година?

45. Дужина Николиног корака је 80 центиметара, а дужина корака ње-
говог сина Стефана је 50 центиметара. Једном су заједно мерили ду-
жину баште. Никола је избројао 150 својих корака. Колико је својих корака
избројао Стефан?

46. Три млада фудбалера, Стефан, Урош и Лука, дођу у продавницу да
сваки купи по једну фудбалску лопту. Међутим, Стефану је недос-
тајало 120 динара, Урошу је недостајало 340 динара, а Луки је недостајало
390 динара. Онда одлуче да заједнички купе једну лопту и још им остане
60 динара. Колика је цена лопте?

47. Урош и Ивона дођу у посластичарницу да купе, свако себи, по три
кугле сладоледа. Међутим, Урошу недостаје 75 динара, а Ивони не-
достаје 30 динара. Због тога се договоре да заједнички плате две порције
са по две кугле сладоледа. Али, тада им је недостајало 25 динара. На крају
су купили корнете, Ивона са две кугле, а Урош са једом куглом сладоледа.
Имали су и кусур. Колико им је остало новца?

48. У пет гајби има укупно 140 килограма кајсија. Знамо да у прве две
заједно има 63 килограма, у другој и трећој има 50, у трећој и четвр-
тој је 54, а у четвртој и петој 55 килограма.

Колико килограма кајсија има у свакој гајби?

49. Филип је склопио посао. Треба да покоси један травњак и за то добије
2000 динара и косу којом ће косити. Међутим, Филип је покосио пола
травњака и за то добио 500 динара и косу. Колика је цена косе?

50. Васке се договорио са Гораном да убади угаљ у подрум. За обављени
посао добиће од Горана 7500 динара и задржаће за себе лопату и ко-
лица. Међутим, Васке је убацио само трећину количине угља и за то добио
лопату, колица и 500 динара. Колика је укупна вредност лопате и колица?

2. ДЕШИФРОВАЊЕ РАЧУНСКИХ ОПЕРАЦИЈА

51. Дешифруј сабирање, тако да једнаким словима одговарају једнаке цифре, а различитим словима различите цифре.

$$\begin{array}{r}
 \text{А} \\
 \text{А Б} \\
 + \quad \text{А Б В} \\
 \hline
 \text{А Б В Г} \\
 2 \ 0 \ 0 \ 5
 \end{array}$$

52. Прва цифра (с леве стране) четвороцифреног броја је 5. Кад се цифра 5 премести на место јединица, првобитни број се повећа за 2583. Одреди првобитни број.

53. У запису четвороцифреног броја две цифре су нуле. Када избришемо обе нуле, добијемо број за 3033 мањи од тог четвороцифреног броја. Одреди тај четвороцифрени број.

54. Збир два броја је 9361. Ако првом броју избришемо последњу цифру, нулу, добићемо други број. Одреди ова два броја.

55. Одреди различите цифре уместо слова А, Б, В, Г, тако да буду исправне обе наведене операције:

$$\begin{array}{r}
 \text{А Б В} \cdot \text{В В} \\
 \hline
 \text{А Б В} \\
 \text{А Б В} \\
 \hline
 \text{А Г А В}
 \end{array}
 \quad \text{и} \quad
 \begin{array}{r}
 \text{А Б В} \\
 + \quad \text{В В} \\
 \hline
 \text{А А Б}
 \end{array}$$

56. Дешифруј множење:

$$\begin{array}{r}
 7 * . * * \\
 \hline
 * * \\
 * * \\
 \hline
 * * 5
 \end{array}$$

57. Звездице замени одговарајућим цифрама:

$$\begin{array}{r}
 * * . 2 * \\
 \hline
 * * \\
 * * * \\
 \hline
 * * 2 2
 \end{array}$$

58. Дешифруј множење:

$$\begin{array}{r} 126 \cdot ** \\ ** * \\ *** * \\ \hline 1*2*6 \end{array}$$

59. Замени звездице цифрама, тако да буде тачно множење:

$$\begin{array}{r} *0* \cdot *7 \\ 21*1 \\ **15 \\ \hline *** ** \end{array}$$

60. Уместо звездица стави одговарајуће цифре, тако да буде исправно множење: $*23 \cdot ** = 20*2$

$$\begin{array}{r} ***1 \\ *** ** \end{array}$$

61. Дешифруј множење:

$$\begin{array}{r} *2* \cdot *7 \\ *** \\ *** * \\ \hline *** *8 \end{array}$$

62. Реконструиши дељење, тј. уместо звездица стави одговарајуће цифре: $**** : *7 = **$

$$\begin{array}{r} **5 \\ ** \\ *1 \\ \hline 0 \end{array}$$

63. Звездице замени одговарајућим цифрама, тако да буде тачно дељење: $***** : 1212 = ***$

$$\begin{array}{r} -6060 \\ 6060 \\ -**** \\ \hline 0 \end{array}$$

64. Звездице замени одговарајућим цифрама, тако да буду исправне једнакости

а) $***1* : 11 = *9*$

б) $3** : *3 = 3*$

65. Реконструиши (дешифруј) множења:

$$\begin{array}{r} \text{А Б В} \cdot \text{Г Д} \\ \hline \text{Е Д В} \\ \text{Г Д В} \\ \hline \text{К И Б В} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{С Т О} \cdot \text{С Т О} \\ \hline * * * * \\ * * * * \\ \hline \text{Д В Е С Т А} \end{array}$$

У сваком од множења (а) и б)) истим цифрама одговарају иста слова, а различитим цифрама различита слова.

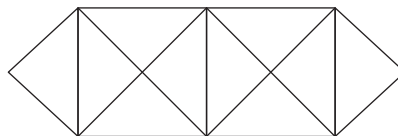
3. ПРЕБРОЈАВАЊЕ

66. Колико има двоцифрених бројева у чијем запису постоји и цифра 7?

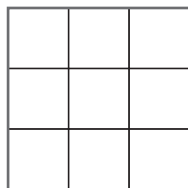
67. Сања је исписала редом све природне бројеве од 200 до 500. Колико је пута написала цифру 3?

68. Колико се различитих правих може повући кроз пет тачака које припадају једној кружници, тако да свака права садржи по две тачке?

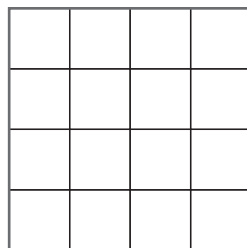
69. Прebroј квадрате на слици.



70. Квадрат на слици доле подељен је на једнаке квадрате. Колико се квадрата може уочити на овој слици?

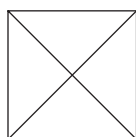


71. Слично претходном задатку, преброј квадрате на слици доле.

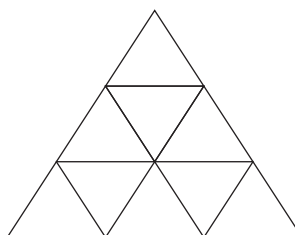


72. Преброј троуглове на слици

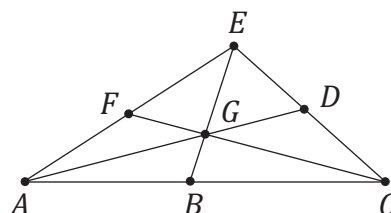
а)



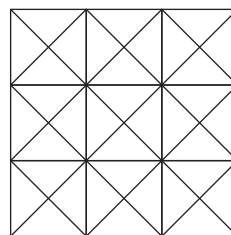
б)



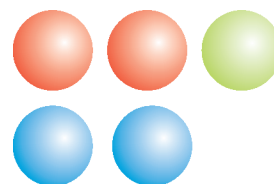
73. Наброј 16 различитих троуглова на слици. (На пример: ABG , ACD и слично.)



74. Колико квадрата има на слици?



75. Имамо пет куглица са слике, које се разликују само по боји. На колико различитих начина ове куглице могу да поделе Урош и Стефан, ако Урош узме две, а Стефан три куглице?



4. ПРОБЛЕМИ НУМЕРАЦИЈЕ

- 76.** Напиши све четвороцифрене бројеве којима је збир цифара једнак 4.
- 77.** Напиши све четвороцифрене бројеве код којих је производ цифара једнак 3.
- 78.** Напиши све четвороцифрене бројеве којима је производ цифара једнак 4.
- 79.** Колико има троцифрених бројева којима су једнаке прва и трећа цифра?
- 80.** Напиши два петоцифрена броја, тако да употребиш свих десет цифара (сваку тачно по једном) и да притом буде
- а) највећи могући збир таква два броја;
 - б) највећа могућа разлика таква два броја.
- 81.** Одреди највећи и најмањи шестоцифрени број
- а) коме је збир цифара једнак 6;
 - б) који је записан са три нуле и три јединице.
- 82.** Горан је написао све природне бројеве од 1 до 100. Колико је пута написао цифру 5?
- 83.** У једној књизи од 50 листова свака страна је нумерисана редним бројем. Колико је цифара употребљено за нумерацију свих страна, ако се користе арапске цифре?

84. Све стране једне књиге су нумерисане. На последњој страни стоји број 520. Колико је цифара употребљено за нумерацију свих страна ове књиге?

85. Све стране једне књиге нумерисане су и за то је употребљено 1074 цифре. Колико страна има та књига?

86. За нумерисање страна једне књиге употребљена је 1701 цифра. При нумерисању није прескочена ниједна страна. Колико листова има ова књига?

87. Ивона је пребројала цифре свих бројева којима су нумерисане све стране једне књиге. Нашла је да је употребљено 253 цифре. Да ли је добро избројала?

88. Урош је писао редом природне бројеве, један до другог, без размака: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13... Написао је укупно 462 цифре. Колико је пута написао цифру 6?

89. Нађа је на једном листу написала редом све природне бројеве од 1 до 66. Тако је добила број 123456789101112...646566.

а) Којих цифара је највише написала?

б) Којих цифара је најмање у овом броју?

в) Која је цифра на шездесет шестом месту?

90. Природни бројеви су написани редом један за другим, без размака: 12345678910111213141516171819202122... Која је цифра на 2015, месту? Ком броју припада ова цифра?

91. Лука је исписао редом све двоцифрене природне бројеве. Колико је пута написао цифру 0? А 7?

92. Неко је истргнуо неколико првих листова једне књиге. На првој преосталој страни стоји редни број 163. Последња сачувана страна књиге нумерисана је бројем који се пише истим цифрама као и прва сачувана страна. Колико је листова сачувано?

93. Стефан је из књиге извадио неколико узастопних листова, али мање од пет листова. Збир редних бројева прве и последње истргнуте стране је 51. Који је редни број прве следеће (неизвађене) стране?

94. Све стране свеске од 30 листова нумерисане су редним бројевима и то римским цифрама. Колико је употребљено цифара?

95. Сузана је пребројала цифре свих бројева којим је нумерисан бројчаник зидног сата. Избројала је 26 цифара. Да ли је добро избројала?

5. МЕРЕЊЕ

96. Постоје метални новчићи од 1, 2, 5, 10, 20 и 50 динара. Које новчиће морамо имати да бисмо могли вратити кусур за сваки цео број динара, од 1 до 50? Одреди најмањи број новчића.

97. На дужи AB дужине 8 дециметара, постављене су неке тачке C , D и E , тим редом. Означимо са M и N средишта дужи AC и BE . Ако је $MN = 54$ центиметра, колико је растојање између средишта дужи CD и DE ?

98. Бане је пошао на пецање. Пошто је прешао 1 километар и половину остатка пута, преостало му је да пређе још 1 километар и трећину целог пута. Колико километара треба да пређе Бане, да би стигао до места где ће да пеца?

99. Обим предњег точка трактора је два и по метра, а обим задњег точка је четири метра. На путу од куће до њиве предњи точак се обрнуо тачно 600 пута више него задњи точак. Колико је њива удаљена од куће?

100. Данас је недеља. Зидни сат напредује сваког дана по два и по минута, и тако без престанка ради годину дана. Када ће овај сат поново показати тачно време? Да ли ће и тада бити недеља?

101. Мајка има 38 година, син 17 и ћерка 11. После колико година ће мајка бити стара колико син и ћерка заједно? Рачунају се само године, а не месеци или дани.

102. Лана и Стефан пре 7 година имали су заједно 7 година. Колико година ће имати заједно после 7 година?

103. Мајка и син имају заједно 45 година. Мајка је родила сина када је имала 23 године. Колико година има син?

104. Митар је млађи од своје мајке за 24 године. Пре десет година мајка је била седам пута старија од Митра. Колико година данас има Митар?

105. Путнички воз крене у подне из Београда и сваког сата пређе 50 километара. Два сата касније у истом смеру крене брзи воз који прелази 75 километара за сат. Када ће брзи воз сустићи путнички?

106. Бициклиста за сат пређе 15 километара. За колико минута ће прећи 25 километара?

107. Колико времена треба да се напише милион цифара, ако се у сваком минуту напише по 100 цифара? Резултат изрази као вишеименовани број. (На пример: 3 дана 7 часова 43 минута.)

108. Колико дана има у милион минута?

109. Може ли човек да живи милион часова?

110. Колику би дебљину имала књига од милион страна, ако је слој од 100 листова дебео 1 центиметар?

111. Колико килограма тежи милион зрна пасуља, ако једно зрно има масу од 4 грама?

112. Из два града истовремено крећу два аутомобила један другом у сусрет. Први прелази сваког сата 50 километара, а други прелази 60 километара. Растојање између ова два града је 80 километара. Колико ће бити међусобно удаљена ова два аутомобила после два сата вожње?

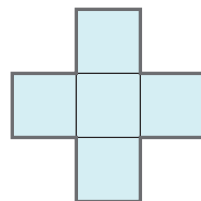
113. Двојица бициклиста кренули су тачно у подне у сусрет један другом. Први прелази 12 километара за сат вожње, а други 16 километара. Растојање између места из којих су кренули износи 98 километара. У колико сати ће се сусрести ова двојица бициклиста?

114. Прелазећи 54 километра за један сат, воз је пролазио поред једног пешака. Пешак је измерио: од момента када је локомотива наишла поред њега, до момента када је прошао последњи вагон, прошло је тачно 8 секунди. Одреди дужину воза.

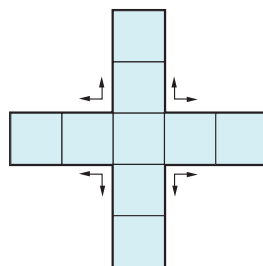
115. Располажемо са два фитиља, који имају особину: сваки, кад се запали са било ког краја, изгори тачно за један сат. Како ћемо, користећи ова два фитиља, измерити време једног школског часа (45 минута)? Оба фитиља су направљена од таквог материјала, да дужина изгорелог фитиља није сразмерна протеклом времену. (На пример, може половина да изгори за пар минута.)

6. МАГИЧНЕ ФИГУРЕ

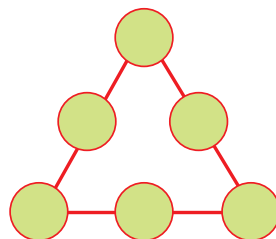
116. У пет квадратних поља „крста“ упиши бројеве: 3, 6, 9, 12, 15, тако да збир три броја у хоризонталном реду буде једнак збиру три броја у вертикалном реду.



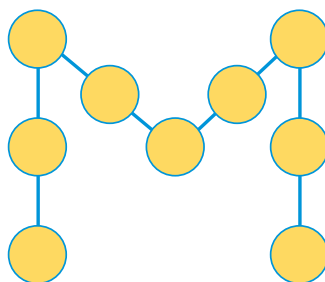
117. У девет квадрата крста са слике, упиши бројеве: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, тако да збир пет бројева хоризонтално, вертикално и ако се пође од било ког крака па се савије у „лакрат“, увек буде исти. (На слици су стрелицама обележена сабирања „у лакрат“.)



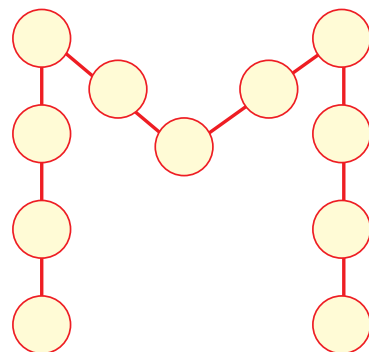
118. У кружиће упиши бројеве 1, 3, 5, 7, 9 и 11, тако да зборови бројева на свакој страници троугла буду једнаки међу собом.



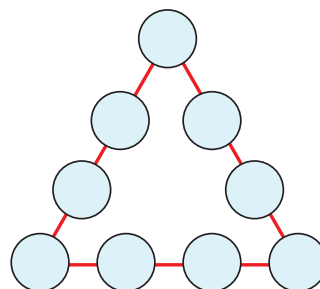
119. На слици је слово М састављено од четири дужи, на којима је нацртано девет кружића. У ове кружиће упиши девет различитих једноцифрених бројева: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, тако да збир бројева уписаних у три кружића на било којој од четири дужи, буде исти.



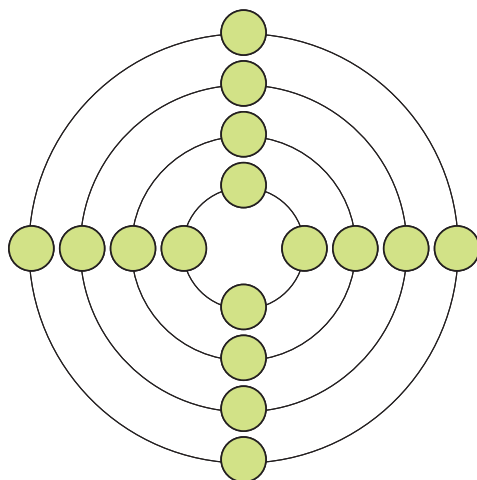
120. У сваки од кружића на слици упиши тачно по један од бројева: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, тако да употребиш свих једанаест бројева. Притом је збир бројева у кружићима на свакој од четири дужи исти.



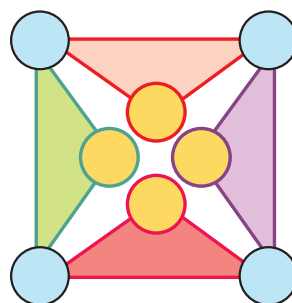
121. У кружиће упиши бројеве 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, тако да добијеш магични троугао, у коме је збир бројева на свакој страници исти.



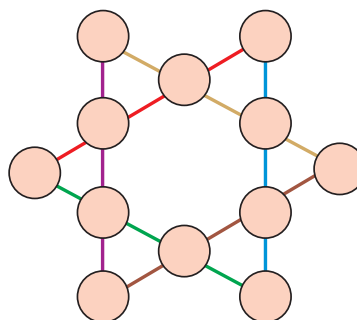
122. У обојене кружиће на доњој слици треба распоредити бројеве: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Сваки број узети по два пута, тако да збир четири броја буде исти на свакој кружници и у сваком реду (два хоризонтална и два вертикална).



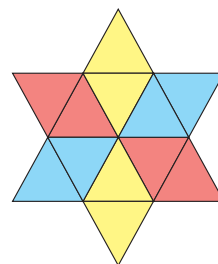
123. На слици уочавамо један квадрат, коме су темена плави кружићи, и четири различито обојена троугла, чија су темена такође кружићи. У кружиће упиши бројеве: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, тако да збирови бројева у теменима квадрата и збирови бројева у теменима сваког троугла буду једнаки.



124. На слици је шестокрака звезда. У кружиће упиши бројеве: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, тако да збирови четири броја на свакој од шест различито обојених дужи, буду једнаки међу собом.



125. Бројеве од 1 до 12 распореди у троуглове на слици, тако да збир свака четири броја у троугловима исте боје буде 26.



7. МАГИЧНИ КВАДРАТИ

126. Попуни празна поља бројевима, тако да добијеш магични квадрат, тј. да збир три броја у сваком хоризонталном реду (врсти), у сваком вертикалном реду (колони) и у обе дијагонале буде исти.

10		
9	11	
		12

127. Користећи се искуством из претходног задатка, попуни магични квадрат од девет поља, уписујући следеће бројеве:

а) 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17; б) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

128. Основним магичним квадратом сматрамо квадрат од девет поља, у коме су распоређени бројеви: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, тако да су зборови у хоризонталним редовима (три реда), у вертикалним редовима (три реда) и у обе дијагонале исти. Попуни овај основни магични квадрат.

12		
	9	
	13	

129. Бројевима 5, 6, 7, 8, 10, 11 допуни магични квадрат.

		11
	8	

130. Допуни магични квадрат бројевима: 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12.

	10	

131. Допуни магични квадрат бројевима: 2, 4, 6, 8, 12, 14, 16, 18.

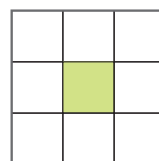
132. Попуни магични квадрат од девет поља бројевима:

- а) 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18; б) 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27;
в) 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45; г) 83, 85, 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99.

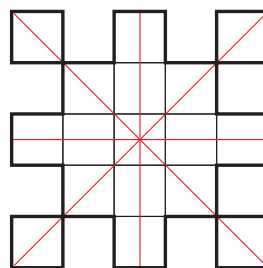
133. У магичном квадрату није неопходно да сви бројеви буду различити. На пример, додајмо у празна поља бројеве: 2, 2, 2, 3, 3, 3, тако да имамо магични квадрат.

	1	
1		
		1

134. У необојена поља квадрата на слици упиши осам бројева, тако да сви зборови од три броја у два хоризонтална и у два вертикална реда буде 30.



135. У квадрате фигуре на слици упиши природне бројеве од 1 до 17, сваки тачно по једном, тако да зборови по пет бројева у хоризонталном и вертикалном реду и по дијагоналама, увек буде исти. Редови по којима се сабира означени су црвеним линијама.



8. КВАДРАТ И ПРАВОУГАОНИК

136. Правоугаоник коме је једна од страница 12 центиметара, има површину 180 центиметара квадратних. Колики је обим овог правоугаоника?

137. Обим правоугаоника је 3 дециметра. Ако се странице овог правоугаоника разликују за 3 центиметра, колика му је површина?

138. Дужина правоугаоника је три пута већа од ширине. Ако је површина овог правоугаоника 48 центиметара квадратних, колики му је обим?

139. Странице правоугаоника су 18 центиметара и 8 центиметара. Ако квадрат има исту површину као дати правоугаоник, колики је обим овог квадрата?

140. Ако једну страницу правоугаоника смањимо за 3 центиметра, а другу повећамо за 5 центиметара, добићемо квадрат површине 121 центиметара квадратних. Одреди дужине страница правоугаоника.

141. Колико има различитих правоугаоника, чија је површина једнака површини квадрата странице 6 центиметара, а дужине њихових страница изражене су природним бројевима? Који од њих има највећи обим?

142. Једна страница правоугаоника је 8 центиметара. Ако се ова страница смањи за 2 центиметра, а друга се продужи за 3 центиметра, површина се неће променити. Одреди обиме оба правоугаоника.

143. Група туриста уговори возњу Дунавом и за то треба сваки туриста да плати по 60 динара. Међутим, пет путника одустане од крстарења, па су остали морали да плате по 80 динара. Колико је туриста уживало у возњи Дунавом?

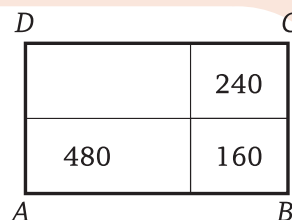
144. Збир два броја је 27. Кад се један од њих повећа за 4, њихов производ се повећа за 48. Одреди та два броја.

145. Ако се странице датог квадрата смање за 1 центиметар, површина му се смањи за 13 центиметара квадратних, Израчунај обим датог квадрата.

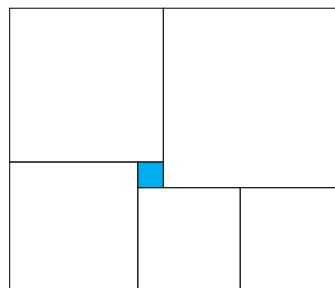
146. Око травњака квадратног облика направљена је стаза од бетона ширине један метар. Ако је ивица травњака дужине 15 метара, колика је површина стазе?

147. У централном делу парка је травњак димензија 17 метара пута 8 метара. Око травњака је стаза ширине два метра, која је покривена плочицама. Плочице су 20 пута 25 центиметара. Колико је плочица употребљено за ову стазу?

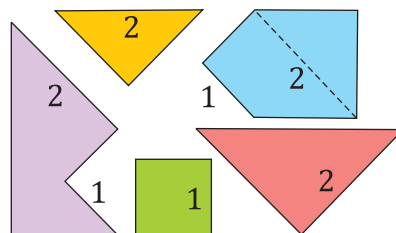
148. Израчунај обим квадрата чија је површина једнака површини правоугаоника $ABCD$ на слици. Површине три дела овог правоугаоника изражене су у квадратним центиметрима.



149. Правоугаоник на слици десно подељен је на шест квадрата. Ако је површина најмањег (плавог) квадрата 4 центиметра квадратна, колика је површина целог правоугаоника?



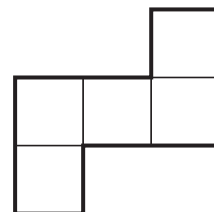
150. Пресликај пет фигура са слике, сваку по два пута. Затим, десет добијених делова сложи, тако да добијеш један квадрат.



151. Нацртај на картону правоугаоник страница 9 центиметара и 4 центиметра. Затим га расеци на два дела, од којих можеш сложити квадрат.

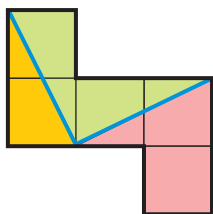
152. Нацртај на картону правоугаоник димензија 16 центиметара и 9 центиметара. Изрежи га потом на два дела од којих се може сложити квадрат.

153. Фигуру са слике прецртај на картон. Затим је подели на три дела од којих можеш саставити квадрат.

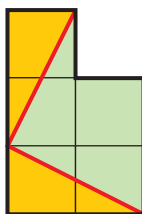


154. Нацртај на картону следеће картону фигуре. Затим их исеци по обојеним линијама. Од три добијена дела, за сваку од фигура, сложи квадрат.

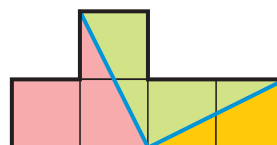
а)



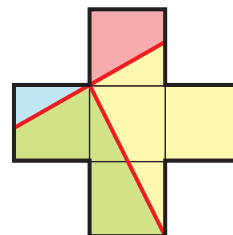
б)



в)

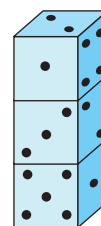


155. Нацртај на картону фигуру у облику крста па је исеци по обојеним линијама. Затим, од четири добијена дела сложи квадрат.

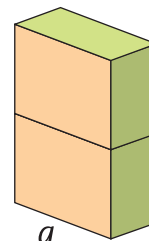


9. КВАДАР И КОЦКА

156. Збир дужина свих ивица коцке је 6 дециметара. Колика је површина те коцке?

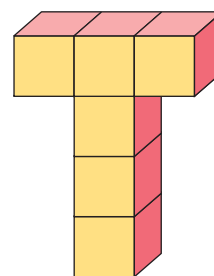


157. На слици десно су три коцке за игру „Не љути се човече“, које образују квадар. Ако је ивица једне коцке 2 центиметра, израчунај површину квадра.



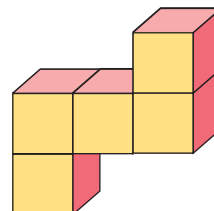
158. Расецањем коцке ивице 1 дециметар добили смо два једнака квадра. Ова два дела залепимо као на слици и добијемо нов квадар. Колика је површина квадра са слике?

159. Дужине ивица квадра, изражене у центиметрима, представљају три узастопна парна броја. Збир дужина све три ивице је 24 центиметра. Одреди површину тог квадра.

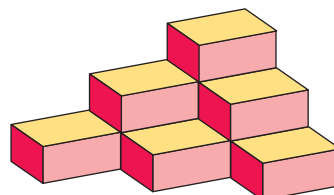


160. Израчунај површину слова Т, које је сложено од коцкица ивице 3 центиметра.

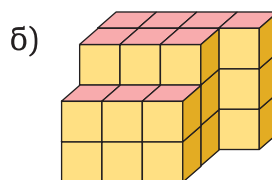
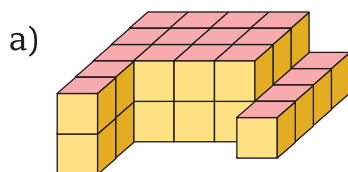
161. Фигура са слике начињена је од једнаких коцкица. Површина фигуре је 88 центиметара квадратних. Колика је ивица једне коцке?



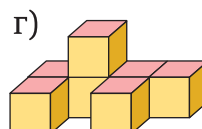
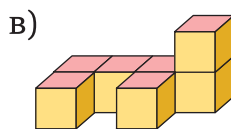
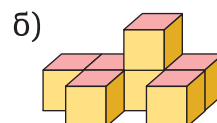
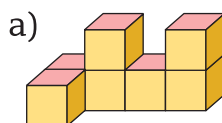
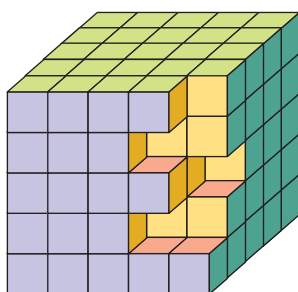
162. Од цигала димензија 5, 10 и 25 центиметара начињено је тело са слике. Израчунај површину тела.



163. Од коцкица ивице 2 центиметра начињене су фигуре са слика а) и б). Израчунај површине ових фигура.



164. Из коцке на слици доле извађен је део. То је једна од фигура а), б), в) или г). Која фигура недостаје да би се попунила шупљина у коцки?



165. Основа квадра је квадрат странице 6 дециметара. Површина квадра је 192 дециметра квадратна. Колика је висина квадра?

166. Основа квадра је квадрат. Збир површина четири бочне стране је 360 центиметара квадратних. Ако је висина квадра 18 центиметара, колика је основна ивица?

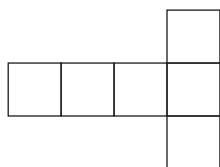
167. Колико боје треба да се обоји површина квадра, ако је за бојење једне, најмање стране, употребљено 90 грама боје? Димензије квадра су: 3, 6 и 10 дециметара.

168. За фарбање једне коцке употребљено је пола килограма боје. Онда је та коцка подељена на 8 једнаких коцки. Колико је боје још потребно да се обоје необојене стране ових 8 коцки?

169. Једна коцка је обојена целом површином и за то је потрошено килограм боје. Онда је та коцка подељена на 27 једнаких коцки. Колико је још боје потребно да би се обојиле све необојене стране свих 27 мањих коцки?

170. Прецртај фигуре са следеће слике, исеци их и покушај да начиниш моделе коцке. Да ли све фигуре представљају мрежу коцке?

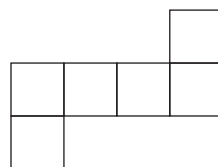
1°



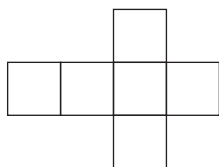
2°



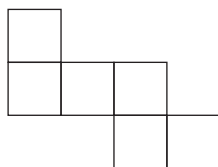
3°



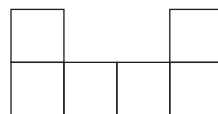
4°



5°

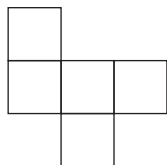


6°

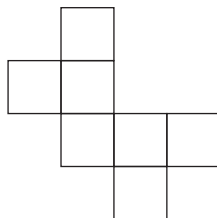


171. Нацртане фигуре на доњим сликама нису мреже коцке. Али, ако неким доцрташ један квадрат или неким одбациш један квадрат, добићеш мреже коцке.

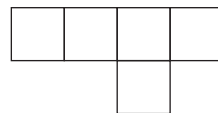
1°



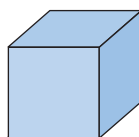
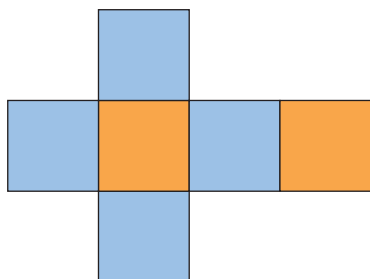
2°



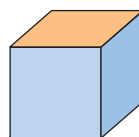
3°



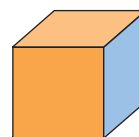
172. Којој коцки, а), б) или в) одговара мрежа на слици?



а)

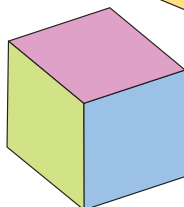
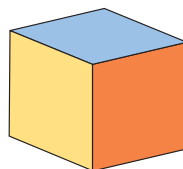
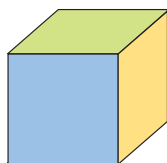


б)

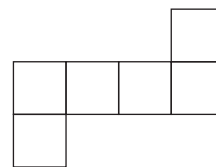
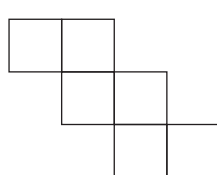
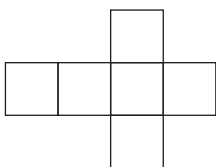
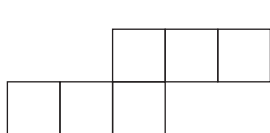


в)

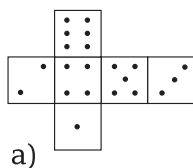
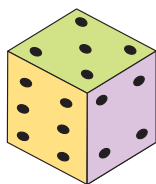
173. На доњој слици је једна коцка нацртана у три положаја. Какве је боје страна која је насупрот плаво обојене стране?



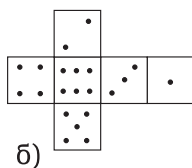
174. Познато нам је да су код коцке за игру „Не љути се човече“ наспрамне стране означене бројевима чији је збир 7. Имамо парове бројева: $1 + 6 = 7 = 2 + 5 = 3 + 4$. Обележи бројевима одговарајуће квадратиће, тако да нацртане фигуре представљају мреже коцке за „Не љути се човече“.



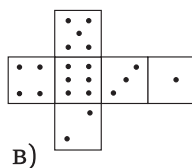
175. Која мрежа, а), б), в) или г) одговара коцки за „Не љути се човече“ са следеће слике?



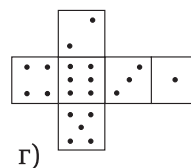
а)



б)

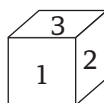
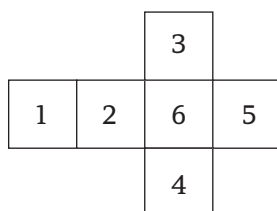


в)

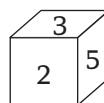


г)

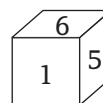
176. Којој коцки, а), б) или в) одговара мрежа на слици?



а)



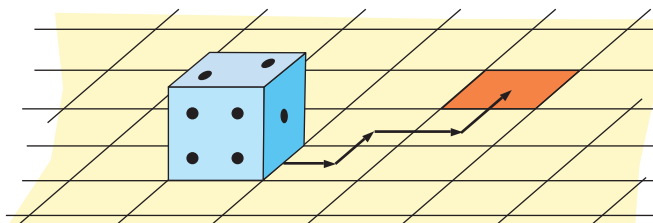
б)



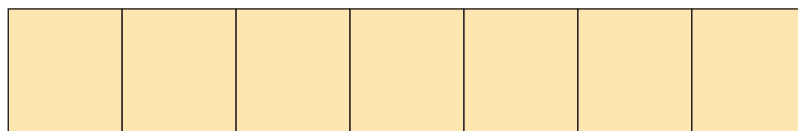
в)

177. Ако се свака ивица коцке продужи за 1 центиметар, површина коцке се повећа за 186 центиметара квадратних. Израчунај површину коју је имала коцка пре продужавања ивица.

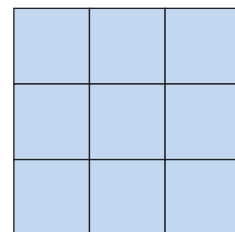
178. Коцка за „Не љути се човече“ котрља се на квадратној мрежи. Стрелице показују преко којих се ивица четири пута преврће. Заустави се на црвено обојеном квадрату. Који ће број у том моменту показати горња страна коцке? Нацртај коцку у том положају.



179. Савијањем траке са слике, без резања, направи „мрежу“ коцке. Затим, склопи мрежу и направи модел коцке.



180. Нацртај квадрат 3x3 и на њему квадратну мрежу која га дели на девет квадрата. Једну страну папира обојимо, рецимо у плаво, као на слици. Дозвољено је папир савијати и резати по линијама мреже, али мора остати у једном комаду. Резањем и савијањем направи мрежу, а онда и модел коцке. Цела површина коцке мора бити плава.



10. ДОСЕТКЕ И ТРИКОВИ

181. Колико ногу имају сто и један пас?

182. Ливадом иду краве, једна за другом. Једна је испред две, једна је иза две, а једна између две краве. Колико крава има на ливади?

183. Имамо на располагању четири тањира и девет јаја. Како ћемо сва ова јаја распоредити у четири тањира, а да у свим тањирима буде једнак број јаја?

184. Отац каже свом дванаестогодишњем сину:

„Замисли да возиш трамвај на линији 7. На почетној станици у трамвај уђу 23 путника. На следећој станици изађе 1, а уђе 15 путника. На трећој станици уђе 7, а изађу 4 путника. На четвртој станици се трамвај покварио. Колико година има возач трамваја?

185. Како се број 89 може смањити за 21, а да се над њим не изврши никаква рачунска операција?

186. Сека је од своје маме добила 1000 динара, а Бранкица од своје 500 динара. После тога су њих две заједно имале за 1000 динара више него раније. Како је то могуће?

187. Један навијач долази на благајну да купи карту за сутрашњу утакмицу. Без речи спусти пред благајницу 1000 динара. Благајница му без речи да карту од 1000 динара, иако је било карата по цени од 300 и од 600 динара. Навијач без коментара узме карту и оде. Како је благајница знала да навијачу треба баш карта од 1000 динара?

188. Дата су слова: а, д, о, с, ч, ј, а, р, е, м, е, н. Користећи свих 12 слова треба да се састави само једна реч.

189. Продавац на пијаци имао је три једнака цака. Два су била празна, а један је био до врха пун кромпира. Пун цак се пробушио, па је продавац преручио кромпир у друга два цака. Оба је напунио кромпиром до врха. Тако он каже. Да ли је рекао истину?

190. Ако броју деветнаест додамо један, добијамо двадесет“, рече Адем. „Ја сам броју деветнаест одузео један и добио двадесет“, каже Расим. Да ли је Расим слагао?

191. Нацртај изломљену линију састављену од тачно четири дужи, тако да она пролази кроз сваку од девет тачака са слике.



192. Распoredи 10 тачака на 5 дужи, тако да на свакој дужи буду по 4 тачке.

193. Да ли је могуће засадити 9 садница парадајза у 10 редова и да при- том у сваком реду буду 3 саднице?

194. На столу је 6 чаша, једна до друге. Прве три су празне, а следеће три пуне. Колико најмање чаша треба померити да би после тога на столу чаше биле наизменично: празна, пуна. празна, пуна,...?



195. Пет риболоваца, два дечака и три одрасле особе, треба да се превезу на другу обалу реке. На обали имају чамац и сви знају да га возе. Проблем је настао, јер је чамац мали, па у њему могу истовремено да се превезу само оба дечака, или само једна одрасла особа. Ипак, они су успели да пређу реку. Како?

196. Кинези Чанг Ли и Мин Фу долазе на гранични прелаз. Цариник контролише пасоше и пита:

- Чанг Ли, да ли сте ви отац Мин Фу?
- Да, одговори Чанг Ли.
- А Ви, Минг Фу, да ли сте ви син Чанг Лиа?
- Не, одговори Минг Фу.

Да ли је овде неко нешто слагао?

197. Таксиста улази у једносмерну улицу у смеру који је забрањен. Успут је прошао поред саобраћајца, који је, управо, као и сваког дана, савесно регулисао саобраћај. Саобраћајац махну руком таксисту у знак поздрава и пусти га да прође. Због чега саобраћајац није казнио таксисту, иако се овај кретао у забрањеном смеру?

198. Иду три глисте једна за другом, све окренуте главом у смеру кретања. Окрене прва глиста главу и погледа иза себе:

„Ја иза себе видим две глисте“.

Окрене се на исти начин друга глиста и каже:

„Ја иза себе видим једну глисту“.

На исти начин окрене се и трећа глиста, па каже:

„Ја иза себе видим две глисте“.

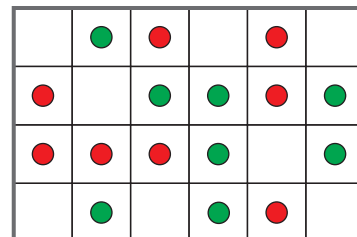
Како тумачиш изјаву треће глисте?

199. Продужи низ: **ј, д, т, ч, п**, ... Допиши три следећа члана.

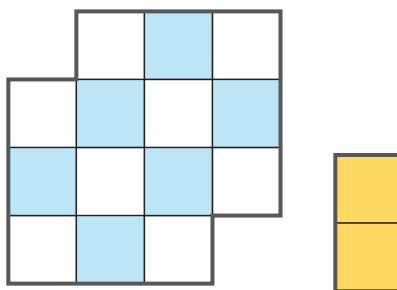
200. Вера је прочитала у „Кувару“ да се јаје скува за 4 минута, а да би било ровито, кува се 3 минута. Сада се пита за колико минута може да скува пет ровитих јаја. Помозите јој!

201. Зидни сат у три сата откуца три удара за 4 секунде. За колико ће секунди откуцати подне? А 15 часова?

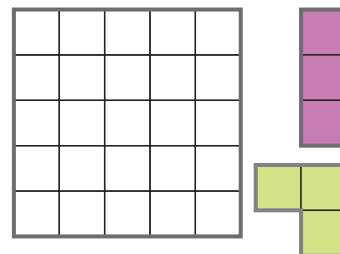
202. Фигуру са слике подели на осам једнаких делова, тако да у сваком од делова буде по један црвени и зелени кружић.



203. Нацртај фигуру коју образује 14 квадрата, као на доњој слици. Затим, од картона изрежи 7 „домина” (фигуре од два квадрата). Покушај да са 7 домина покријеш свих 14 квадрата нацртане фигуре.



204. Нацртај фигуру састављену од 25 квадрата, као на слици. Да ли се ова фигура може цела прекрити „триминама” (фигуре од три квадрата), које видимо на слици? Притом, тримине се не смеју ни делимично преклапати.



205. Покажи да се сваки квадрат може поделити на 6 квадрата, на 7 квадрата и на 8 квадрата. Наравно, нису сви ови делови једнаки међу собом.

206. Бранкица, Ирена и Нада освојиле су прва три места на школском шаховском такмичењу за девојчице. Њихова другарица Вера је погађала која су места заузеле три победнице:

„Бранкица није победила, Нада је трећа, а Ирена сигурно није трећа”.

Испоставило се да је Вера тачно закључила само за једну од девојчица. Одреди редослед ових шахисткиња на школском првенству.

207. Мирна има једнак број браће и сестара. Њен брат Омер, има два пута више сестара него браће. Колико је деце у тој породици?

208. Да ли је могуће да је пре 2000 година живео човек који је у свим генерацијама до данас имао мушке потомке, а последњи од њих данас живи у Новом Пазару, иде у VI разред и учи математику из уџбеника МАТЕМАТИСКОПА?

209. Никола је седео у кафићу са братом свог таста и тастом свог брата. Сваки је попио по чашу сока и кафу. Чаша сока стаје 100 динара, а кафа је јефтинија. Никола је платио рачун у укупном износу од 280 динара. Колика је цена кафе? (Отац моје супруге мени је таст.)

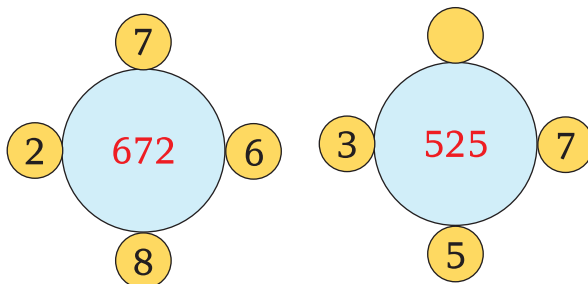
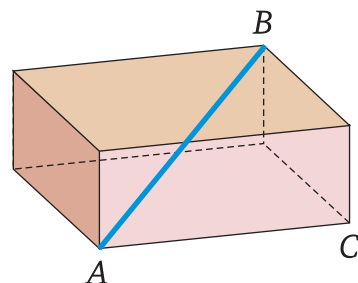
210. На слици су брачни парови: Цветковићи и Шелмићи. Оиграли су три сингл меча (један против једног). Ко изгуби испада из такмичења. Бројевима 1, 2, 3 и 4 са слике одреди презимена на основу њихових изјава. Највише мечева одиграо је број 3. Ко је непоражени победник?



211. Поткивачу треба пет минута да поткује једну ногу коња. Да би био поткован, коњ подиже једну ногу. (Док се поткива, коњ не може да стоји на једној или на две ноге.) За колико најмање минута пет поткивача може да поткује шест коња? Сви поткивачи могу да раде у исто време, али једну ногу поткива само један.

212. Жељко, ученик VII разреда, похвали се да је научио једну важну теорему. Покаже Ољи циглу (облика квадра) и каже: „Ако измерим дужину, ширину и висину цигле, могу да израчунам дужину дијагонале AB “ (плава дуж на слици). „Ја не знам ту важну теорему“, рече Оља (ученица IV разреда основне школе), али ја могу само једним мерењем лењиром да одредим дужину дијагонале AB .”

Како ће Оља једним мерењем одредити дужину дужи AB ?



213. Упиши број који недостаје.

214. У пет кутија упаковане су чаше. У једној кутији су чаше масе 95 грама, а све остале су по 100 грама. Не знамо у којој кутији су лакше чаше, јер без мерења то није могуће утврдити. Можемо ли са сигурношћу одредити кутију са лакшим чашама само једним мерењем?

215. Од четири наизглед једнаке куглице, једна је неисправна, јер је тежа или лакша у односу на остале. Мада не знамо да ли је тежа или лакша, можемо са два мерења утврдити која је куглица дефектна. Како?

216. Колико износи трећина и по од 100?

217. Половина половине неког броја је половина. Који је то број? Трећина трећине неког броја је трећина. Одреди тај број.

218. На столу су корпе са мандаринама. У свакој корпи има онолико мандарина колико на столу има корпи. Мандарина има 100. Колико има корпи на столу?

219. Колико су укупно прабака имале све твоје прабаке?
Колико су укупно прадедова имали сви твоји прадедови?

220. Вера је донела са пијаце килограм јагода. Филипу је дала четвртину од укупног броја јагода и још четири јагоде. Од преосталог броја јагода дала је Луки половину и још две јагоде. После тога од преосталих јагода Вера је појела половину и још пола јагоде. Остало је још пет јагода. Колико грама тежи (просечно) једна јагода?

221. Директор зооврта каже новинару:
„У зимовнику имамо 22 животиње са укупно 60 ногу. Четвороногих има два пута више него двоногих.“
Колико је птица у зимовнику?

222. Маја би да купи кифлу, али јој недостаје 15 динара. И Милица би да купи кифлу, али јој недостаје 1 динар. Одлуче да се удруже и заједно купе једну кифлу. Али, опет немају довољно новца. Колико стаје једна кифла? (Цена је цео број.)

223. Дуле је продавао кромпир на пијаци. Све је упаковао у шест цакова и на њима означио количине кромпира у килограмима: 13, 23, 22, 21, 15 и 34. Милојица је купио два цака, а Радојица три цака са кромпиром. Испоставило се да је Радојица купио два пута већу количину него Милојица. Које су цакове купили Милојица и Радојица?

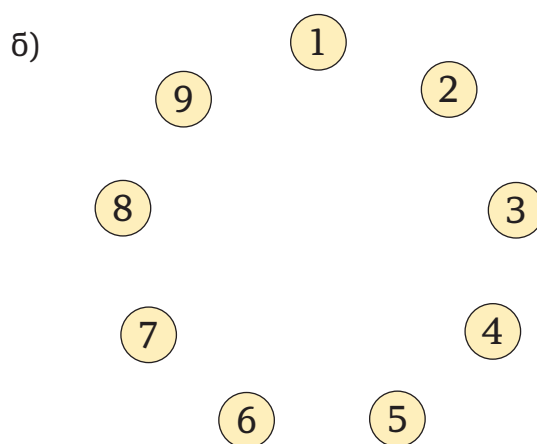
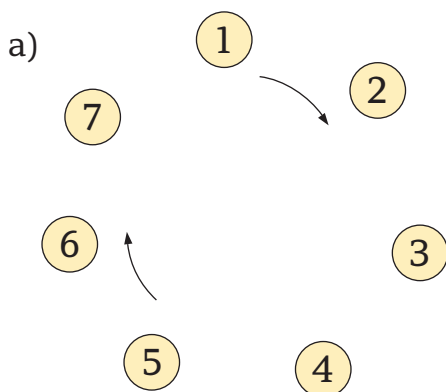
224. Неша је у базен убацио 25 гладних штука (риба грабљивица). Да би се заситила, једна гладна штука мора за кратко време појести три штуке, гладне или сите, свеједно је. После тога, у наредна два дана не једе ништа. Колико је највише штука могло бити у базену следећег дана?

225. Стефан је прве суботе у месецу био на Златибору, а прве суботе после првог петка истог месеца посетио је Дизниленд у Паризу. Следећег месеца Стефан је прве недеље учествовао на такмичењу младих математичара у Београду, а прву недељу после прве суботе провео је на пецању у Улцињу. Шта је Стефан радио 8. марта те године?

11. МАТЕМАТИЧКЕ ИГРЕ

226. Испада десети. Друштво, нпр. на прослави рођендана, поређа се у круг, као на сликама доле. Онда се, почев од учесника број 1, рецимо од слављеника, броји у круг до 10. Десети испада из игре. Даље, почев од следећег, броји се поново до 10 и десети испада. Тако се игра док не остане један учесник. Он је победник. Добија још једно парче торте.

Ако игра седам учесника (слика а)) или 9 (слика б)), које место треба да заузмеш да сигурно побеђујеш?



227. Тачно 100. Цвеле и Вања наизменично саопштавају по један једноцифрен природни број. Сваки пут саопштени број се додаје претходном укупном збиру. Победник је играч који додавањем свог броја достигне збир тачно 100.

Вања прва саопштава свој број. Може ли Цвеле да игра тако да сигурно побеђује?

228. Последњи добија. На столу је гомила од 20 жетона (или новчића, или трешања, или лешника и слично). Душанка и Мића играју следећу игру. Узимају наизменично жетоне са гомиле. Сваки пут сваки играч обавезно узима 1, или 2, или 3 жетона. (Не мора да узме исти број жетона у сваком потезу.) Победник је играч који узме последњи жетон.

Мића је кавалерски дозволио Душанки да почне игру. Ко побеђује?

229. До сто. Дамир и Самир играју са две коцке за „Не љути се човече“. На почетку се договоре ко узима „пар“, а ко „непар“. Онда наизменично бацају две коцке. Сваки пут рачунају збир два броја које покажу коцке. Ако је збир паран број, онда га „узима“ Дамир (ако су се договорили да је његов „пар“). Ако две коцке дају непаран збир, онда га узима Самир. Оба играча стартују од нуле. После сваког бацања један играч увећава свој капитал за збир који му доделе две коцке. Победник је играч који први дође до 100 или више од 100. Може ли играч, који игра паметно, обезбедити победу за себе?

230. Двадесет палидрваца. Ставимо на две гомиле по 10 палидрваца. Два играча наизменично узимају са било које гомиле неколико палидрваца, најмање једно, али тако да после њиховог узимања на гомилама буде међусобно различит број палидрваца. Побеђује играч који узме последње палидрвце.

Постоји ли начин да неки играч себи обезбеди сигурну победу?

231. Игра до 37. Потребан је један жетон или један новчић и правоугаоник подељен на пет квадрата са исписаним бројевима 1, 2, 3, 4, 5, као на слици.

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

Играју два играча. Први играч стави новчић на један од бројева, на пример, на број 3, као на слици и рачуна поене. Према слици, први рачуна 3 поена. Други играч премешта новчић на неки други квадрат и сабира поене. На пример, ако је преместио на квадрат 5, он рачуна: $3 + 5 = 8$ поена. Игра се тако наизменично. Победник је играч који добије збир 37 или онај који натера противника да збиром пређе преко 37.

Да ли постоји победничка стратегија?

232. Превртањем коцке до 25. Потребан реквизит је коцка за „Не љути се човече“. Први играч каже један једноцифрен природни број. Затим, други играч баци коцку и број који покаже коцка (горња страна) дода претходно исказаном броју. Онда први играч, не подижући коцку са стола, окрене коцку за четвртину круга (као у задатку 178), тако да се горе пока-

же један од бројева суседних горњем броју. Тај нови горњи број први играч додаје претходном збиру. (На пример: једноцифрени број је 8, бачена коцка покаже број 3, па други играч рачуна $11 (8+3)$). Онда први окрене коцку и покаже се број 5, па први играч рачуна $11+5=16$). Даље, наизменично окрећу коцку за четвртину круга и сабирају поене. Победник је играч који добије збир 25 или натера противника да добије збир већи од 25.

Може ли неки играч тако водити игру да сигурно побеђује?

233. Погађање броја. Природни бројеви имају занимљиву особину: сваки природни број може да се представи у виду збира неких од бројева: 1, 2, 4, 8, 16, 32,... На основу тога направићемо картице за погађање природног броја од 1 до 31, који неко замисли.

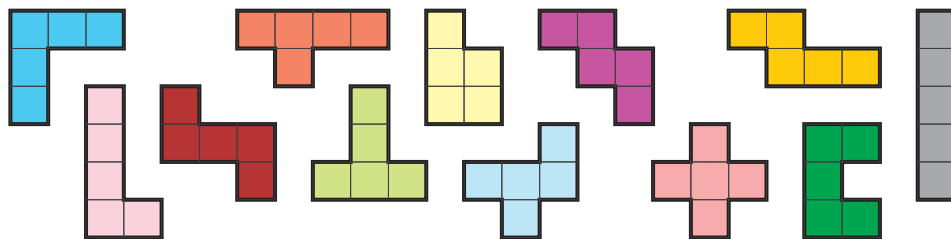
1 9 17 25	2 10 18 26	4 12 20 28	8 12 24 28	16 20 24 28
3 11 19 27	3 11 19 27	5 13 21 29	9 13 25 29	17 21 25 29
5 13 21 29	6 14 22 30	6 14 22 30	10 14 26 30	18 22 26 30
7 15 23 31	7 15 23 31	7 15 23 31	11 15 27 31	19 23 27 31

За почетак, направи пет картончића са бројевима, како је горе учињено. Онда, тражиш од другарице, друга и сл. да замисли природни број мањи од 32. Ти му редом показујеш, један по један картончић, уз питање: „Да ли је овде написан замишљени број”? Он одговара само „Да!“ или „Не!“. Кад добијеш овакве одговоре за свих пет картица, закључиш: „Замислио си број...“ Друштво ће бити запањено како непогрешиво погађаш.

Како се то ради?

234. Пентамине. Нацртајте на картону по два пута сваку од фигура са следеће слике. Изрежите их и обојите са обе стране. (Можете направити и више оваквих гарнитура са 12 фигура). Препоручујемо да дуплирате димензије, ради лакшег манипулисања. Ове фигуре називају се **пентамине**, јер се свака састоји од пет једнаких квадрата. Пожељно је да ови квадрати имају страницу од најмање једног центиметра.

Игру може да игра само један играч, или само два играча, или више играча. Циљ је да се од свих 12 пентамина сложи правоугаоник димензија 6 пута 10 квадрата. Ако играју два или више играча, победник је онај који од својих 12 пентамина први сложи тражени правоугаоник.



Може се игра отежати, тако да се тражи правоугаоник од 5×12 квадрата, или од 4×15 квадрата, или, што је најтеже, од 3×20 квадрата.

235. Увећавање пентамина. Правила игре су као код претходног задатка. Ако игра један играч, онда је циљ да реши слагалицу и да се труди да утроши што мање времена. Ако играју више играча, победник је онај ко први реши слагалицу.

Задатак се састоји у томе да се коришћењем неких 9 пентамина сложи фигура која представља једну, унапред одабрану пентамину, али три пута већих димензија.

236. Шах-пентамине. За игру је потребна шаховска табла и два комплета пентамина, које образују квадрати једнаки пољима шаховске табле. Свака правилно направљена пентамина покрива тачно пет поља шаховске табле. Свака пентамина је обојена са обе стране. Комплекти пентамина се направе у две боје. Згодно је направити један плави и један црвени комплет.

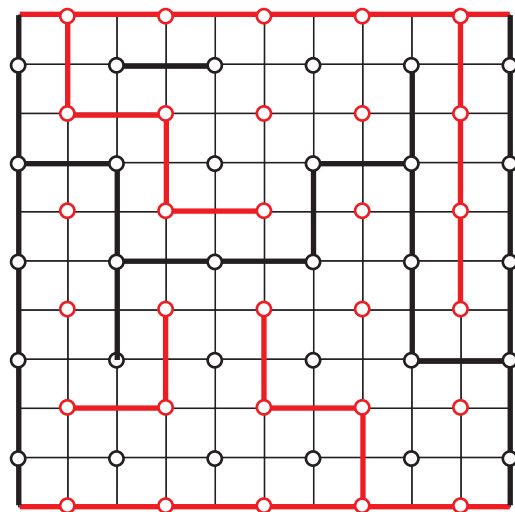
Играју два играча. Први постави по сопственом избору једну своју пентамину, тако да она покрива тачно пет поља шаховске табле. Онда то исто учини други играч, бирајући из свог комплета било коју пентамину. Тако играју наизменично, све док на шаховској табли има места за нову пентамину. Губи онај играч који нема где да постави следећу пентамину.

Ова игра може да се упражњава колективно. Могу се организовати турнири, попут турнира у шаху.

Да ли постоји победничка стратегија?

237. Црвено и црно. Потребно је припремити „терен“ за игру, једну црвену и једну црну оловку (могу и друге комбинације). „Терен“ може

бити квадрат из свеске са квадратном мрежом, са 10×10 поља, или се нацрта као на нашој слици. Означе се црвене и црне тачке као на слици. Два играча, „црвени“ и „црни“, полазе од једне „своје“ тачке са ивице „терена“ и спајају је са једном суседном тачком исте боје. Играју наизменично по један потез. Победник је играч који успе да споји две ивице своје боје непрекинутом линијом своје боје. Играч може започињати више пута, ако га у претходним покушајима противник блокира. На слици је пример једне партије у којој је црни победио. Може да се заврши и без победника.



Ко има веће шансе за победу?

238. Квартет. Игра се на квадратној табли подељеној на 49 квадратних поља, на којој су бројевима од 1 до 7 означени хоризонтални редови, као на слици.

Играју два играча, **црвени** и **зелени**. Први има 24 црвена жетона (црвене дугмиће, плочице, зрна пасуља и слично), а други има 24 зелена жетона.

Играчи наизменично стављају по један свој жетон на слободна квадратна поља, уз строго придржавање следећег правила.

7							7
6							6
5							5
4							4
3							3
2							2
1							1

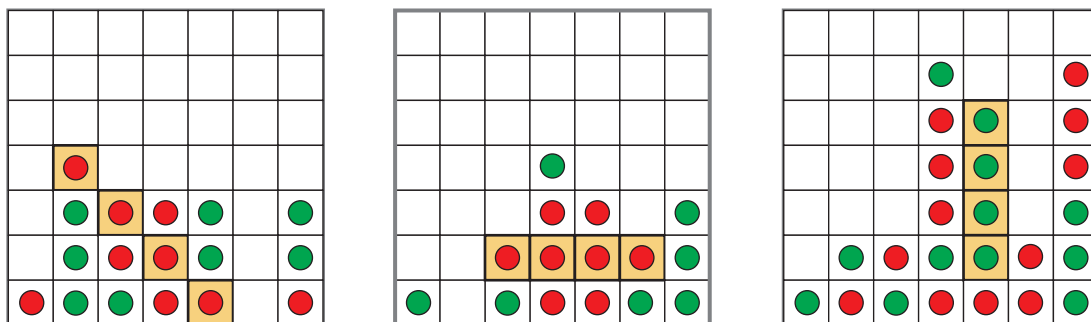
Сваки вертикални ред попуњава се редом, од броја 1 до броја 7, без прескакања.

То значи, на пример, да се жетон не може поставити на поље које је на слици обојено **црвено**, ако на неком од **плаво** обојених поља (бројеви 1, 2 и 3) није већ постављен жетон.

Победник је играч који први добије **квартет**, тј. који први добије низ од

четири узастопна (своја) жетона, и то у хоризонталном или у вертикалном реду, или косо (дијагонално). На следећим сликама видимо могуће завршетке игре. На прве две слике победник је **црвени**.

Да ли постоји победничка стратегија?



Напомена. Може се играти и без жетона. Квадратну „таблу“ представља квадратна мрежа 7×7, нацртана на „каро листу“ свеске за математику, као на претходној слици. Уместо постављања жетона играчи наизменично уписују кружиће или крстиће **црвеном** и **зеленом** (**плавом**) оловком.

239. Минска поља. Треба нацртати квадратну мрежу 10×10, као на слици. Добро је узети два пута веће димензије (једно квадратно поље најмање 2 cm × 2 cm). Црвена и зелена поља су *минска поља*. Играју два или више играча. Сваки играч има свој жетон или фигуру за „Не љути се човече“. Кретање по квадратној мрежи одређује бачена коцка за „Не љути се човече“. Играч може да постави своју фигуру на мрежу тек

100	99	98	97	96	95	94	93	92	91
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
80	79	78	77	76	75	74	73	72	71
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
60	59	58	57	56	55	54	53	52	51
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
40	39	38	37	36	35	34	33	32	31
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
20	19	18	17	16	15	14	13	12	11
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

кад на коцки падне шестица. Тада стартује са жутог поља број 6. Кад играч добије шестицу, може поново да баца. На пример, ако добије шестицу (за улазак у игру), па петицу, он стартује са жутог поља и броји још пет према растућим бројевима. Фигуру ставља на број 11. Ако добије за редом две шестице и тројку, он своју фигуру пребацује за $6 + 6 + 3 = 15$ места. На пример, ако је био на пољу 21, премешта се на 36.

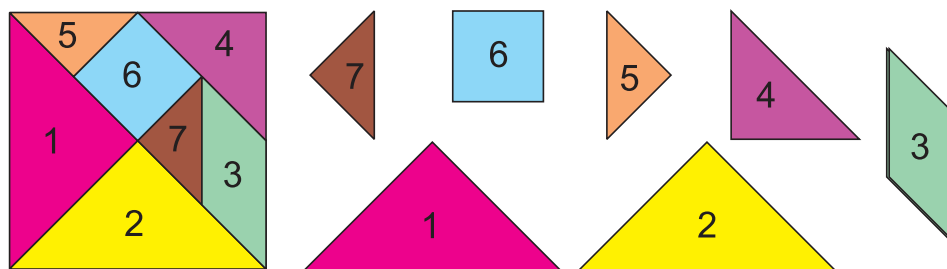
Ако фигура премештањем доспе на црвено минско поље, она се враћа у смеру стрелице. На пример, ако нагази на поље 43, вратиће се на поље 25, одакле наставља нормалан поход ка циљу. Ако нагази на зелено минско поље, биће одбачен напред, у смеру означене стрелице. На пример, ако нагази на поље број 57, биће одбачен на поље 85, итд.

Највећа опасност прети од противничког војника. Ако противникова фигура ступа на поље на коме је већ постављена фигура другог играча, противников војник „убије“ фигуру другог играча, што значи да га избаци из мреже. Избачена фигура може да се врати у игру тек кад поново добије шестицу на коцки.

Побеђује играч који први ступи на жуто поље број 100. На циљу нема прескакања. На пример, ако је на пољу број 98, само са двојком стиже на циљ. Ако добије више од 2, чека ново бацање. Ако добије 6, баца поново итд.

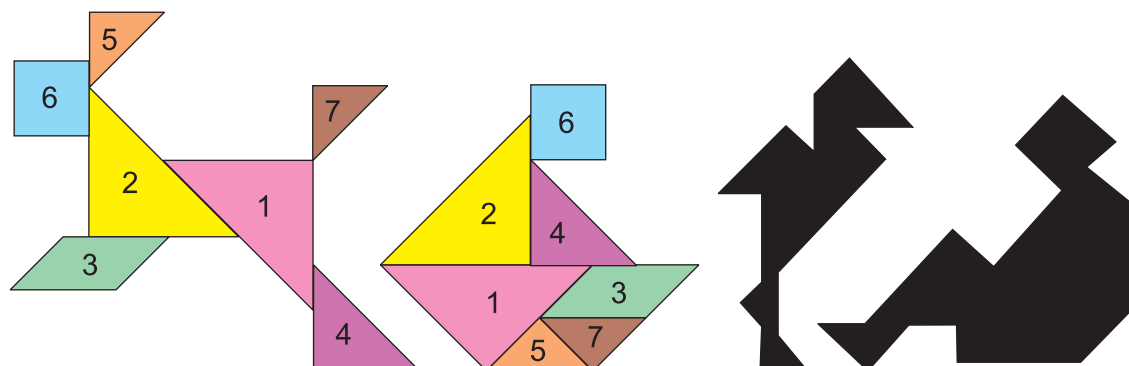
Ово је игра на срећу и искористите је само за разоноду.

240. Танграм. Ово је стара кинеска игра, можда једна од најстаријих уопште. Почетком деветнаестог века ТАНГРАМ је продро у Европу и постао врло популарна разонода. То је игра састављања фигура од седам делова квадрата. Кинески назив за ову игру је Чи-чао-тан. Треба узети квадрат од чвршћег картона, шпер-плоче или пластике и разрезати га као на слици лево. Квадрат је обојен са обе стране, па се делови (слика десно), током слагања могу не само окретати, већ и обртати у простору.



На следећим сликама наводимо примере фигура сложених од ових делова квадрата. Како се добија контура зеца и брода видимо на прве две слике.

Вама за вежбу дајемо да откријете како су начињене фигуре: птица и човек који седи. Пустите машти на вољу, па сами креирајте разне фигуре.



12. ПРЕСИПАЊА

241. Из пуног бурета треба наточити воде у празно буре. Имамо на располагању једну посуду од 5 литара и једну од 3 литра. Како ћемо у празно буре преточити 17 литара воде? А 7 литара? Уводимо посебно ограничење: није дозвољено пресипати воду из једне у другу посуду.

242. Користећи празне лонце од 3 и од 7 литара, наточи из чесме 2 литра воде. Дозвољено је пресипање из лонца у лонац.

243. Смајо је чамцем изашао на пецање. Драган се такође ту нашао са својим чамцем, али је остао без бензина. Замолио је Смају да му позајми тачно литар бензина. Смајо је имао балон од 5 литара, до врха пун бензина и две празне боце, од 2 литра и од 3 литра. Како је Смајо наточио Драгану тачно литар бензина?

244. Из пуног суда од 11 литара воде, треба преточити 3 литра у један од два празна суда, од 5 литара и 7 литара. Како ћемо то учинити?

245. Жељко има балоне од 5 литара и од 3 литра. Може ли он са чесме донети тачно 4 литра воде?

246. Оља има пуно буре вина. Има и канту, која кад се напуни до врха садржи 10 литара и балон од 3 литра. Дошао је купац који жели тачно 8 литара вина. Оља се снашла и, користећи расположиве судове, успела да измери тачно 8 литара вина. Како?

247. Милена је у Бањи Ковиљачи и треба са извора да наточи 11 литара минералне воде. Располаже са две канте, од 10 литара и од 7 литара. Може ли Милена наточити тачно 11 литара?

248. Имамо канту од 14 литара, до врха напуњену водом. Располажемо балоном од 5 литара и празном кантом од 9 литара. Како ћемо из велике канте источити 3 литра воде?

249. Имамо два празна лонца, један од 7, а други од 11 литара. Како ћемо са чесме наточити 6 литара воде?

250. Балон од 10 литара напуњен је вином. Имамо празан балон од 7 литара и лонац од 3 литра. Треба из већег балона преручити у мањи балон тачно 5 литара. Како ћемо то учинити?

251. Имамо два пешчана сата. У једном песак исцури за пет минута, а у другом за три минута. Да бисмо скували ровито јаје, оно треба да стоји у кључалој води тачно седам минута. Како ћемо за доручак припремити ровито јаје уз помоћ ова два пешчана сата?

252. Располажеш са два пешчана сата. Из једног песак исцури за 4 минута, а из другог за 7 минута. Измери помоћу њих 10 минута.

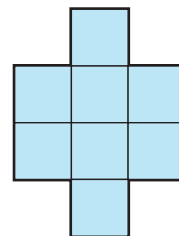
253. Филип има два пешчана сата. У једном песак исцури за 5 минута, а у другом за 9 минута. Може ли Филип користећи ова два пешчана сата, измерити тачно 11 минута?

254. Зоран је позајмио од Филипа два пешчана сата из претходног задатка (за мерење 5 и 9 минута). Треба му контрола времена од 13 минута. Како је Зоран измерио тачно 13 минута?

255. Маја тврди да помоћу два пешчана сата, у којима песак исцури за 5 и 9 минута, може да измери тачно 12 минута. Како то Маја може учинити?

13. ПРЕМЕШТАЊА И ПРЕВОЖЕЊА

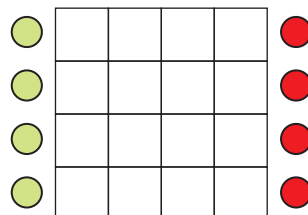
256. Бројеве 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 распореди у квадратна поља фигуре на слици, тако да у свако поље ставиш један број и да два узастопна броја не буду у суседним пољима.



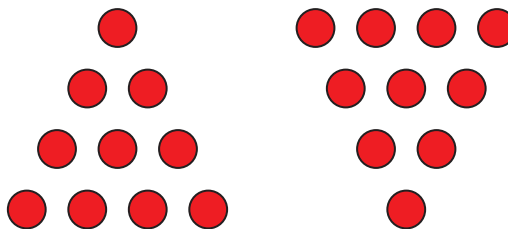
257. У три корпе налазе се јабуке: 12, 14 и 22 комада. Треба са три пребацивања из корпе у корпу изједначити број јабука у све три корпе. Притом, дозвољено је само да се из једне корпе пребаци у другу тачно онолико јабука, колико у другој корпи већ има.

258. Седам новчића поређано је на столу један до другог. Сви су окренути „писмом“ на горе. Дозвољено је одједном окренути пет новчића. Може ли се са неколико оваквих окретања, сваки пут по пет новчића, уредити да у једном моменту свих седам новчића буду окренути грбом нагоре?

259. Распореди 8 жетона на поља квадратне мреже, тако да два жетона исте боје не буду у истом хоризонталном или истом вертикалном реду, а ни у једној истој дијагонали.



260. Новак је сложио на сто 10 жетона, као што је приказано на слици. Онда је Ђорђе преместио само три жетона и добио распоред приказан на другој слици. Како је то Ђорђе учинио?



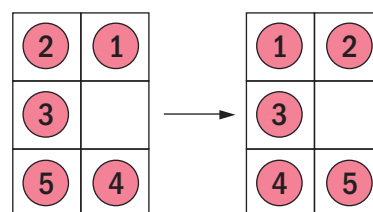
261. Нацртај правоугаоник кога чине седам квадрата као на слици. Постави три жетона једне боје на прва три квадрата и три жетона друге боје на последња три квадрата. Циљ је да ови жетони



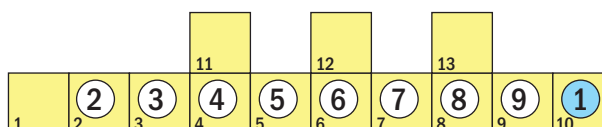
(на слици црвени и зелени) међусобно замене места. Правила кретања жетона су следећа.

1. Црвени жетони крећу се само удесно, а зелени само улево.
2. Жетон се помера на суседни квадрат ако је он празан, или прескаче жетон друге боје ако је иза жетона друге боје празан квадрат.

262. На левој слици је почетни положај жетона са бројевима. Треба жетоне преместити, тако да бројеви буду у природном редоследу, као што се види на слици десно. Празан квадрат служи за премештање жетона. Жетон може да се креће хоризонтално или вертикално, али не и косо – дијагонално.



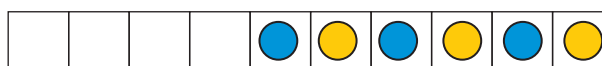
263. Плави жетон, означен бројем 1, треба пребацити у празан квадрат број 1, тако да и остали жетони задрже садашњи положај. (Сваки жетон иде у поље одговарајућег броја.) За маневрисање користе се сва празна поља. Дозвољено је свако премештање лево, десно, горе, доле и косо у празно поље. Није дозвољено прескакање, нити премештање у поље које је заузето другим жетоном.



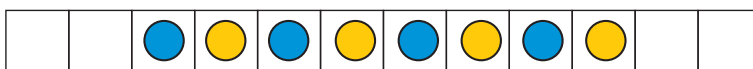
264. Жетоне са слике треба у три потеза испремештати, тако да буду сложени у пет узастопних квадрата, и то редом, два плава, па три жута. Један корак подразумева премештање два суседна жетона у два слободна поља, без мењања њиховог међусобног положаја. При томе не излазимо ван седам нацртаних квадрата.



265. Слично претходном задатку, треба у три корака, под истим условима, шест жетона са слике сложити, тако да у шест узастопних поља имамо редом: три жута, па три плава жетона.



266. Поново премештамо у сваком потезу по два суседна жетона, али кад их поставимо у нови положај, променимо њихов међусобни редослед. На пример, ако пребацимо, редом, плави и жути, у новом положају биће жути и плави. Имамо задатак: у пет описаних потеза пресложити жетоне тако да добијемо редом, четири жута, па четири плава жетона.



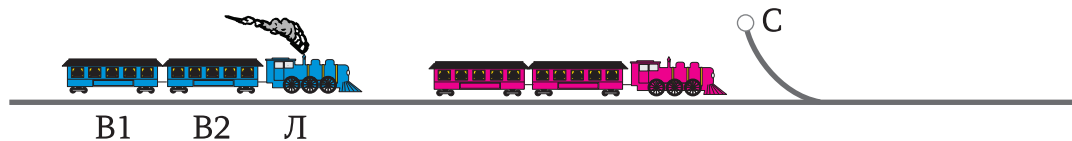
267. Четири композиције сусреле су се на делу пруге са споредним колосеком. Због блокиране скретнице, кретање по споредном колосеку могуће је само у смеру стрелице, слева надесно, како је означено на слици.



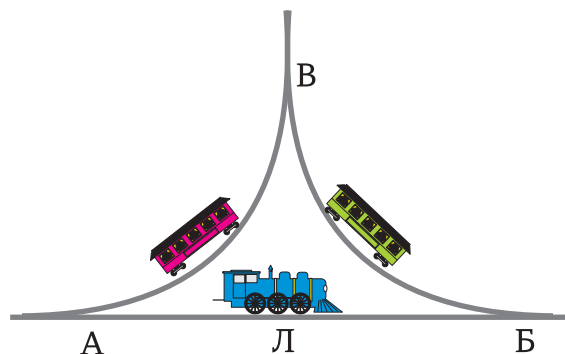
Композиције са слике треба да се мимоиђу, тако да црвени и зелени воз продуже путовање надесно, а плави и наранџасти да продуже налево. Ситуацију отежава чињеница да на споредни колосек може да стане само једна композиција.

Како ће се ова четири воза мимоићи?

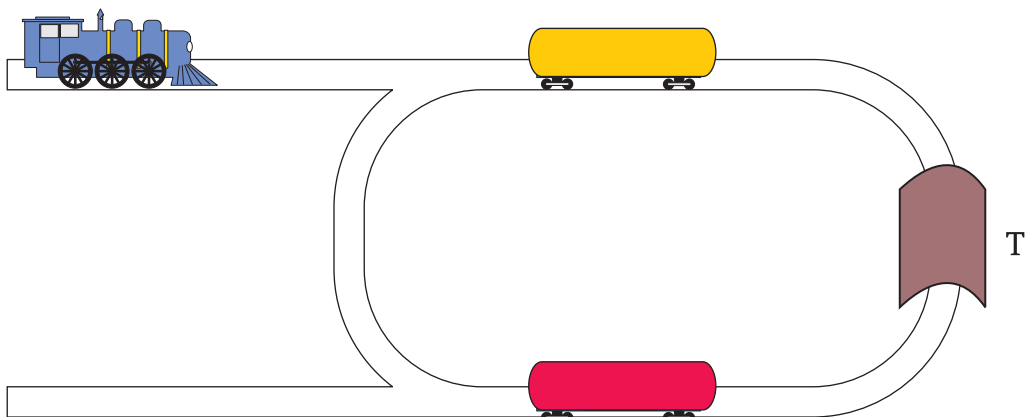
268. Црвени воз је паркиран испред слепог колосека С, па плави воз не може да прође десно, као што је предвиђено редом вожње. Слепи колосек је толико кратак да на њега може да се смести само један вагон или једна локомотива. Треба изманеврисати тако да плави воз пређе десно, а црвени остане паркиран, као што је и сада. Како ћемо то постићи?



269. Користећи скретнице за колосеке А, Б, и В треба изманеврисати локомотивом Л, тако да црвени и зелени вагон замене места и да се потом локомотива Л врати на полазни положај.



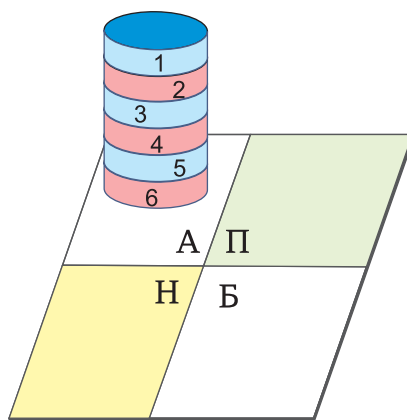
270. Црвени и наранџасти вагон-цистерне, приказане на слици, треба да међусобно замене места. Маневарска локомотива може да пређе кроз тунел Т, али су цистерне широке и не могу кроз тунел. Како ће цистерне заменити места?



271. На столу, подељеном на четири квадратна поља, сложени један на другом, постављени су жетони. Жетони су означени бројевима 1, 2, 3, 4, 5, 6. Непарни су плави, а парни црвени. Сва четири квадрата на столу су означени: жути са Н (непарни), зелени са П (парни), празан бели са Б и квадрат на коме су жетони са А.

Треба преместити *непарне* жетоне на квадрат Н, а *парне* на квадрат П, са што мање потеза. Један потез, подразумева премештање једног жетона на други квадрат. При томе, важе правила: 1° Непарни жетони не могу се стављати на квадрат П, а парни се не могу стављати на квадрат Н. 2° Не може жетон већег броја да се стави изнад жетона мањег броја.

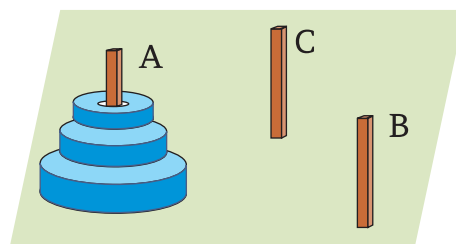
Потезе означавамо, на пример, са $1 \rightarrow \text{Б}$, ако жетон број 1 пребацимо на поље Б.



Пси и мачке треба да замене места у кућицама. Како ће то учинити? (Потребна су 32 претрчавања.)

274. **Ханојска кула.** Ово је дуго била једна од најпознатијих тзв. главоломки, којом су се забављале многе генерације. Ово је једна упрошћена верзија Ханојске куле.

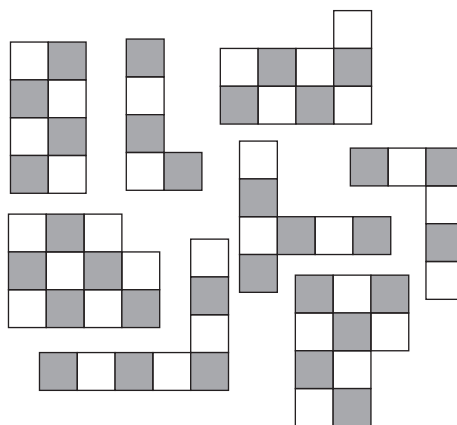
На столу су три вертикална стуба А, В, С и три пробушена диска, који могу да се навуку на стубове. Дискови су различитог пречника и увек ужи диск стоји на ширем. Ни у једном моменту није дозвољено да шири диск буде изнад ужег. (У оригиналној верзији има 8 оваквих дискова.)



Задача. Треба преместити дискове са стуба А на стуб В, уз услове:

- 1° Сваки пут пребацује се само један диск.
- 2° Не сме се ставити шири диск на ужи.
- 3° Дозвољено је користити и стуб С.

275. Пажљиво осмотри осам фигура датих на слици. Правилним слагањем, од ових фигура можеш направити шаховску таблу. На картону нацртај ове фигуре, тако да су поља шаховске табле 2 центиметра. Исеци их и стрпљиво сложи.



II РЕШЕЊА ЗАДАТАКА



1. ОСНОВНЕ РАЧУНСКЕ ОПЕРАЦИЈЕ

1. Једноцифрени бројеви су: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9. Укупан збир износи 45, па је збир бројева у свакој групи 15. Има више решења, на пример: 1, 6, 8, затим 2, 4, 9 и 0, 3, 5, 7. (Нула не утиче на збир, па може бити у свакој групи.)

2. а) Збир два наспрамна броја је 25. Недостају бројеви 14 и 6.
б) Производ два унакрсна броја износи 60. (Имамо парове: $4 \cdot 15 = 60$ и $20 \cdot 3 = 60$). Недостају бројеви 5 и 6.

3. а) Разлика одговарајућих бројева је 12. Недостају бројеви 21 и 15.
б) Количник одговарајућих бројева је 7. Недостају бројеви 35 и 15.

4. То су бројеви: 1, 2 и 3. Наиме, $1 + 2 + 3 = 6$ и $1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$. Постоје и два природна броја са истом особином: $2 + 2 = 4$ и $2 \cdot 2 = 4$.

5. а) На пример: $5 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 5$.
б) На пример: $2 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 3$.

6. Током 24 сата са 24 откуцаја биће оглашено сваких пола сата. До подне, пуни сати биће оглашени са укупно $1 + 2 + 3 + \dots + 12$, што износи 78 откуцаја. Ових 78 откуцаја поновиће се после поднева, до поноћи. Укупно се може чути 180 откуцаја (то је $24 + 78 + 78$).

7. После узимања лешника, у првој корпи има за 8 више него у другој. То значи да је из друге корпе узето за 8 лешника више него из прве. Дакле, из прве је узето 16, а из друге 24 лешника ($16 + 24 = 40$). Онда је пре узимања у обе корпе било по 56 лешника ($40 + 16 = 56$ и $32 + 24 = 56$).

8. За 15 тачно урађених задатака добија се $15 \cdot 4 = 60$ поена, а за 5 не-урађених одузима се $5 \cdot 3 = 15$ поена. Дакле, за одличну оцену треба $60 - 15 = 45$ поена. Милица је зарадила одличну оцену, јер је добила и више од 45 поена.

9. Ако добијени, смањени број, помножимо са 10 добићемо првобитни број. То значи да је првобитни број имао цифру јединица 0 и управо је та нула избрисана. У случају да се почетни број завршава са две нуле, може бити избрисана цифра десетица, а то је опет 0.

10. Ако се броју слева допише цифра 1, он се повећа за 100. Производ се повећао за 2800 и то показује да је други множилац број 28. Према томе, ако првом множиоцу додамо број 1, производ ће се повећати за $1 \cdot 28$, тј. за 28.

11. а) $25 \cdot 13 \cdot 4 = (4 \cdot 25) \cdot 13 = 100 \cdot 13 = 1300$.

б) $8 \cdot 17 \cdot 125 = (8 \cdot 125) \cdot 17 = 1000 \cdot 17 = 17000$.

в) $8 \cdot 25 \cdot 21 \cdot 125 \cdot 4 = (8 \cdot 125) \cdot (25 \cdot 4) \cdot 21 = 1000 \cdot 100 \cdot 21 = 1000 \cdot 2100 = 2100000$.

12. а) $12 + (x + y) - 15 = 12 + 37 - 15 = 34$; б) $x - 13 + y = (x + y) - 13 = 37 - 13 = 24$.

в) $100 - x - y = 100 - (x + y) = 100 - 37 = 63$.

13. а) $a + 102 - b = (a - b) + 102 = 1208 + 102 = 1310$.

б) $a + 57 - (b + 65) = a + 57 - b - 65 = (a - b) + 57 - 65 = 1208 + 57 - 65 = 1265 - 65 = 1200$.

в) $(a - 99) - (b + 109) = a - 99 - b - 109 = (a - b) - 99 - 109 = 1208 - 99 - 109 = 1109 - 109 = 1000$.

14. а) $25x \cdot 4y = (25 \cdot 4) \cdot (x \cdot y) = 100 \cdot 27 = 2700$.

б) $y \cdot 8 \cdot x \cdot 125 = (x \cdot y) \cdot (8 \cdot 125) = 27 \cdot 1000 = 27000$.

15. Видимо да је $208 : 13 = 16$. Рачунамо: за сваких 13 страна Маја ут-роши 23 минута, па јој је потребно $23 \cdot 16$, односно 368 минута, да прочита целу књигу. (То је 6 сати и 8 минута.)

16. $9 \cdot 37037 = 333333$ и $6 \cdot 37037 = 222222$, јер је $9 = 3 \cdot 3$ и $6 = 2 \cdot 3$.

17. Сваки од пет трактора узоре за пет сати свој хектар њиве. Онда ће и осам трактора **за пет сати** узорати осам хектара.

18. За нула сати. Ова три косца немају шта да косе, јер су два поменута косца већ покосила ту ливаду.

19. Ако гуска и по за дан и по снесе јаје и по, онда једна гуска за дан и по снесе једно јаје. (Наравно, није могуће да гуска и по, тј. „гуска и још пола гуске“ носе јаја. Појам „пола гуске“ треба схватити фигуративно.) Онда ће шест гусака за дан и по снети шест јаја. Четири „пута“ дан и по је шест дана, па ће за шест дана шест гусака снети четири пута више јаја, него за дан и по. Дакле, шест гусака ће за шест дана снети 24 јајета.

20. На пример: а) $27 - (35 - 3) : 16 = 25$; б) $35 - 16 - 27 : 3 = 10$;
в) $3 - 16 : (35 - 27) = 1$.

21. До броја 12. Број 13 не можемо добити.

22. На пример: $2 \cdot (2 - 2) + 2 : 2 = 1$; $2 + 2 + 2 - 2 - 2 = 2$; $2 + 2 : 2 + 2 - 2 = 3$;
 $(2 + 2 + 2 + 2) : 2 = 4$; $2 + 2 + 2 + 2 - 2 = 6$; $2 + 2 + 2 + 2 : 2 = 7$; $2 \cdot 2 \cdot 2 + 2 - 2 = 8$;
 $2 \cdot (2 + 2) + 2 : 2 = 9$.

23. $1 + 1 + 1 - 1 - 1 - 1 = 0$; $(1 + 1 + 1) : (1 + 1 + 1) = 1$; $(1 + 1 + 1 + 1) : (1 + 1) = 2$;
 $1 \cdot (1 + 1 + 1) + 1 - 1 = 3$; $1 + 1 + 1 + 1 + 1 - 1 = 4$; $1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$;
 $(1 + 1) \cdot (1 + 1 + 1) + 1 = 7$; $(1 + 1) \cdot (1 + 1 + 1 + 1) = 8$; $(1 + 1 + 1) \cdot (1 + 1 + 1) = 9$.

24. На пример: $4 + 4 - 4 - 4 = 0$; $4 : 4 + 4 - 4 = 1$; $4 : 4 + 4 : 4 = 2$; $(4 + 4 + 4) : 4 = 3$;
 $4 + (4 - 4) : 4 = 4$; $(4 \cdot 4 + 4) : 4 = 5$; $4 + (4 + 4) : 4 = 6$; $4 + 4 - 4 : 4 = 7$;
 $4 + 4 + 4 - 4 = 8$; $4 + 4 + 4 : 4 = 9$.

25. а) На пример: $(5 - 5) \cdot (5 + 5 + 5) = 0$; $5 : 5 + 5 \cdot (5 - 5) = 1$; $(5 + 5) : 5 + 5 - 5 = 2$;
 $(5 + 5) : 5 + 5 : 5 = 3$; $(5 + 5 + 5 + 5) : 5 = 4$; $5 + 5 + 5 - 5 - 5 = 5$; $5 + 5 : 5 + 5 - 5 = 6$;
 $5 + 5 : 5 + 5 : 5 = 7$; $(5 + 5 + 5) : 5 + 5 = 8$; $(5 \cdot 5 - 5) : 5 + 5 = 9$.

б) Слично претходним задацима. Има више решења.

26. $9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 99$.

27. На пример: $(1 \cdot 2 \cdot 3 - 4) \cdot 5 = 10$ или $(1 \cdot 2 + 3) \cdot 4 \cdot 5 = 100$.

28. $1 + 23 + 4 + 5 + 67 = 100.$

29. На пример: $7 + 7 - 7 - 7 = 0$, $7 : 7 + 7 - 7 = 1$, $7 : 7 + 7 : 7 = 2$, $(7 + 7 + 7) : 7 = 3$, $77 : 7 - 7 = 4$, $7 - (7 + 7) : 7 = 5$, $(7 \cdot 7 - 7) : 7 = 6$, $7 \cdot (7 - 7) + 7 = 7$, $(7 \cdot 7 + 7) : 7 = 8$, $7 + (7 + 7) : 7 = 9$, $(77 - 7) : 7 = 10.$

30. На пример: а) $(9 - 8 - 7 + 6) \cdot 5 + 4 - 3 + 2 - 1 = (1 - 7 + 6) \cdot 5 + 1 + 1 = (7 - 7) \cdot 5 + 2 = 2$;
б) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 \cdot 9 = 100.$

31. $888 + 88 + 8 + 8 + 8 = 1000.$

32. Дописивањем прве нуле добијамо број 4507. Како је $4507 - 457 = 4050$, број 457 се повећао за 4050. Дописивањем друге нуле број 4507 постаје 40507, што показује да се повећао за 36000.

33. Неисправан дељеник је: $39 \cdot 71 + 12 = 2769 + 12 = 2781$. Онда је тачан број 2431. Дељењем $2431 : 39$ добијамо тачан количник, број 62 и тачан остатак, број 13.

34. а) Збир је $30 \cdot 61 = 1830$. б) Збир је $50 \cdot 301 = 15050$.
в) $1 + 39 = 40 = 2 + 38 = \dots = 19 + 21$. Оваквих парова има 19, али остао је без пара средњи број, број 20. (Имамо непаран број сабирака.) Збир је $19 \cdot 40 + 20 = 760 + 20 = 780$.
г) $1 + 35 = 36 = 3 + 33 = \dots = 17 + 19$. Има 9 оваквих парова, па је збир $9 \cdot 36 = 324$.

35. Рачунамо: $2 + 4 + 6 + \dots - 1 - 3 - 5 - \dots = (2 - 1) + (4 - 3) + (6 - 5) + \dots = 1 + 1 + 1 + \dots = 100$, јер имамо тачно сто оваквих разлика.

36. Нека је Игор замислио број $3x$. На листу су онда записани бројеви: $9x$ (три пута већи), x (три пута мањи), $3x + 3$ (за три већи) и $3x - 3$ (за три мањи). Кад је сабрао ова четири броја, добио је: $9x + x + 3x + 3 + 3x - 3 = 80$. Како је $3 - 3 = 0$, биће $16x = 80$, па је $x = 80 : 16$, тј. $x = 5$. Игор је замислио број $3x$, а то је број 15.

37. За 6 јабука треба платити колико за 8 крушака. С друге стране, ако 2 јабуке теже колико 3 крушке, онда 6 јабука тежи колико 9 крушака. Закључујемо да су крушке скупље од јабука.

38. Биће три нуле; једна је због множења са 10, друга због $2 \cdot 5 = 10$ и трећа због $4 \cdot 15 = 60$.

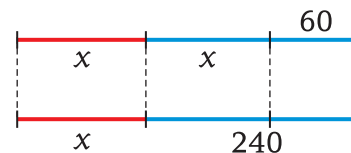
39. Кад би све гајбе садржале по 8 боца, онда би у 24 гајбе било $8 \cdot 24 = 192$ боце. Вишак од 108 боца ($300 - 192 = 108$) настаје због гајби у које је спаковано по 20 боца, односно по 12 боца више него у мањим гајбама. Како је $108 : 12 = 9$, то значи да је било 9 гајби са 20 боца (укупно 180 боца) и 15 гајби са 8 боца (укупно са 120 боца). Било је 15 гајби са 8 боца.

40. Рачунајући и дечије ноге, било је столица са 5 ногу и столица са 6 ногу. Да су све столице имале по 3 ноге, онда би било укупно $18 \cdot 5 = 90$ ногу. Будући да је ногу укупно 101, тј. 11 више, значи да столица са четири ноге има 11. Онда, столица са три ноге има 7.

41. Кад би све било спаковано у кесе од 5 килограма, онда би било спаковано $20 \cdot 5 = 100$ килограм брашна. Брашна има 79 килограма, што је за 21 килограма мање. То показује да су коришћене и кесе од 2 килограма. Ако брашно упакујемо у мању кесу (од 2 килограма) уместо у већу (од 5 килограма), количина брашна смањи се за 3 килограма. Значи, за 21 килограм мање употребљено је 7 кеса од 2 килограма (јер је $21 : 3 = 7$). Било је укупно 20 кеса, што показује да је било 13 кеса од 5 килограма (јер је $20 - 7 = 13$).

42. Укупан број излетника је $218 + 8 = 226$. Ако би свих 5 аутобуса било са 42 седишта, онда би могли да повезу укупно $5 \cdot 42 = 210$ излетника. Остало би без превоза њих 16. Али, ако у два аутобуса седне по 8 путника више, онда ће бити места тачно колико треба. Значи, ангажована су два аутобуса са по 50 места и 3 аутобуса са 42 места.

43. Означимо са x дужину остатка друге греде. На слици видимо да је дужина прве греде пре сечења била $2x + 60$, а друге $x + 240$. Са слике такође видимо да је $x + 60 = 240$ (плаво обојено). Из ове две једнакости следи да је $x = 240 - 60$, односно $x = 180$ центиметара. Дакле, пре сечења греде су биле дужине по 420 центиметара (то је $180 + 240$).



44. Без оне четири године биће 96 година. То чини дедине године и по. Дакле, $96:3$ представља половину броја дединих година. Како је $96:3=32$, Лана је закључила да деда има 64 године (то је $32 \cdot 2$).

45. Дужина баште је $80 \cdot 150=12000$ центиметара. Онда је Стефан из-бројао $12000:50=240$ корака.

46. За три лопте недостаје им укупно 850 динара ($120+340+390$), а кад купе једну, остаје им 60 динара. Дакле, за две лопте треба 910 динара ($850+60$), па је цена лопте 455 динара. (Стефан је имао 335 динара, Урош 115 и Лука 65.)

47. За куповину 6 кугли сладоледа недостаје им укупно 105 динара ($75+30$), а за 4 кугле недостаје им 25 динара. Закључујемо да 2 кугле стају 80 динара ($105-25$). Дакле, кугла сладоледа стаје 40 динара. Ивона је имала 90 динара (за 3 кугле недостаје јој 30 динара), а Урош је имао 45 динара. После куповине сладоледа (Ивона две кугле и Урош једну), остало им је новца: Ивони 10, а Урошу 5 динара.

48. Саберемо познату количину у другој и трећој са количином у четвртој и петој гајби: $50+55=105$ килограма. Како је у свих пет гајби укупно 140 килограма, одмах закључујемо да је у првој гајби 35 килограма ($140-105=35$). Сада из збира количина у прве две гајбе (63 килограма) и количине у првој (35 килограма) утврдимо да у другој гајби има 28 килограма ($63-35=28$). Поступајући слично, даље редом одредимо да је у трећој гајби 22 килограма, у четвртој 32 килограма и у петој 23 килограма.

49. Ако пола посла вреди 500 динара + коса, онда цео посао вреди 2 пута више, а то је 1000 динара + 2 косе. То је исто колико и 2000 динара + 1 коса (како је склопљен посао). Поређењем ове две једнаке вредности лако закључујемо да 1 коса вреди 1000 динара.

50. Ако трећина посла вреди колико лопата, колица и 500 динара, цео посао вреди 3 пута више, односно вреди колико три лопате, троја колица и 1500 динара. Из договора Васкета и Горана знамо да је то уствари 7500 динара, плус лопата и колица. Кад упоредимо ове две једнако вредне количине, уочимо да две лопате и двоје колица вреде 6000 динара. Дакле, лопата и колица вреде 3000 динара.

2. ДЕШИФРОВАЊЕ РАЧУНСКИХ ОПЕРАЦИЈА

51. Очигледно је $A=1$. Онда је $B=8$. (Лако се уверимо да не може бити $B=9$, нити је B мање од 8.) Следи да је $V=0$ и $\Gamma=6$, па је дат збир: $1+18+180+1806=2005$.

52. Првобитни број је $5abc$, који после премештања цифре 5 постаје $abc5$.
По услову је $\begin{array}{r} 5\ a\ b\ c \\ +\ 2\ 5\ 8\ 3 \\ \hline a\ b\ c\ 5 \end{array}$. Одмах видимо да је $c=2$. Онда из $\begin{array}{r} 5\ a\ b\ 2 \\ +\ 2\ 5\ 8\ 3 \\ \hline a\ b\ 2\ 5 \end{array}$ од-

редимо да је $b=4$. На крају слично добијемо $a=8$. Тражени број је 5842.

53. Тражени четвороцифрени број је облика $ab00$, или $a0b0$, или $a00b$. По услову он представља збир $3033+ab$. Лако се уверимо да не може бити $3033+ab=ab00$, ни $3033+ab=a00b$. Остаје услов: $3033+ab=a0b0$. Одмах видимо да је $a=3$, а због $3+b=10$, је $b=7$. Тражени број је 3070.

54. По услову, први број је $abc0$, а други abc и притом је $abc0+abc=9361$. Одавде видимо да је $c=1$, па имамо: $ab10+ab1=9361$. Из последњег сабирања лако уочимо да је $b=5$. Дакле, знамо да је $a510+a51=9361$. Очигледно је $a=8$. Тражени бројеви су 8510 и 851.

55. Из множења видимо да је $ABV \cdot V = ABV$, па је $V=1$. Из сабирања видимо да је $V+V=B$, тј. $1+1=B$, па је $B=2$. Из сабирања такође видимо да је $B+V=A$, тј. $2+1=A$, па је $A=3$. Онда из множења још одредимо да је $\Gamma=A+B$, односно $\Gamma=5$.

56. Производ $7^* \cdot *$ биће двоцифрен, само ако је то $7^* \cdot 1$. Дакле, други чинилац је број 11. Цифра јединица производа, цифра 5, показује да је први чинилац број 75. Дакле, ради се о множењу $75 \cdot 11=825$.

57. Како је $^{**} \cdot *$ двоцифрен, а $^{**} \cdot 2$ троцифрен број, закључујемо да је у питању множење $^{**} \cdot 21$. Цифра јединица производа, цифра 2, показује да је први множилац $*2$. Цифра десетица производа је 2 и она се добија као збир $*+4=12$, где је очигледно $*=8$, а то је цифра десетица првог множиоца. Дакле, имамо множење $82 \cdot 21=1722$.

58. Из производа видимо да је други множилац $*1$ или $*6$. Како је $* \cdot 126$ четвороцифрен број, други множилац мора имати цифру десетица већу од 7. Према томе, задата је једна од могућности: $126 \cdot 81$, или $126 \cdot 86$, или $126 \cdot 91$, или $126 \cdot 96$. Провером утврдимо да производ има облик $1*2*6$ само ако је у питању множење $126 \cdot 81 = 10206$.

59. Цифра јединица првог множиоца је 3, јер је $3 \cdot 7 = 21$. Будући да му је цифра десетица 0, закључујемо да је први множилац 303. Прва цифра другог множиоца је 5, због $3 \cdot * = 15$. Коначно, имамо производ: $303 \cdot 57 = 17271$.

60. Очигледно је цифра јединица другог множиоца цифра 4. Онда је $*23 \cdot 4 = 2092$, па је први множилац 523. Према шеми је $523 \cdot * = ***1$, па имамо $523 \cdot 7 = ***1$ итд. Шема приказује множење $523 \cdot 74$, па га лако реконструишемо.

61. Цифра јединица првог множиоца је 4, због $* \cdot *7 = ..8$. Прва цифра је 1, јер је већ $224 \cdot 7$ четвороцифрен број, а видимо да је $*24 \cdot 7 = ***$. Како је $124 \cdot * = ****$, следи да је прва цифра другог множиоца 9. (Видимо да је $124 \cdot 8 = 992$, а треба да добијемо четвороцифрен производ.) Дакле, имамо множење: $124 \cdot 97 = 12028$.

62. Цифра десетица количника је 5, јер се једино $7 \cdot 5$ завршава цифром 5. Слично закључујемо да је цифра јединица количника 3. Имамо, дакле, количник $****: *7 = 53$. Одавде је $**** = *7 \cdot 53$, па је цифра јединица дељеника 1. Како је $*7 \cdot 5$ троцифрен број а $*7 \cdot 3$ двоцифрен, следи да је деоцифр $*7 = 27$. Даље је лако открити остале непознате цифре: $1431:27 = 53$.

63. Прва цифра количника је 5, јер је $5 \cdot 1212 = 6060$. Друга цифра количника је 0, јер је 606 мање од 1212. И трећа цифра количника је 5. Како је $505 \cdot 1212 = 612060$, следи да имамо дељење $612060:1212 = 505$.

64. а) Из постављене једнакости следи да је $11 \cdot *9* = ***1*$. Да би производ троцифреног броја и броја 11 био петороцифрен, прва цифра троцифреног множиоца мора бити 9, а прва цифра петороцифреног производа је 1. Имамо, дакле: $11 \cdot 99* = 1**1*$. Цифра десетица 1 код производа одређује да је $99* = 992$. (Непосредном провером лако се уверимо да је то једина могућност.) Према томе, имамо $11 \cdot 992 = 10912$ или $10912:11 = 992$.

б) Слично случају а), из $*3 \cdot 3* = 3**$, закључујемо да је $*3 = 13$, јер је у противном $*3 \cdot 3*$ веће од $3**$. Слично закључимо да је $3* = 30$, јер је већ $13 \cdot 31 = 403$, а то је веће од $3**$. Дакле, имамо $13 \cdot 30 = 390$ или $390:13 = 30$.

65. а) Множењем АБВ са Г и са Д не добијамо производ АБВ, па је $G > 1$ и $D > 1$. Из $B \cdot D = *B$ закључујемо да је $B = 5$ и Д је непарно, па је $D = 3$, или $D = 7$, или $D = 9$. Провером утврдимо да једино $D = 7$ задовољава услове. Даље, утврдимо да је $B = 2$, затим $A = 1$, $E = 8$, а $I = 6$, $K = 4$ и $G = 3$. Имамо производ $125 \cdot 37 = 4625$.

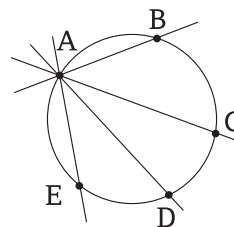
б) Имамо два реда звездица, што значи да је $T = 0$. Слову О одговара цифра 2 или 3, јер је $O \cdot O = A < 10$. Притом је $O \cdot \text{СТО}$ четвороцифрен број. Провером утврдимо да је $O = 3$ и $C = 4$. Дакле, имамо множење $403 \cdot 403 = 162409$.

3. ПРЕБРОЈАЊЕ

66. Има их 18.
То су: 17, 27, 37, ..., 67, 87, 97, 70, 71, ..., 77, 78, 79.

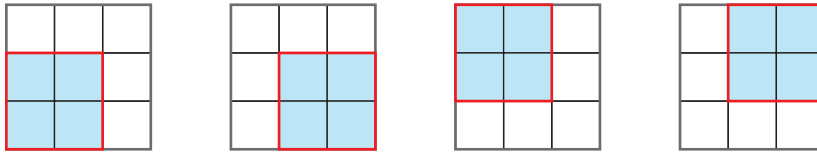
67. Од 200 до 299, као и од 400 до 499, цифра 3 написана је онолико пута, колико и код исписивања бројева од 1 до 99. Бројимо цифру 3 у бројевима: 3, 13, 23, 43, 53, 63, 73, 83, 93 (9 пута) и у бројевима: 30, 31, 32, 33, ..., 39 (11 пута). Дакле, од 200 до 299 и од 400 до 499 цифра 3 написана је укупно $2 \cdot (9 + 11) = 2 \cdot 20 = 40$ пута. Од 300 до 399, цифра 3 на месту стотина написана је 100 пута. На местима десетица и јединица коришћена је 20 пута (као и од 1 до 100). Укупно, цифра 3 је написана $40 + 100 + 20 = 160$ пута.

68. На слици видимо четири праве које повлачимо из тачке А. Даље, кроз тачку В можемо повући нове три праве: ВС, ВД и ВЕ. Имамо још следеће праве: СД, СЕ и ДЕ. Укупно, може се повући 10 правих.



69. Има 5 квадрата, од којих су 3 мања, са вертикално постављеном дијагоналом.

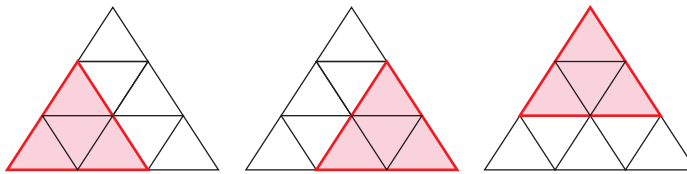
70. Можемо уочити 9 малих квадрата, на које је подељен 1 велики квадрат (који садржи девет малих). Осим тога, можемо уочити још 4 квадрата, од којих сваки садржи по четири мала. Они су означени појединачно на следећим сликама. Дакле, има укупно $9 + 1 + 4 = 14$ квадрата.



71. Имамо 16 малих квадрата, затим 9 квадрата који садрже по четири мала квадрата, 4 квадрата који садрже по девет малих и 1 велики (садржи свих 16 малих квадрата). Има укупно $16 + 9 + 4 + 1 = 30$ квадрата. Препоручује се цртање појединачних слика приликом пребројавања квадрата који садрже четири, односно девет малих квадрата, слично горњој слици.

72. а) Дијагонале се секу и деле квадрат на 4 једнака троугла, четвртине квадрата. Једна дијагонала дели квадрат на 2 једнака троугла, а исто тако и друга дијагонала. Има укупно $4 + 2 + 2 = 8$ троуглова.

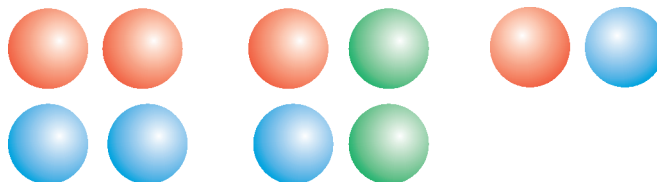
б) Нека је дужина стране великог троугла 3 (центиметра). Онда има 1 троугао стране 3, затим 9 троуглова стране 1 и 3 троугла стране 2. (Ова 3 видимо на слици). Укупно је 13 троуглова.



73. Поред два наведена, има још 14 троуглова: ACE, AGF, BCG, CDG, DEG, EFG, ACG, CGE, AGE, AED, CAF, CEF, AEB и CEB.

74. Посматрајући само хоризонталне и вертикалне дужи, можемо уочити 14 квадрата. (Види задатак 70.) Посматрајмо косе линије. Уочавамо 12 мањих и 5 два пута већих квадрата. Дакле, има укупно $14 + 12 + 5 = 31$ различитих квадрата.

75. Могу поделити на пет начина. На слици видимо како може узети Урош. Стефан узима три преостале куглице.



4. ПРОБЛЕМИ НУМЕРАЦИЈЕ

76. То су бројеви: 1111, 1012, 1021, 1102, 1120, 1201, 1210, 2011, 2101, 2110, 1003, 1030, 1300, 3001, 3010, 3100, 2002, 2020, 2200 и 4000. Укупно има 20 таквих бројева.

77. Цифре су 1, 1, 1 и 3, а бројеви су 1113, 1131, 1311 и 3111.

78. Цифре су 1, 1, 1 и 4 или 1, 1, 2 и 2, а бројеви су: 1114, 1141, 1411, 4111, 1122, 1212, 1221, 2112, 2121, 2211. Има их десет.

79. Има 10 бројева којима су прва и трећа цифра 1. (То су 101, 111, 121, 131, 141, 151, 161, 171, 181 и 191.) Будући да имамо 9 могућности за избор прве цифре, тражених бројева биће $10 \cdot 9 = 90$.

80. Наводимо по једно од могућих решења:
а) $97531 + 86420 = 183951$; б) $98765 - 10234 = 88531$.

81. а) Највећи је 600000, а најмањи 100005.
б) Највећи је 111000, а најмањи 100011.

82. У шестој десетици (од 51 до 60) цифра 5 запише се 10 пута, у петој десетици 2 пута (45 и 50) и у осталим по једном (5, 15, 25 итд.). Цифру 5 Горан је записао укупно 20 пута ($10 + 2 + 8$).

83. Првих девет страна нумеришемо једноцифреним бројевима (9 цифара). Од 10. до 99. стране уписујемо 90 двоцифрених бројева ($90 \cdot 2 = 180$ цифара). За последњу страну користимо број 100 (три цифре). Укупно је употребљено $9 + 180 + 3 = 192$ цифре.

84. За стране од 1. до 9. употребљено је 9 цифара. Од 10. до 99. стране има 90 двоцифрених бројева, за које је употребљено $90 \cdot 2 = 180$ цифара. Преостале стране, има их 421 (јер је $520 - 99 = 421$), нумерисане су троцифреним бројевима. За њих је потребно још $421 \cdot 3 = 1263$ цифре. Укупно је употребљено $9 + 180 + 1263$, односно 1452 цифре.

85. Из претходног задатка видимо да је 189 цифара потребно да се нумеришу стране од 1. до 99. За остале стране, означене троцифреним бројевима остало је 885 цифара (то је $1074 - 189$). Значи, има још $885 : 3 = 295$ страна. Укупно, ова књига има $295 + 99 = 394$ стране.

86. Као у претходном задатку, избројимо да је нумерисано укупно 603 стране. Овај број је непаран, што значи да је последња, 604. страна празна, па није нумерисана. Књига има $604 : 2 = 302$ листа.

87. За стране од 1. до 99. употребљено је 189 цифара. Остале цифре, укупно 64 треба да припадају троцифреним бројевима. Међутим, 64 не може да се подели са 3 без остатка. Дакле, Ивона није тачно избројала.

88. Одредимо који је последњи написани број. За једноцифрене и двоцифрене бројеве написао је $9 + 180 = 189$ цифара. Остале цифре, њих 273 (то је $462 - 189$), користио је за троцифрене бројеве. Тих бројева има $273 : 3 = 91$. То су: 100, 101, 102, ..., 190. Последњи је број 190. Одредимо колико је пута написана цифра 6.

До 100, на месту јединица, цифра 6 појављује се у свакој десетици по једном: 6, 16, 26, ..., 86, 96. То је укупно 10 пута. На месту десетица, у бројевима 60, 61, 62, ..., 68, 69, записује се још 10 пута. Од 1 до 100 цифра 6 написана је 20 пута. Од 100 до 200 такође, појављује се 20 пута. Урош је писање завршио бројем 190, па није стигао до 196. Због тога имамо једну цифру 6 мање. Укупно је 39 пута написао цифру 6.

89. а) Цифре 1, 2, 3, 4 и 5 појављују се по 17 пута.
б) Цифре 0, 7, 8 и 9 појављују се по 6 пута.

в) Првих девет цифара припадају једноцифреним бројевима, па је 66. цифра на 57. месту у двоцифреним бројевима ($66 - 9 = 57$). Како је $57 : 2 = 28$ са остатком 1, закључујемо да је тражена цифра прва цифра 29. двоцифреног броја. То је број $9 + 29 = 38$. Тражена цифра је 3.

90. При решавању задатка **83.** видели смо да је за исписивање свих једноцифрених и двоцифрених бројева потрошено 189 цифара. За све троцифрене треба још $900 : 3 = 2700$ цифара. Дакле 2015. цифра у на-

писаном низу припада неком од троцифрених бројева. Искључимо једноцифрене и двоцифрене бројеве: $2015 - 189 = 1826$. Тражимо 1826. цифру међу троцифреним бројевима: $1826 : 3 = 608$ и остатак дељења је 2. То значи да је тражена друга цифра у 609-ом троцифреном броју. То је број $9 + 90 + 609 = 708$, а наша цифра је нула.

91. Нула је написано тачно 9 пута: 10, 20, 30, ..., 90. Цифру 7 написао је тачно 19 пута. (По једном у бројевима: 17, 27, 37, 47, 57, 67, 87 и 97 и 11 пута у бројевима од 70 до 79.)

92. Последња страна је нумерисана парним бројем, па је то 136 или 316. Не може бити 136, јер је та страна истргнута. Дакле, последња је 316. страна. Укупно је сачувано 154 стране, што представља 77 листова.

93. Редни број прве извађене стране мора бити непаран. Могући случајеви су $25 + 26 = 51$, или $23 + 28 = 51$, или $21 + 30 = 51$. Први случај отпада, јер би у том случају био извађен само један лист, а не неколико узастопних листова. Трећи случај није могућ, јер би тада биле извађене стране: 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, а ту има 5 листова. Ако би прва истргнута страна била са редним бројем мањим од 21, онда би било истргнуто више од 5 листова. Остаје само случај $23 + 28 = 51$, па су истргнуте стране 23, 24, 25, 26, 27, 28, а то су 3 листа. Редни број следеће неистргнуте стране је 29.

94. За бројеве од I до X употребљена је 21 цифра. Ако испред сваког од ових бројева допишемо цифру X, добићемо бројеве од XI до XX. За њих, дакле, треба 31 цифра. Ако испред допишемо још једну цифру X, добићемо бројеве од XXI до XXX. Дакле, за њих треба још 41 цифра. За бројеве од XXXI до XXXIX, (има их 9) употребљено је 47 цифара (јер од I до IX треба 20 цифара). За број XL (четрдесет) треба 2 цифре, а за бројеве од XLI до XLIX (њих девет) треба још 38 цифара. За педесету страну 1 цифра (L) и од LI до LX још 31 цифра (као за бројеве од XI до XX). Укупно је употребљено: $21 + 31 + 41 + 47 + 2 + 38 + 1 + 31$, односно укупно 212 римских цифара.

95. Добро је избројала. Бројчаник је исписан римским цифрама.

5. МЕРЕЊЕ

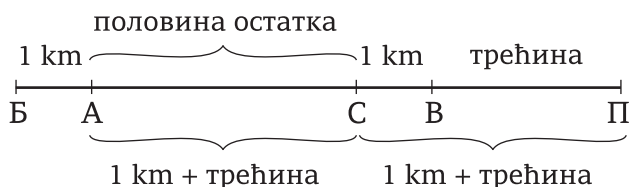
96. За једноцифрене бројеве није довољно имати новчиће од 1, 2 и 5 динара, јер новац који враћамо (кусур) мора бити збир вредности новчића. (Не може бити укључена операција одузимања, јер би то значило да од купца тражимо да нам да онолико новца колико треба одузимати.) Због тога, да бисмо могли вратити кусур у вредности 9 динара, треба нам још новчић од 1 или од 2 динара. Лако се уверимо, због збира од 50 динара, морамо узети новчић од 2 динара. Тада је $9 = 2 + 2 + 5$. (Није било могуће $9 = 10 - 1$.) Према томе, треба нам најмање да имамо новчиће: $1 + 2 + 2 + 5 + 10 + 10 + 20 = 50$, укупно 7 новчића.

97. Ако од дужи АВ одузмемо дуж MN остаће $AM + NB$. Како је $AB = 80$, а $MN = 54$ центиметра биће $AB - MN = 80 - 54 = 26$ центиметара, па је $AM + NB = 26$ центиметара. Како је $CM = AM$ и $EN = BN$, биће $CM + EN = AM + NB = 26$ центиметара. Следи да је $AC + BE = AM + CM + NB + EN = 52$ центиметра, па је $CE = AB - 52 = 80 - 52 = 28$ центиметара.



Даље, нека су P и R средишта дужи CD и DE. Очигледно је $PD = CP$ и $DR = RE$, па је $PR = PD + DR$ једнако половини дужи CE. Дакле, $PR = 14$ центиметара.

98. Представимо пут који Бане треба да пређе помоћу дужи БП. По услову је од А до С исто колико од С до П (половина пута преосталог после првог километра). Дакле, од А до С је 1 километар + трећина целог пута. Како је од В до П трећина целог пута, биће од Б до В две трећине пута. Видимо са слике да је $BV = BA + AC + CB$. Притом је $BA = 1 \text{ km} = CB$ и $AC = 1 \text{ km} + \text{трећина пута}$. Дакле, две трећине пута износе колико 3 километра и једна трећина, па трећина пута износи 3 километра. Цео пут (до места за пецање) износи 9 километара.



99. На сваких 20 метара предњи точак обрне се 8 пута ($8 \cdot 250$ центиметара износи 2000 центиметара, а $2000 : 100 = 20$ метара). Истовремено задњи точак се обрне 5 пута (јер је $20 : 4 = 5$). Према томе, на сваких 20 метара предњи точак се обрне за 3 круга више него задњи. Како је $600 : 3 = 200$, трактор је прешао пут од $200 \cdot 20$ метара, односно 4000 метара. Дакле, њива је од куће удаљена 4 километра.

100. За 4 дана сат напредује 10 минута (то је четири пута по два и по минута). За 6 пута више дана, тј. за 24 дана, напредоваће 1 сат. Поново ће показати тачно време кад буде напредовао за 12 сати. То ће се десити после $12 \cdot 24 = 288$ дана. Како је $288 : 7 = 41$ и остаје 1, закључујемо да ће сат поново показати тачно време у понедељак. (Недеља ће бити после 287 дана.)

101. Син и ћерка имају заједно 28 година, што је 10 година мање од мајке. Кад прође 10 година, мајка ће имати 20 година више него што сада имају син и ћерка заједно. Али, син ће тада бити старији за 10 година и ћерка исто толико, па ће они заједно бити старији за 20 година и заједно ће имати колико мајка. Одговор је: после 10 година.

102. Они данас имају по 7 година више (заједно 14 године више) и после 7 година имаће још по 7 (заједно још 14). Дакле, имаће заједно $7 + 14 + 14 = 35$ година.

103. Године мајке и сина сабирају се (рачунају се двоструко) после 23. године мајке. Како је $45 - 23 = 22$, следи да син сада има $22 : 2$, односно има 11 година. Мајка има 23 више, што износи 34 године.

104. Нека је Митар пре 10 година имао x година. Његова мајка је тада имала $x + 24$ године и било је $7x = x + 24$. Очигледно је $x = 4$. Дакле, пре 10 година Митар је имао 4 године, па данас има 14 година.

105. Кад је кренуо, брзи воз је заостајао 100 километара. Сваког наредног сата овај заостатак ће се смањивати по 25 километара. (Брзи воз прелази 75, а путнички 50 километара за сат.) Дакле, брзи воз ће сустићи путнички после 4 сата путовања. Будући да је кренуо у 2 сата поподне, брзи воз стиже путнички у 18 часова.

106. За 60 минута пређе 15 километара, па ће 1 километар прећи за 4 минута. За вожњу од 25 километара треба му 25 пута више времена, тј. $25 \cdot 4$ минута. Дакле, 25 километара прећи ће за 100 минута.

107. Прво одредимо број минута: $1000000:100=10000$ минута. Онда минуте изразимо у сатима: $10000:60=166$ и остатак дељења је 40. Дакле, то је 166 сати и 40 минута. Како је $166:24=6$, са остатком 22, закључујемо да је за исписивање милион цифара потребно време од 6 дана 22 часа 40 минута.

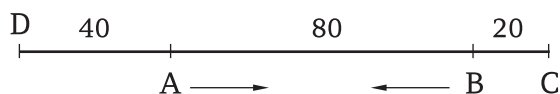
108. Поступамо слично претходном задатку. Најпре одредимо број сати $1000000:60=16666$ са остатком 40. Дакле, има 16666 сати и 40 минута. Даље је $16666:24=694$ са остатком 10. Према томе, у милион минута има 694 дана 10 сати и 40 минута. То је скоро две године.

109. Прво одредимо број дана: $1000000:24=41666$, са остатком 16. У милион часова има 41666 дана и 16 часова. Колико је то година? $41666:365=114$, са остатком 56. Дакле, у милион сати има преко 114 година. Толико доживи веома мали број људи. Овог момента на нашој планети има једноцифрен број људи који су доживели оволику старост.

110. Милион страна имала би књига од 500000 листова. Њена дебљина у сантиметрима је $500000:100=5000$. То износи 50 метара (јер $5000:100=50$).

111. Најпре утврдимо колико има грама: $1000000 \cdot 4=4000000$. У килограмима то износи: $4000000:1000=4000$ (јер килограм има 1000 грама). Милион зрна пасуља има масу 4000 килограма, односно 4 тоне.

112. На слици видимо да је први аутомобил после два сата вожње у тачки С, 20 километара од града В (јер је прешао 100 километара). Други је у тачки D, 40 километара од града А. Растојање два аутомобила једнако је 140 километара ($20+80+40$).



113. Растојање између бициклиста смањи се за 28 километара после једног сата вожње ($12 + 16 = 28$). После три сата вожње растојање се смањи за $3 \cdot 28 = 84$ километра. Тада преостаје да пређу још 14 километара до сусрета. То ће се десити после пола сата. (За пола сата први пређе 6, а други 8 километара.) Дакле, они ће се сусрести у 15 сати и 30 минута.

114. Израчунаћемо колико метара прелази воз за једну секунду. За сат, односно за 60 минута, воз пређе 54 километра, што износи 54000 метара. За један минут пређе $54000 : 60 = 900$ метара. Онда, за једну секунду пређе $900 : 60 = 15$ метара. Будући да је воз поред пешака пролазио 8 секунди, његова дужина је $8 \cdot 15$, односно 120 метара.

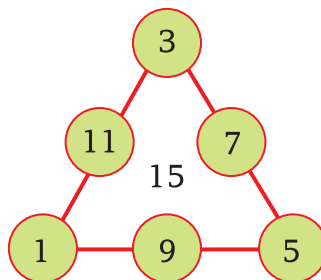
115. Савијемо један фитиљ, тако да му се поклопе крајеви, па запалимо истовремено та два краја и један крај другог фитиља. После тачно пола сата изгори први фитиљ, а други треба да гори још пола сата (30 минута). У тренутку кад изгори први фитиљ (по истеку 30 минута) запалимо и други крај другог фитиља, па он изгори за 15, уместо за 30 минута. Тако од почетног паљења до краја прође $30 + 15$, односно 45 минута.

6. МАГИЧНЕ ФИГУРЕ

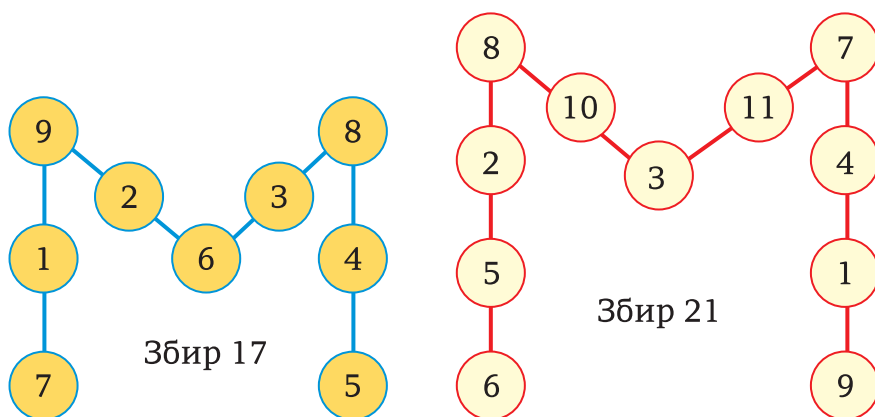
116. У хоризонталном реду су бројеви 3, 9 и 15.

117. Хоризонтални ред: 2, 8, 5, 4, 6 и вертикални ред: 1, 9, 5, 3, 7. Има још решења.

118. Има више решења, а једно видимо на слици. Нађите сами бар још два решења.

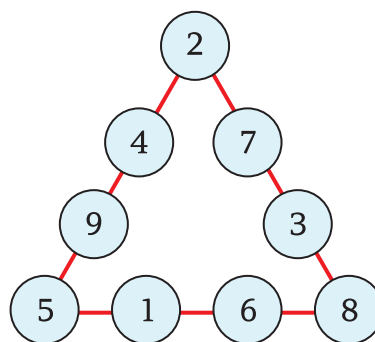


119. Једно од решења видимо на слици лево.



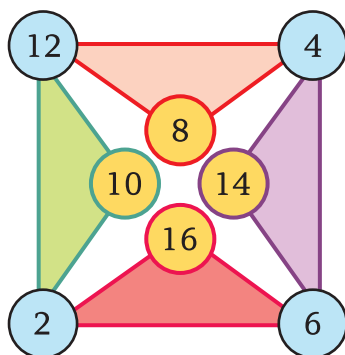
120. Једно од решења дато је на слици горе десно.

121. Једно од решења видимо на слици десно. Имамо три пута збир 20. На пример, на доњој страници троугла: $5 + 1 + 6 + 8 = 20$.

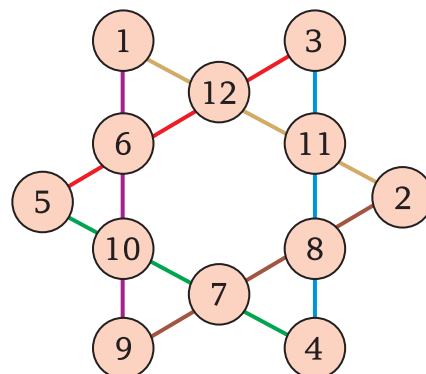


122. На пример, у два хоризонтална реда упи-
сујемо слева надесно бројеве: 2, 3, 8, 5 и 6,
7, 4, 1, а у вертикалним редовима, одозго надоле
уписујемо редом: 8, 5, 2, 3 и 4, 1, 6, 7.

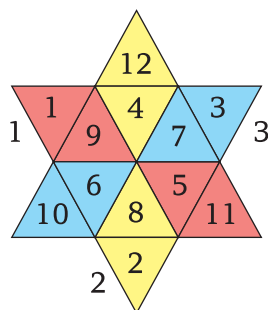
123. Решење видимо на слици. Пет пута се појављује збир 24. На пример,
за темена квадрата имамо; $2 + 6 + 4 + 12 = 24$.



124. Једно решење видимо на слици. Имамо шест пута збир 26. Занимљиво је да су зборови три броја у теменима било која два наспрамна троугла (припадају супротним крацима звезде) једнаки међу собом. На пример, у „левом“ троуглу је $5+10+6=21$, а у „десном“ је $8+2+11=21$.



125. Има више решење. Једно решење видимо на слици. Занимљиво је да је збир два броја у четвороугловима означеним са 1, 2 и 3, сваки пут 10. У остала три четвороугла зборови су 16.



7. МАГИЧНИ КВАДРАТИ

126. Решење видимо на слици. Сви зборови: хоризонтално, вертикално и по дијагоналама, једнаки су збиру који имамо у задатој дијагонали ($10+11+12=33$). Уочавамо да средњи (пети) број заузима централно поље.

10	15	8
9	11	13
14	7	12

127. У централно поље у случају а) стављамо 9, а у случају б) 4. Као у претходном задатку, најпре поставимо још три броја. То у овом случају даје решења: а) 5, 7, 9, 11 и б) 2, 3, 4, 5. Даље поступамо као у претходном задатку.

128. Средњи број (пети по реду), број 5, упишемо у централно поље. Затим, упишемо најмањи и највећи број, овде 1 и 9, у исти хоризонтални ред. (Добијамо збир: $1+5+9=15$). Онда, следећи најмањи број, број 2, иде у дијагонали, поред највећег броја. Даље се једноставно допуњује до збира 15.

4	3	8
9	5	1
2	7	6

129. Решење је на слици десно. (Збир у сваком реду три пута је већи од броја из централног поља.)

12	5	10
7	9	11
8	13	6

130. Решење је на слици доле лево.

7	6	11
12	8	4
5	10	9

8	6	16
18	10	2
4	14	12

131. Решење је на слици сасвим десно.

132. Наводимо само централни број и збир у редовима:

- а) 14, збир је 42; б) 15, збир је 45;
в) 25, збир је 75; г) 91, збир је 273.

3	1	2
1	2	3
2	3	1

133. Једно решење видимо на слици десно.

134. Саставимо магични квадрат па му изоставимо централни број. Једно решење видимо на слици. Централни (избрисани) број је $10 = 30 : 3$. Нађи још неко решење.

8	18	4
6		14
16	2	12

135. Прво се у девет централних квадрата упишу бројеви од 5 до 13, тако да формирају магични квадрат. (У центар ставимо број 9, а збилови у редовима магичног квадрата износе 27.) Онда симетрично у односу на центар поставимо парове осталих бројева, који дају збир 18. То су $1 + 17 = 2 + 16 = 3 + 15 = 4 + 14$.

8. КВАДРАТ И ПРАВОУГАОНИК

136. Ако је x дужина непознате странице, онда из површине имамо услов $12 \cdot x = 180$. Одавде је $x = 180 : 12$, односно $x = 15$ центиметара. Тражени обим је $O = 2 \cdot (12 + 15) = 2 \cdot 27 = 54$ центиметра.

137. Ако су a и b дужине страница, онда је по услову $a = b + 3$, а обим је $O = 30$ центиметара (3 дециметра износи 30 центиметара). Из обима закључујемо да је $a + b = 15$ центиметара. Како је $a = b + 3$, биће $b + 3 + b = 15$,

па је $2b=12$. Следи да је $b=12:2$, односно, $b=6$ центиметара. Онда је $a=6+3$, тј. $a=9$ центиметара. Тражена површина је $P=9\cdot 6$, односно $P=54$ центиметра квадратна.

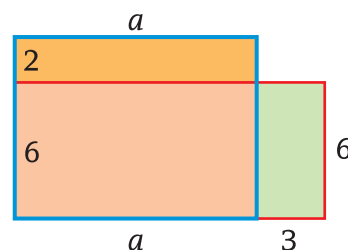
138. Ако је ширина правоугаоника b центиметара, онда му је дужина $a=3b$. Из формуле за површину добијамо $a\cdot b=48$, односно $3b\cdot b=48$. Одавде је $b\cdot b=48:3$, односно $b\cdot b=16$. Следи да је $b=4$ центиметра, па је $a=3\cdot 4=12$ центиметара. Тражени обим правоугаоника је $O=2a+2b=2\cdot 12+2\cdot 4=32$ центиметра.

139. Површина правоугаоника је $P=18\cdot 8=144$ центиметара квадратних. Квадрат чија је површина 144 има страну 12 центиметара (јер је $12\cdot 12=144$). Обим овог квадрата је $O=4\cdot 12=48$ центиметара.

140. Странаца квадрата је 11 центиметара, јер је $11\cdot 11=121$. Онда је једна страница правоугаоника $11+3=14$ центиметара (била је смањена за 3 центиметра). Друга страница правоугаоника је $11-5=6$ центиметара (била је повећана за 5 центиметара).

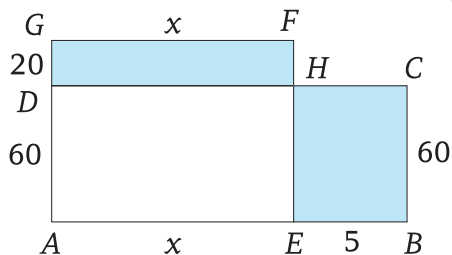
141. Површина квадрата је $P=6\cdot 6=36$ центиметара квадратних. Исту површину имају правоугаоници: $1\cdot 36=2\cdot 18=3\cdot 12=4\cdot 9$. Дакле, има 4 таква правоугаоника. Њихови обими су редом: 74, 40, 30 и 26 центиметара. Највећи обим има правоугаоник димензија 1 пута 36 центиметара. Занимљиво је да квадрат има најмањи обим (24 центиметра).

142. Дати правоугаоник, пре продужавања странице a , на слици је нацртан са плавим страницама. Дата страница (8 центиметара) потом је скраћена за 2 центиметра, а непозната страница, дужине a , продужена је за 3 центиметра. Притом је од првобитног правоугаоника одсечен део димензија a и 2 центиметра (горњи наранџасто обојени део), али му је додат правоугаоник димензија 3 и 6 центиметара (десни обојени део). Притом, површина се није променила, што значи да два обојена правоугаоника имају једнаке површине: $2\cdot a=3\cdot 6$, односно $2a=18$. Одавде следи да је $a=9$ центиметара.

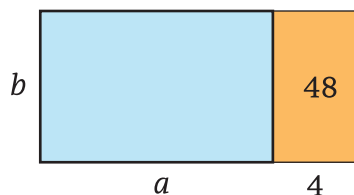


Дакле, првобитне димензије су 8 и 9, па је обим $O_1=2\cdot (8+9)=2\cdot 17=34$ центиметра. После промена дужина страница, димензије новог правоугаоника су 6 и 12, па му је обим $O_2=2\cdot (6+12)=2\cdot 18=36$ центиметара.

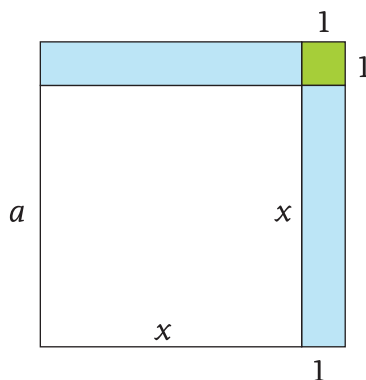
143. Слично претходном задатку. Ако се на брод укрцало x туриста, они су за закуп брода платили $80 \cdot x$ динара. Овај закуп представимо као површину правоугаоника димензија x и 80 , на слици правоугаоник $AEFG$. Било је планирано да се вози $(x+5)$ туриста, по цени од 60 динара. Планирани закуп представља површина правоугаоника $ABCD$ на слици. Пошто се закуп брода плаћа у истом износу, без обзира на број путника, то значи да правоугоници $ABCD$ и $AEFG$ имају исту површину. Дакле, једнаке су површине обојених делова (необојени део $AEND$ је заједнички део за $ABCD$ и $AEFG$). Следи да је $20 \cdot x = 5 \cdot 60$ (види слику), односно $20 \cdot x = 300$, па је $x = 300 : 20 = 15$. На брод се укрцало 15 путника, уместо 20 планираних.



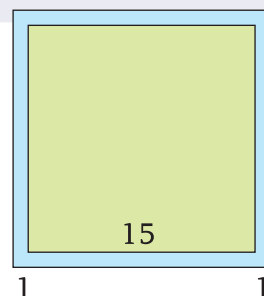
144. Замислимо да су та два броја дужине b дужи, страница a и b правоугаоника, на слици обојеног плавим. Према услову задатка, ако се страница a повећа за 4 , површина се повећа за 48 . На слици је правоугаоник продужен за део обојен наранџасто. Димензије овог продужења су 4 и b , па је $4b = 48$. Следи да је $b = 48 : 4$, односно $b = 12$. Како је $a + b = 27$, налазимо да је $a + 12 = 27$, па је $a = 15$. Тражени бројеви су 15 и 12 .



145. Према слици видимо како се површина првобитног квадрата смањује за два једнака правоугаоника (обојена плаво) и мали квадрат површине 1 (зелено на слици). Будући да је укупно смањење површине 13 центиметара квадратних, следи да је површина једног „плавог“ правоугаоника једнака 6 центиметара квадратних. Ако је x дужина смањеног квадрата, као што је означено на слици, онда је $x \cdot 1 = 6$ површина једног „плавог“ правоугаоника, Дакле, $x = 6$ центиметара, па је страница првобитног квадрата $a = x + 1$, односно $a = 7$ центиметара. Обим квадрата је $O = 4 \cdot 7$, односно $O = 28$ центиметара.

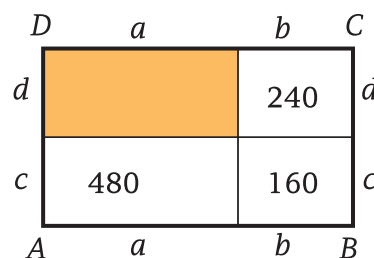


146. Површину стазе најлакше ћемо израчунати, тако што од површине квадрата странице 17 метара одузмемо површину травњака, квадрата странице 15 метара (види слику). Дакле, $P = 17 \cdot 17 - 15 \cdot 15$, односно $P = 289 - 225$. Површина стазе је 64 метра квадратна.

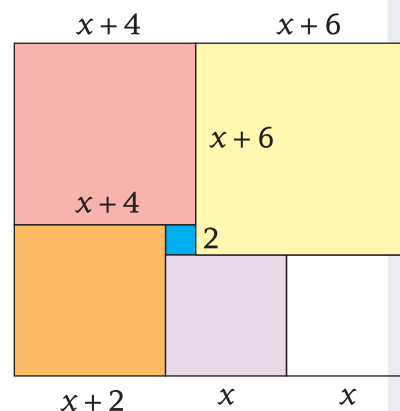


147. Површину стазе израчунамо као у претходном задатку. Од површине правоугаоника страница 21 и 12 метара одузмемо површину травњака. Дакле, $P = 21 \cdot 12 - 17 \cdot 8 = 252 - 136 = 116$ метара квадратних. Изразимо површину у квадратним дециметрима ($1\text{m}^2 = 100\text{ dm}^2$): $P = 116 \cdot 100 = 11600$ дециметара квадратних. Једна плочица (димензија два пута два и по дециметра) има површину од 5 дециметара квадратних. Дакле, потребно је $11600 : 5$ плочица, што износи 2320 плочица.

148. Означимо димензије делова правоугаоника као на слици. Површине су: $a \cdot c = 480$, $b \cdot c = 160$ и $b \cdot d = 240$. Треба да израчунамо површину правоугаоника ABCD. Дакле, тражимо $a \cdot d$. Како је $a \cdot c = 480$ и $b \cdot d = 240$, онда је $(a \cdot c) \cdot (b \cdot d) = 480 \cdot 240$. Прегрупишимо чиниоце у производу с леве стране једнакости: $(a \cdot c) \cdot (b \cdot d) = (a \cdot d) \cdot (b \cdot c)$, на основу особина множења, Добијамо $(a \cdot d) \cdot (b \cdot c) = 480 \cdot 240$. Због $b \cdot c = 160$ и $480 \cdot 240 = 115200$, имамо једнакост: $a \cdot d \cdot 160 = 115200$. Одавде је $a \cdot d = 115200 : 160 = 720$. Површина обојеног дела је $a \cdot d = 720$, па је површина правоугаоника ABCD једнака $P = 480 + 160 + 240 + 720 = 1600$, а то је, по услову, површина траженог квадрата (странице x). Из $x \cdot x = 1600$, добијамо $x = 40$ (због $40 \cdot 40 = 1600$). Обим квадрата је $O = 4 \cdot x = 4 \cdot 40 = 160$ центиметара.

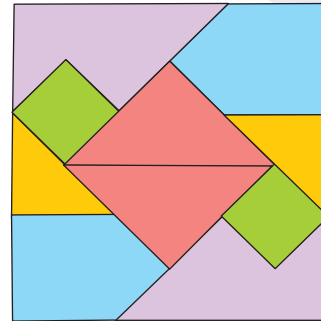


149. Из површине најмањег квадрата видимо да је његова страница 2 центиметра. Означимо са x дужину следећег по величини квадрата (љубичасти). Са слике уочавамо странице осталих; $(x+2)$, $(x+4)$ и $(x+6)$. Доња и горња страница правоугаоника једнаке су па је: $(x+2) + x + x = (x+4) + (x+6)$. Одавде је $3x + 2 = 2x + 10$, па је $x + 2 = 10$. Следи да је $x = 8$. Онда су димензије правоугаоника: $10 + 8 + 8 = 26$ центиметара и

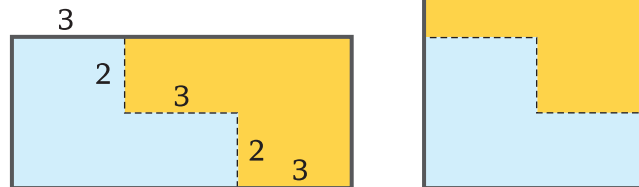


$10 + 12 = 22$ центиметра. Површина правоугаоника је $P = 26 \cdot 22 = 572$ центиметра квадратна.

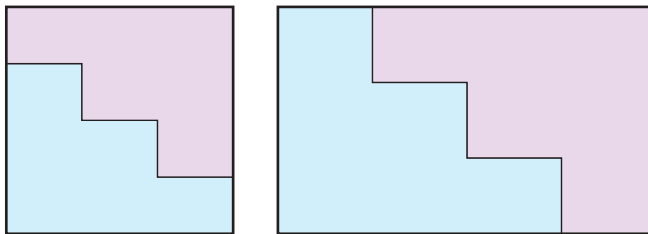
150. Како треба сложити квадрат видимо на слици.



151. Резање и склапање видимо на слици.

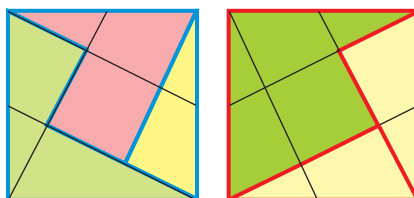
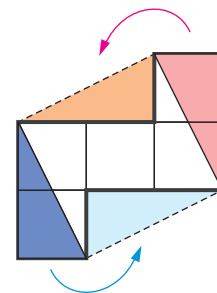


152. Слично претходном задатку. Површина правоугаоника је $16 \cdot 9$, односно 144 центиметра квадратна. Толика је површина квадрата који добијамо слагањем. Дакле, страница квадрата је 12 cm. Како се реже и слаже видимо на слици.

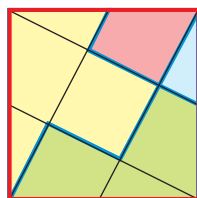


153. Резање и склапање видимо на слици.

154. На првој слици видимо решења случајева а) и в), а на другој решење случаја б).



155. Решење видимо на слици.



9. КВАДАР И КОЦКА

156. Коцка има 12 једнаких ивица. Израчунаћемо дужину једне ивице, изражене у центиметрима: $a = 60 : 12 = 5$ центиметара. (6 дециметара = 60 центиметара). Површина коцке је $P = 6a^2 = 6 \cdot 25 = 150$ центиметара квадратних.

157. Основне ивице квадра су по 2 центиметра, а висина је 6 центиметара. Површина квадра је $P = 2 \cdot (2 \cdot 2 + 2 \cdot 6 + 2 \cdot 6) = 2 \cdot (4 + 12 + 12) = 2 \cdot 28 = 56$ центиметара квадратних.

158. Основне ивице добијеног квадра су ивица a коцке и половина ивице коцке, а висина је двострука ивица a . Изражене у центиметрима, ове дужине су 10, 5 и 20. Површина добијеног квадра је: $P = 2 \cdot (10 \cdot 5 + 10 \cdot 20 + 5 \cdot 20) = 2 \cdot (50 + 200 + 100) = 2 \cdot 350 = 700$ квадратних центиметара, односно 7 квадратних дециметара.

159. Означимо дужине ивица са a , b и c . Онда је $a + b + c = 24$, где су a , b и c узастопни парни бројеви. Дакле, $a = 6$, $b = 8$ и $c = 10$ центиметара. Површина квадра је: $P = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c) = 2 \cdot (6 \cdot 8 + 6 \cdot 10 + 8 \cdot 10) = 2 \cdot (48 + 60 + 80) = 2 \cdot 188 = 376$ центиметара квадратних.

160. Пребројимо квадрате који чине површину. Спреда (видимо) и отпозади има укупно 12 квадрата. Здесна (видимо) и слева има 8 квадрата. Одозго (видимо) и одоздо има 6 квадрата. (Одоздо има 1 квадрат којим се слово ослања на подлогу и 2 испод „крила“ слова). Дакле, површину образује укупно 26 квадрата. Површина једног квадрата је $3 \cdot 3 = 9$, па је површина слова Т једнака $26 \cdot 9$, односно 234 центиметра квадратна.

161. Слично претходном задатку, пребројимо квадрате који одређују површину тела. Има их 22. То значи да је површина једног квадрата 4 центиметра ($88:22=4$). Дакле, ивица једне коцкице је 2 центиметра.

162. Гледајући одозго (видимо) и одоздо, уочавамо 12 правоугаоника димензија 10 пута 25 центиметара. Гледајући спреда (видимо) и отпозади уочавамо такође 12 правоугаоника, али димензија 5 пута 25 центиметара. Слично, гледајући слева (видимо) и здесна, избројимо 12 правоугаоника димензија 5 пута 10 центиметара. Према томе, површина тела је $12 \cdot (10 \cdot 25 + 5 \cdot 25 + 5 \cdot 10) = 12 \cdot (250 + 125 + 50) = 12 \cdot 425 = 5100$ центиметара квадратних.

163. Поступајући слично претходним задацима пребројимо колико квадрата чини површину. Површина сваког од њих је $2 \cdot 2 = 4$ центиметра квадратна.

а) Има 76 квадрата, површина тела је $76 \cdot 4 = 304$ центиметра квадратна.

б) Има 60 квадрата, површина тела је $60 \cdot 4 = 240$ центиметара квадратних.

164. Недостаје фигура са слике г).

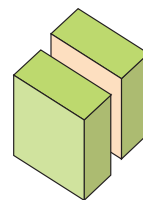
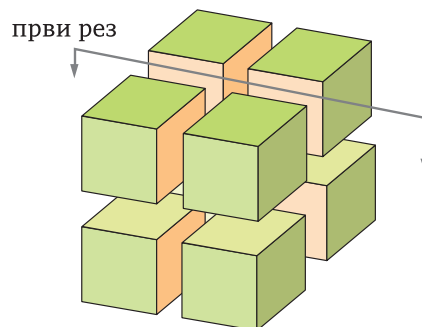
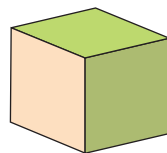
165. Две стране квадра су квадрати површине 36 дециметара квадратних. Онда је укупна површина четири бочне стране једнака $192 - 2 \cdot 36 = 192 - 72 = 120$ дециметара квадратних. Бочне стране су једнаке међусобно са једном ивицом $a = 6$ дециметара и висином x , коју треба да одредимо. Површина једне бочне стране је $120:4 = 30$ дециметара квадратних. Онда, из једнакости $6 \cdot x = 30$, добијамо дужину висине: $x = 30:6 = 5$ дециметара.

166. Као у претходном задатку, одредимо површину једне бочне стране: $360:4 = 90$ центиметара квадратних. Једна страна је правоугаоник чије су странице: висина квадра дужине 18 центиметара и непозната основна ивица a . Из површине овог правоугаоника добијамо: $a \cdot 18 = 90$, па је тражена основна ивица $a = 90:18$, тј. $a = 5$ центиметара.

167. Најмања страна има површину $3 \cdot 6 = 18$ квадратних дециметара, па је за 1 квадратни дециметар утрошено $90:18 = 5$ грама боје. Површина квадра је $P = 2 \cdot (3 \cdot 6 + 3 \cdot 10 + 6 \cdot 10) = 2 \cdot (18 + 30 + 60) = 2 \cdot 108 = 216$ дециметара квадратних. Утрошено је $216 \cdot 5 = 1080$ грама боје, односно 1 килограм и 80 грама.

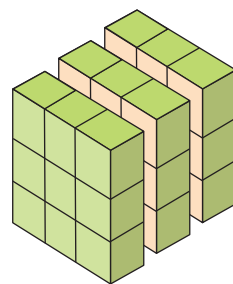
168. Први начин решавања.

Обратимо пажњу на једну од осам мањих коцки. Од шест страна (квадрата) три су обојене, а три необојене. Другим речима, обојено је пола површине сваке од ових осам коцки. Закључујемо да треба још онолико боје, колико је већ употребљено. Треба још пола килограма боје.



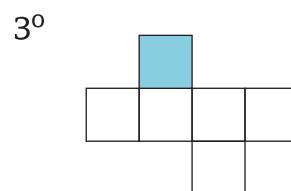
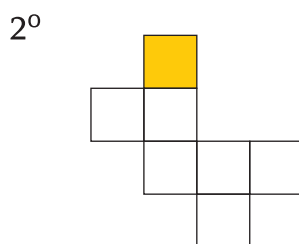
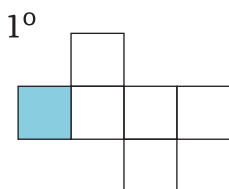
Други начин решавања. Да бисмо коцку поделили на осам једнаких коцки, потребно је три пута пресећи велику коцку на пола. Први рез је наглашен на првој слици. На другој слици је наранџастом бојом наглашено како се тим резом добијају два необојена квадрата. Ови квадрати су једнаки странама коцке. На исти начин, другим и трећим резом добију се још по два, укупно четири оваква квадрата. Тако добијемо шест необојених квадрата, а њихова укупна површина једнака је површини коцке.

169. Да бисмо коцку поделили на 27 једнаких коцки, треба је пререзати два пута по ширини (види слику), два пута по дужини и два пута по висини. Као што смо видели при решавању претходног задатка, сваким резом добијемо по два квадрата подударна странама дате обојене коцке. Са шест неопходних резова добили смо 12 подударних квадрата. Њихова укупна површина једнака је двострукој површини коцке. Дакле, потребно је још 2 килограма боје.



170. Фигуре 2° и 6° нису мреже коцке.

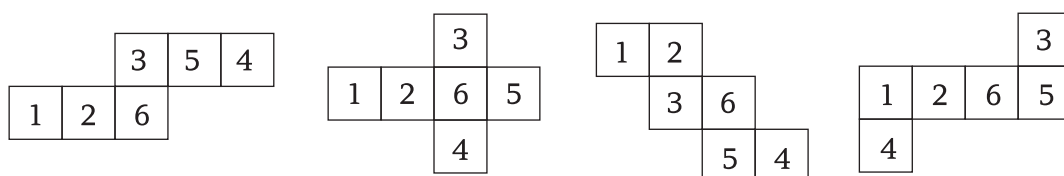
171. За сваки од нацртаних модела има више решења. Наводимо само по једно решење. Плаво обојени квадратић треба доцртати, а наранџасто обојени квадратић треба одбацити.



172. Мрежа одговара коцки б).

173. Уочавамо само пет боја. Кад упоредимо распоред плаве и жуте боје код две слике у горњем реду, уверимо се да су плаво обојене различите стране. Такође видимо да су плавој страни суседне и наранџаста, и жута, и зелена, и црвена. Дакле, одговор гласи: насупрот плаве боје је плава боја..

174. По једно од решење видимо на слици.

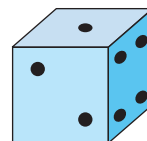


175. Датој коцки одговара мрежа г).

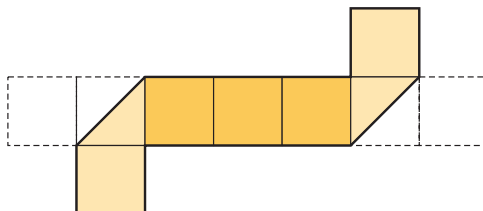
176. Дата је мрежа коцке а).

177. Коцка има 6 страна (6 квадрата). Кад се ивице коцке (странице квадрата) повећају за 1 центиметар, свакој страни (квдрату) повећа се површина за $186 : 6 = 31$ центиметар квадратни. Поступајући као у **зadatку 145**, добијемо дужину ивице пре продужавања, $x = 15$ центиметара. Тражена површина коцке је $P = 6 \cdot x^2 = 6 \cdot 15 \cdot 15 = 6 \cdot 225 = 1350$ центиметара квадратних.

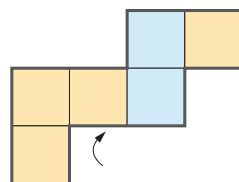
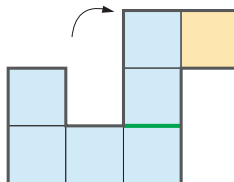
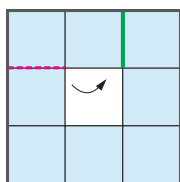
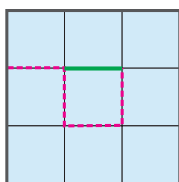
178. Потребно је нацртати положај коцке после сваког превртања. После четвртог окретања коцка долази на црвени квадрат и заузима положај који видимо на слици. Горња страна показује број 1.



179. Савијањем као на следећој слици добијамо мрежу коју чине пет целих квадрата и две половине. Савијањем ове мреже лако се склопи коцка. Притом се ове две половине споје у шести квадрат, страну коцке.



180. На првој слици се види (црвена линија) како треба расећи папир, да би се могао савијати. На другој слици је приказано како се централни квадрат савија нагоре, иза листа. На трећој слици се види како се прва два квадрата горњег реда савију иза листа, па надесно, заједно са претходно савијеним централним квадратом. На крају се доња три квадрата са четвртим левим савију нагоре, тако да остану видљива два плава квадрата десно. Тако добијемо мрежу коцке у познатом облику (четврта слика) и од ње направимо модел коцке. (Зелена линија показује по којој ивици треба савијати.)



10. ДОСЕТКЕ И ТРИКОВИ

181. Зависно од тога да ли сто има 3 или 4 ноге, имају 7 или 8 ногу (јер пас има 4 ноге).

182. Иду укупно три краве.

183. Ставимо на три тањира по 3 јајета, па један од прва три тањира ставимо на четврти тањир.

184. Дванаест година. (Прочитај поново цео текст задатка.)

185. Напиши на комаду папира **89**, па обрни папир, тако да цифре јединица и десетица замене места (у смеру супротно од кретања казаљки сата). Сада прочитај: добио си број **68**!

186. Сека је Бранкицина мајка.

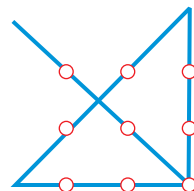
187. Навијач је спустио пред благајницу 1000 динара у ситнијим новчаницама, на пример, 10 новчаница по 100 динара..

188. Премештањем датих слова добијамо текст: **само једна реч.**

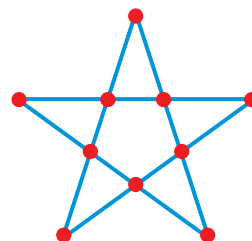
189. Рекао је истину. Да му се не би поново десио малер са цепањем цака, он је ставио други цак у трећи, па онда преручио кромпир.

190. Није слагао. Он је броју XIX одузео I и добио XX.

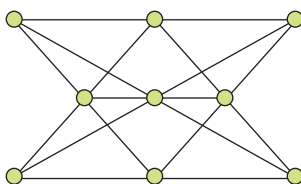
191. Решење видимо на слици. Тражена изломљена линија је плаво обојена.



192. Слично претходном задатку. Решење видимо на слици.



193. Могуће је! Решење видимо на слици.



194. Довољно је померити само једну чашу, претпоследњу (пуну). Поди-гнемо ову чашу и њену садржину преручимо у другу празну чашу. Онда претпоследњу чашу вратимо на своје место.

195. Прво два дечака пређу на другу обалу, па један врати чамац. Онда се на другу обалу превезе једна одрасла особа, па други дечак врати чамац. Даље на исти начин се превозе и остале две одрасле особе. На крају, два дечака им се придруже.

196. Мин Фу је ћерка Чанг Лиа.

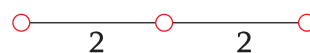
197. Таксиста је ишао пешке.

198. Трећа глиста лаже.

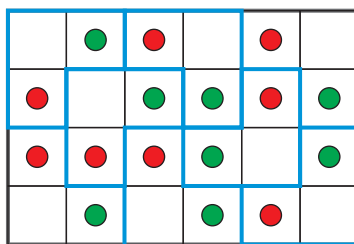
199. Чланови низа су прва слова природних бројева: један, два, три, четири, пет, ... Следе слова: ш, с, о (шест, седам, осам).

200. Свих пет јаја куваће се заједно 3 минута.

201. На слици видимо да од првог до трећег откуцаја прође 4 секунде, јер од једног до следећег откуцају прођу 2 секунде. У подне, односно у 12 сати, откуцаће 12 откуцаја. Од 1. до 12. откуцаја проћи ће $11 \cdot 2$, тј. 22 секунде. У 15 часова (3 часа после подне) откуцаће 3 пута за 4 секунде.



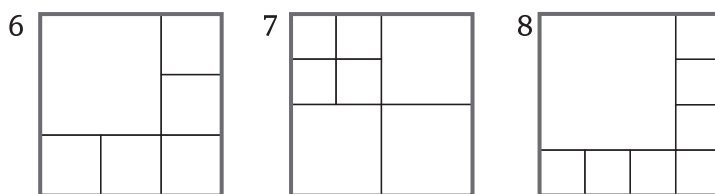
202. Решење видимо на слици.



203. Једна „домина“ покрива два суседна квадрата. Са слике видимо да су то увек један плави и један бели квадрат. Седам „домина“ покриће 14 квадрата, и то, 7 плавих и 7 белих. Међутим, наша фигура има 6 плавих и 8 белих квадрата, па их није могуће покрити са 7 домина.

204. Триминама није могуће прекрити 25 квадрата, јер се 25 не може поделити са 3 без остатка. Триминама се могу прекрити највише 24 квадрата. Да ли сте успели то да учините?

205. На сликама видимо како је могуће.



206. Ако би била тачна тврдња да је Нада била трећа, онда не би важило да „Ирена сигурно није трећа“, па би и Ирена била трећа. Слично закључимо да није тачно тврђење за Ирену. Дакле, тачно је да Бранкица није победила. Онда је Ирена трећа (тврђење за Ирену није тачно). Следи да је Бранкица друга, а победница је Нада.

207. Има седморо деце, и то четири девојчице и три дечака.

208. Бар један од ученика VI разреда из Новог Пазара, на пример, Авдо, учи математику из уџбеника МАТЕМАТИСКОП-а. Авдо има оца, његов отац има оца, Авдиног деду. Даље, Авдин деда има оца итд... враћајући се уназад 2000 година доћи ћемо до мушког Авдиног претка. Одговор гласи: могуће је.

209. За 280 динара не може се купити више од две чаше сока (укупно 200 динара), па је за још две кафе плаћено 80 динара. Дакле, цена кафе је 40 динара. Како је то могуће?

На пример: Никола има брата Душана. Николин таст је Пера, а Перин брат Мића је Душанов таст. Дакле, Никола седи са Мићом. (Мића је брат Николиног таста и таст Николиног брата.)

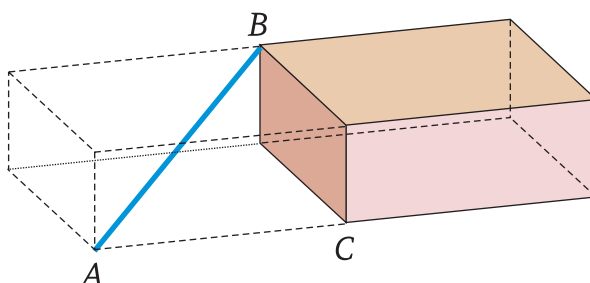
210. Имена су редом: 1° Шелмићка (Љуша), 2° Цветковић (Цвеле), 3° Шелмић (Рале), 4° Цветковићка (Вања). Прво је Рале победио Љушу и Вању, па је Цвеле победио Ралета. Непоражени победник је Цвеле Цветковић.

211. За 24 ноге треба укупно $24 \cdot 5 = 120$ минута. Посао ће пет поткивача урадити за 25 минута. Како?

Нека је 6 коња постављено у круг и означено бројевима 1, 2, 3, 4, 5, 6. За првих 5 минута пет поткивача поткује по једну ногу коњима 1, 2, 3, 4, 5. Затим се помере у круг за по једно место и поткују по једну ногу коњима

2, 3, 4, 5, 6. У следећих 5 минута поткују по једну ногу коњима 3, 4, 5, 6, 1, па у следећих 5 минута коњима 4, 5, 6, 1, 2. У последњих 5 минута четири поткивача поткују по једну преосталу ногу коњима 6, 1, 2, 3.

212. Оља при почетном положају цигле обележи тачке А и С на столу. Затим, помери циглу у положај приказан на слици (А се помери до тачке С). Онда, једноставно лењиром измери растојање од А до В.



213. Уочимо да је $2 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 7 = 672$. Онда је $3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot x = 525$, односно $105 \cdot x = 525$. Тражени број је $x = 525 : 105 = 5$.

214. Можемо. Нумеришемо кутије бројевима од 1 до 5. Онда из прве кутије узмемо 1 чашу, из друге 2, из треће 3, из четврте 4 и из пете 5 чаша. Измеримо ових 15 чаша. Кад би све биле по 100 грама, вага би показала килограм и по. Ако недостаје 5 грама, онда су лакше чаше из прве кутије, ако недостаје 10 грама (2 пута 5) онда су из друге кутије итд.

215. Означимо куглице бројевима 1, 2, 3 и 4. Стаavimo 1 на леви и 2 на десни тас теразија. (То је прво мерење.)

Ако је на теразијама равнотежа, онда је неисправна 3 или 4. Тада је друго мерење: скинемо с теразија 1 и ставимо 3.

Ако је поново равнотежа, неисправна је куглица 4. Ако теразије нису у равнотежи, неисправна је куглица 3.

Ако у првом мерењу није равнотежа, неисправна је 1 или 2. Онда скинемо 1 и ставимо 3 итд.

216. Пола трећине је шестина. Како је једна трећина једнака две шестине, то трећина и по представљају три шестине. Међутим, три шестине једнаке су половини. Онда, трећина и по од 100, односно половина од 100, износи 50.

217. Половина половине неког броја је четвртина тог броја. Дакле, тражимо број чија је четвртина једнака $\frac{1}{2}$. То је број 2. Слично, ако је трећина трећине (тј. деветина) броја једнака $\frac{1}{3}$, онда је тражени број 3.

218. Ако има x корпи, онда мандарина има $x \cdot x = 100$. Одавде је $x = 10$. На столу је 10 корпи и у свакој корпи има по 10 мандарина.

219. Свако је имао 4 прабаке (мајке од његове две баке и две деке). Свака од твоје 4 прабаке имала је своје 4 прабаке. Дакле, одговор је: 16 прабака. Слично закључимо за прадеде.

220. Рачунамо уназад! Вери је остало 11 јагода, јер пола од 11 је пет и по, па то и још пола јагоде је 6 јагода. (На крају остаје 5.) $(11+2) \cdot 2 = 13 \cdot 2 = 26$, што значи да је Лука од 26 јагода добио половину +2, тј. $13+2=15$. (Онда је Вери остало 11.) Затим, $26+4$, тј. 30 јагода, представља три четвртине од укупног броја јагода. Дакле, Вера је донела 40 јагода. Како је $1000:40=25$, закључујемо да једна јагода просечно тежи 25 грама.

221. На сваке две четвороноге животиње долази по једна двонога (птица). Ове три животиње имају укупно 10 ногу. Онда, 6 пута по три овакве животиње имају укупно 60 ногу. То је 18 животиња, од чега је 6 птица. Будући да у зимовнику има 22 животиње, закључујемо да су четири од њих, рецимо змије или фоке. Било је 6 птица.

222. Милици недостаје само 1 динар, а након удруживања са Мајом и даље нема довољно. Значи да Маја нема ништа осим добре воље да једе кифлу. Како јој недостаје 15 динара, следи да је цена кифле 15 динара.

223. Ако је Милојица купио x килограма, онда је Радојица купио $2x$, па су укупно купили $3x$ килограма, тј. број килограма који се може поделити са 3 без остатка. Милојица је купио трећину од тога. То је могуће само ако су они купили пет џакова са 13, 22, 21, 15 и 34 килограма кромпира. То је укупно $13+22+21+15+34=105$ килограма. Милојица је купио $105:3=35$ килограма у џаковима од 13 и 22 килограма. Радојица је купио џакове од 21, 15 и 34, укупно 70 килограма.

224. Уколико буде поједено мање штука, више ће их остати. То значи, треба да буде поједено што више гладних штука. Ако прво једна слабија штука поједе једну још слабију, у базену ће остати 24 штуке. Онда 6 најјачих поједу по 3 слабије штуке (међу њима и ону која је већ појела једну штуку). Следећег дана у базену ће бити само тих 6 најснажнијих штука. Није могуће да остане 7 штука, јер би у том случају морало претходно бити бар 28 штука.

225. Стефан се скијао у суботу, првог дана у месецу. Кад то не би било тачно, онда би то била прва субота после првог петка, па би Стефан био истовремено на Златибору и у Паризу, што је наравно, немогуће. На исти начин закључимо да је у недељу, првог дана следећег месеца био у Београду. Први дани у два суседна месеца могу бити субота, па недеља, само ако први од та два месеца има 29 дана, а то је фебруар. Онда је Стефан 1. марта био на такмичењу у Београду, а 8. марта је пецао рибе у Улцињу.

11. МАТЕМАТИЧКЕ ИГРЕ

226. а) После првог бројања испадне ученик број 3. Онда наставимо бројање од четвртог и онда испада број 7 итд. Побеник је учесник број 5.
б) Први испада из игре број 1, па 3 итд. Победник је учесник број 8.

227. Може! Сваки пут кад Вања саопшти свој број, Цвеле добијени збир допуњава редом до: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 и 100.

228. Мића је направио стратегију да сигурно побеђује, без обзира на Душанкин избор потеза. Једноставно, када Душанка узме своје жетоне, Мића узме толико, да после његовог узимања на гомили остаје редом: 16, 12, 8, 4 жетона. Јасно је, ма колико од 4 преостала да узме Душанка, Мића у следећем потезу има победнички потез.

229. Не може! Победника одређује срећна рука. Међутим, у сваком бацању постоје само две могућности, па су играчи равноправни.

230. Први играч сигурно побеђује ако у првом потезу узме једно палидрвце, па после сваког свог следећег потеза противнику остави на једној гомили непаран број палидрваца, а на другој за 1 више.

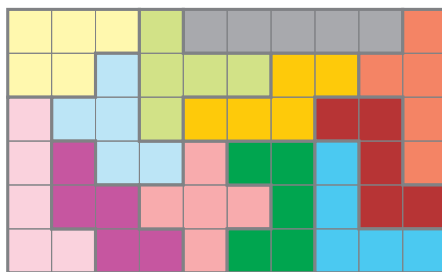
231. Игра је занимљивија ако се не зна победничка стратегија. Међутим, први играч може да обезбеди победу ако прво стави новчић на 4, па током игре успе да добија редом збирове: 11, 17, 24, 30, 37. Ако и други играч зна ову стратегију, може да игра тако да први не успева да дође до 11, ни до 17. У том случају први игра тако да други не добије ове бројеве.

232. Не постоји победничка стратегија, али први играч повећава своје шансе за победу ако саопшти број 2 или број 3.

233. Уочи на свакој картици први број: 1, 2, 4, 8 и 16. Сваки пут кад добијеш одговор „Да“ (замишљени број је на тој картици), ти сабери први број те картице. Збир свих одговора „Да“ даје замишљени број. На пример, ако је замишљени број 19, онда ће одговори „Да“ бити кад играч погледа прву, другу и пету картицу. Ти „у глави“ сабираш: $1+2+16=19$.

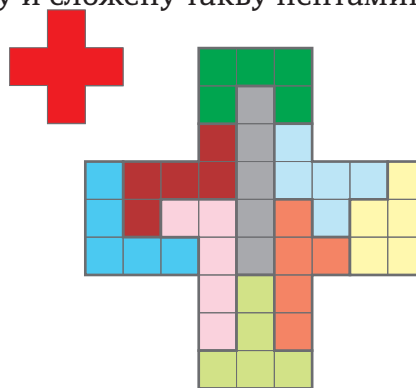
Пре него што почнеш да забављаш друштво, прво увежбај поступак са неколико бројева. И пази: ако желиш да ти се друштво диви (како си паметан и способан!) немој да им откриваш тајну!

234. Једно од могућих решења видимо на слици.



235. На пример, решићемо такво слагање пентамине у облику крста. На слици видимо одабрану пентамину и сложену такву пентамину са три пута већим димензијама.

236. Не постоји сигурна победничка стратегија. Други играч може да поправи своје шансе ако увек игра истом пентамином, какву постави први играч и постави је симетрично у односу на праву линију која полови шаховску таблу.



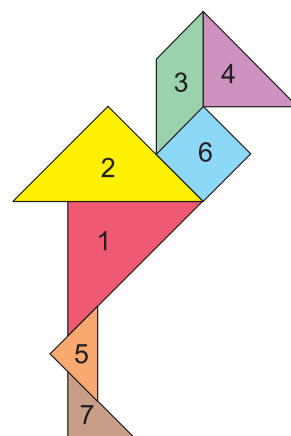
237. Ни један играч нема стартну предност. Победиће ко се боље снађе. Игра може да се заврши и без победника.

238. Не постоји победничка стратегија. Победиће играч који боље комбинује. Ако су оба играча сконцентрисана, игра се може завршити без победника (нико није успео да склопи **квартет**).

239. Победничка стратегија не постоји. Успех одређује чиста срећа.

240. На пример, на слици видимо како се сложи птица. Надамо се да сте успели да сложите и човека који седи.

Препоручујемо да и сами креирате сличне фигуре. Може бити још интересантније да направите две гарнитуре (да исечете два квадрата), па да сложите и много сложеније фигуре.



12. ПРЕСИПАЊА

Добро би било нацртати свако од изложених решења, корак по корак. Много је лакше са цртежа пратити поступак пресипања, него читањем текста. (Видети посебно решење **задатака 244.**)

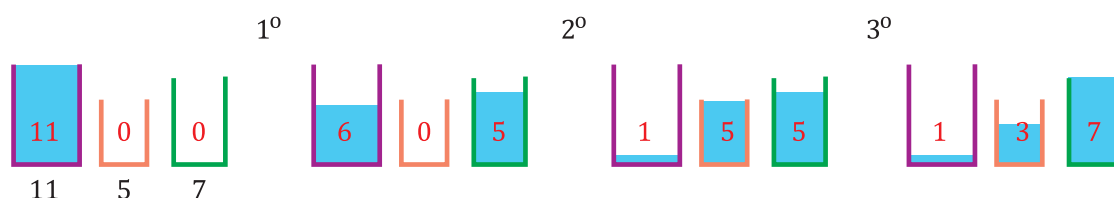
241. Да бисмо преточили 17 литара, можемо пренети 5 литара користећи већу посуду и још четири пута по 3 литра са мањом посудом ($5 + 4 \cdot 3 = 5 + 12 = 17$).

Ако пренесемо два пута већу посуду (10 литара), па мањом посудом враимо 3 литра у пуно буре, пребацићемо 7 литара у празно буре ($2 \cdot 5 - 3 = 10 - 3 = 7$).

242. Напунимо из чесме лонац од 3 литра и то изручимо у лонац од 7 литара и тај поступак поновимо још једном. Сада у великом лонцу има 6 литара воде и може да се долије још 1 литар. Поново напунимо лонац од 3 литра, па из њега допунимо већи лонац (одаспемо литар воде). Сада у мањем лонцу има 2 литра воде.

243. 1° Из балона је напунио боцу од 3 литра.
2° Онда је из веће боце напунио мању боцу (од 2 литра). У већој боци је остао 1 литар бензина и то је дао Драгану. На крају је Смајо вратио из мање боце 2 литра у балон.

244. 1° Из пуног суда напунимо до врха суд од 5 литара, па то преручимо у суд од 7 литара. 2° Поново из пуног суда напунимо до врха суд од 5 литара. 3° Од ових 5 литара допунимо суд од 7 литара. Тиме смо у овај суд долили још 2 литра, па је у суду од 5 литара остало 3 литра, колико и тражимо. Редослед пресипања видимо на слици.



245. Може, са неколико пресипања. 1° Напуни балон од 5 литара. 2° Из већег балона напуни до врха мањи балон. (У већем балону остају 2 литра.) 3° Проспе воду из мањег балона и у испразњен балон налије преостала 2 литра из већег балона. 4° Поново напуни до врха већи балон (са 5 литара воде). 5° Из пуног већег балона допуни до врха мањи балон. (У мањем балону било је 2 литра, па је долио још 1 литар.) У већем балону имамо тражена 4 литра. (То је 5 литара, мање онај 1, којим је допуњен мањи балон.)

246. Слично претходном задатку. 1° Из бурета је напунила до врха канту од 10 литара. 2° Из канте напуни балон, па (3 литра) врати у буре. Тај поступак понови још два пута. Тако је од 10 литара из пуне канте, у канти преостао 1 литар. 3° Преостали литар из канте прелије у балон. 4° Поново напуни канту са 10 литара вина из бурета. 5° Из пуне канте допуни балон у коме је претходно остао 1 литар. Дакле, балон је допуњен са 2 литра, па је у канти остало тачно 8 литара вина, што је и требало. На крају, из балона врати у буре 3 литра, а у канти однесе купцу 8 литара.

247. Може, са неколико пресипања. 1° Напуни до врха мању канту (натоци 7 литара), па сву течност прелије у већу канту. 2° Онда, поново напуни мању канту и из ње допуни велику канту. У велику канту стаје тачно још 3 литра, па у мањој канти има још 4 литра. 3° Испразни велику канту (проспе сву воду из ње), па у празну велику канту наспе 4 литра воде, које има у мањој канти. 4° Напуни до врха претходно испразњену

малу канту, тј. налије у њу 7 литара. Са она 4 литра у већој канти, Милена је наточила тражених 11 литара минералне воде.

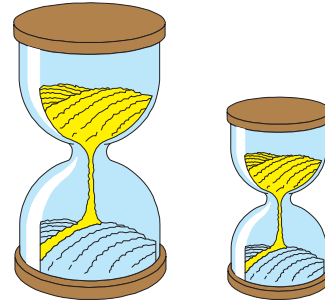
248. Из велике канте напунимо до врха мању канту, па из мање канте напунимо до врха балон. 2° Из балона сву воду прелијемо у велику канту, а из мање канте налијемо цео садржај (4 литра) у балон. Сада у великој канти има 10 литара, а у балону 4 литра воде. 3° Из велике канте напунимо мању канту (са 9 литара), па из мање канте напунимо балон (долијемо 1 литар). Сад у мањој канти имамо 8 литара и у балону 5 литара. 4° Из балона вратимо свих 5 литара у велику канту. 5° Из мале канте напунимо до врха балон који је био испразњен. На крају, у мањој канти су остала тражена 3 литра. (То је 8–5 литара.)

249. Наточимо 7 литара воде у мањи лонац, па то преручимо у већи лонац од 11 литара. Поново наточимо 7 литара у мањи лонац, па од тих 7 литара налијемо до врха већи лонац (допунимо га са још 4 литра). У мањем лонцу остаје још 3 литра. Сад проспемо воду из већег лонца и у њега изручимо она 3 литра које имамо у мањем лонцу. Поново наточимо 7 литара у мањи лонац, па то преручимо у већи, Сада у већем лонцу има 10 литара. Поново напунимо мањи лонац од 7 литара, па из њега допунимо већи лонац (из мањег лонца долијемо 1 литар). Сада је у мањем лонцу 6 литара, што се и тражи.

250. Два пута сипамо из великог балона у лонац по 3 литра и из лонца сипамо у мањи балон, па поново из већег балона напунимо лонац. Сада имамо у великом балону 1 литар, у мањем балону 6 литара и у лонцу 3 литра. Онда 1 литар из лонца сипамо у мањи балон и напунимо га са 7 литара. Онда тих 7 литара сипамо у велики балон, где тренутно има 1 литар. Сада је у великом балону 8 литара. У лонцу има 2 литра, које наспемо у празан мањи балон. Кад из великог балона напунимо лонац (3 литра), у великом балону ће остати 5 литара. На крају, из лонца сипамо 3 литра у мањи балон. Ту већ има 2 литра, па ћемо и у мањем балону имати 5 литара вина.

251. Кад вода проври, истовремено окренемо оба пешчана сата. У моменту кад исцури песак из мањег сата (после тачно 3 минута), ставимо јаје у кључалу воду. Остатак песка из већег сата исцури за следећа 2 минута. У том моменту поново окренемо већи сат, из којег ће песак исцурити за наредних 5 минута. Тада извадимо из воде јаје, које се кувало $2 + 5 = 7$ минута.

252. Окренемо истовремено оба сата као на слици. Кад песак у мањем сату исцури, одмах га поново окренемо. У тренутку кад исцури песак из већег сата, из мањег је исцурило песка за 3 минута. Тог момента га поново окренемо и од тада меримо време. Песак ће исцурити за тачно 3 минута. Одмах окренемо већи сат и кад у њему исцури песак проћи ће још 7 минута ($3+7=10$ минута).



253. Може! Истовремено окрене оба сата. Кад песак исцури из мањег сата (после 5 минута), он окрене мањи сат. У већем сату остало је песка који ће исцурити у наредна 4 минута. Кад исцури остатак песка у већем сату, Филип почиње мерење времена уз помоћ мањег сата, у којем је већ истекло песка за 4 минута. Када се испразни до краја мањи сат (Филип рачуна 1 минут), мањи сат се окрене и пусти да се испразни (још 5 минута). Онда се поново окрене и кад песак исцури до краја (још 5 минута), проћи ће тачно 11 минута од момента кад је Филип почео мерење ($1+5+5=11$).

254. Окренуо је истовремено оба пешчана сата. Кад је песак у мањем сату исцурио (после 5 минута), почео је мерење времена. После 4 минута исцури песак у другом пешчаном сату, па га окрене још једном.

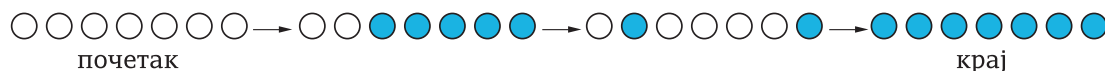
255. Маја рачуна: $27-15=12$, односно $3\cdot 9-3\cdot 5=12$, а онда на основу тога, направи план. 1° Окрене истовремено оба пешчана сата. 2° После 5 минута (исцури песак из мањег сата) поново окрене мањи сат. 3° Кад је прошло 9 минута, исцурио је песак из већег сата, а у мањем има песка за још 1 минут. Чим се испразни већи сат, Маја га окрене поново. 4° По истеку 10 минута од почетка поступка, мањи пешчани сат се поново испразни, па га Маја и трећи пут окрене. 5° Кад се мањи сат и трећи пут испразни, Маја почиње да мери време. Из већег сата остатак песка цури још 3 минута (то је $18-15$). Кад исцури песак (Маја је измерила 3 минута), одмах окрене већи сат поново. Он ће измерити још преосталих 9 минута ($3+9=12$).

13. ПРЕМЕШТАЊА И ПРЕВОЖЕЊА

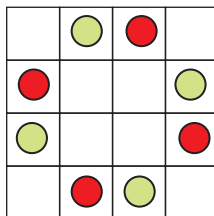
256. Два средишња квадрата имају највише суседних поља (по шест), па у њих ставимо бројеве 1 и 8. Даље лако одредимо места за остале бројеве.

257. Јабука има укупно 48, па треба удесити да у свакој корпи буде по 16. Ред потеза је: 1° Из треће корпе пребацимо у другу 14 јабука. (Стање у корпама је: 12, 28, 8.) 2° Из друге корпе у прву пребацимо 12 јабука. (Стање у корпама је: 24, 16, 8.) 3° Из прве корпе у трећу пребацимо 8 јабука. Сад у свакој корпи има по 16 јабука.

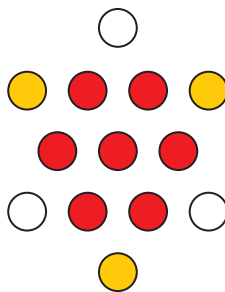
258. Може, и то у три потеза, као што видимо на слици. Прво, окрену се новчићи 3, 4, 5, 6 и 7. Друго, окренемо 2, 3, 4, 5 и 6. Треће, окренемо 1, 3, 4, 5 и 6.



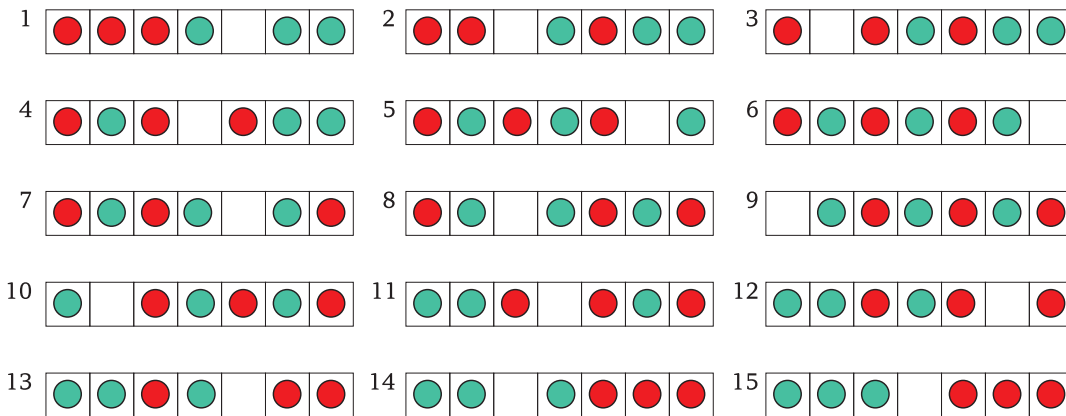
259. Решење видимо на слици.



260. Ђорђе је преместио жетоне који су на слици необојени и поставио их на места жетона обојених наранџасто.



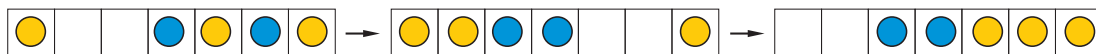
261. Решење дајемо на следећим сликама. Потребно је 15 премештања.



262. Сваки пут се помера само један жетон у једино празно поље, па је довољно само навести број који се премешта. Ред потеза је: 1-2-3-1-4-5-1-3-2-4-3-1-5-3-4-2-1-4-3-5-4-3, укупно 22 потеза.

263. Са ②→1 означавамо да жетон број 2 иде у слободно поље 1. Дакле, редослед потеза је: ②→1, ③→2, ④→3, ⑤→11, ⑥→4, ⑦→5, ⑧→6, ⑨→7, ①→13, ⑨→10, ⑧→9, ①→12, ⑦→13, ⑥→8, ⑤→7, ①→11 итд. Даљи потези су очигледни.

264. Три наредне слике показују распоред жетона после сваког од три правилно изведена корака.



265. На следећим сликама видимо како се врши премештање.



266. Прва три потеза видимо на следећим сликама.



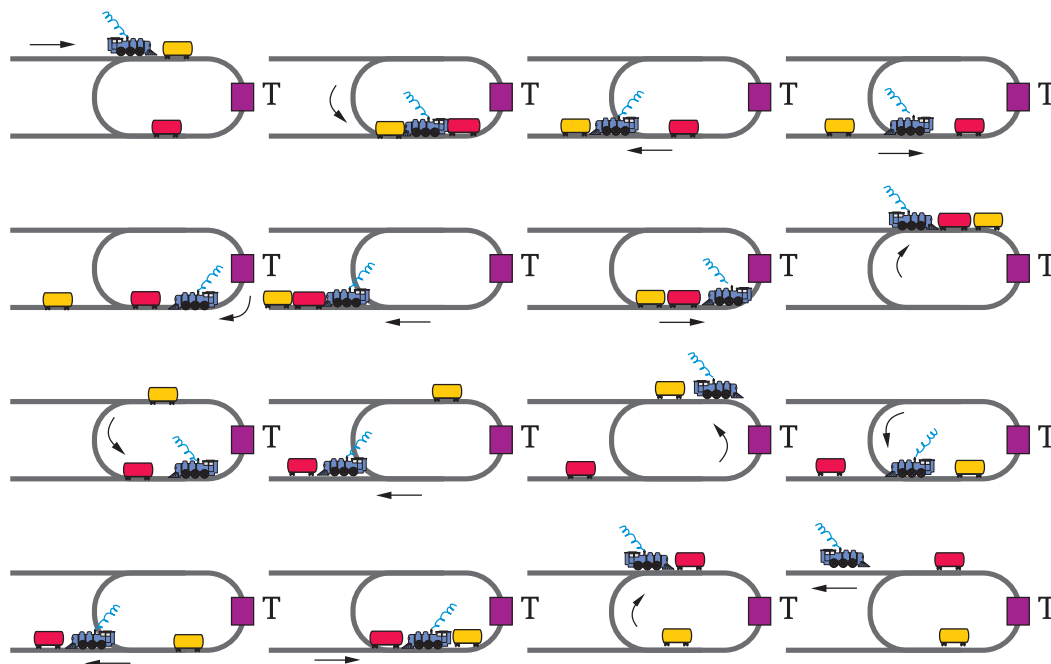
Јасно је да у четвртом кораку пребацујемо 2. и 3. жетон у 6. и 7. поље, а у петом кораку 9. и 10. жетон у 2. и 3. поље.

267. 1) Црвени воз иде на споредни колосек. 2) Зелени воз се повлачи лево да направи места за плави и наранџасти воз, који прођу лево од споредног колосека. 3) Црвени воз прође десно и продужи планирани пут. 4) Плави и наранџасти воз, врате се на положаје десно од споредног колосека (почетни положај). 5) Зелени воз иде на споредни колосек. 6) Плави и наранџасти воз имају слободан пролаз и иду планираним путем. 7) Кад прођу плави и наранџасти, зелени воз продужи планираним путем.

268. 1) Локомотива Л се откачи и гурајући црвени воз прође десно од колосека С. 2) Локомотива Л иде на колосек С. 3) Црвени воз се врати лево од С и закачи вагон B_1 . 4) Локомотива Л оде скроз десно. 5) Црвени воз одвуче вагон B_1 десно од С. 6) Црвени воз, идући уназад, гура вагон B_1 на колосек С. 7) Црвени воз откачи вагон B_1 , остави га на С и врати се лево од С. Тамо закачи вагон B_2 . 8) Плава локомотива Л врати се до С, закачи вагон B_1 и удаљи се десно. 9) Црвени воз одвуче вагон B_2 , десно од колосека С. 10) Црвени воз, крећући се уназад, одгура вагон B_2 на слепи колосек С. 11) Црвени воз откачи вагон B_2 и врати се на место за паркирање (почетни положај). 12) Плава локомотива Л, са вагоном B_1 , врати се до С, закачи вагон B_2 и продужи даље планираним путем.

269. 1) Локомотива Л иде десно на Б. 2) Л погура зелени вагон на колосек В и ту га остави. 3) Л се врати на колосек Б. 4) Л иде на колосек А. 5) Л оде до црвеног вагона и закачи га. 6) Л вуче црвени вагон на колосек А. 7) Л гура црвени вагон на колосек Б. 8) Л вуче црвени вагон на полазни положај зеленог. 9) Л се откачи од црвеног вагона, одлази на колосек В и закачи зелени вагон. 10) Л вуче зелени вагон до полазног положаја црвеног. 11) Л се откачи од зеленог вагона и одлази на колосек А. 12) Л се враћа на полазни положај.

270. Решење приказујемо на следећим сликама. Смер кретања означен је стрелицама, а види се и по диму локомотиве.

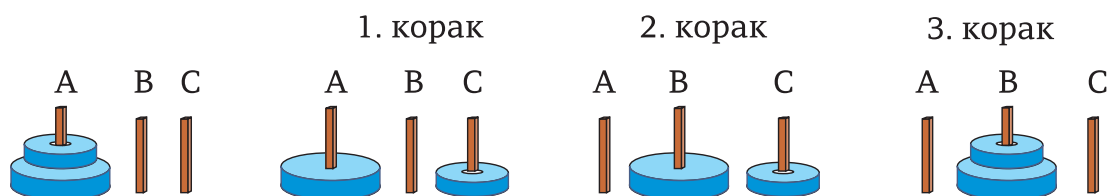


271. Треба 17 потеза: $1 \rightarrow \text{Б}$, $2 \rightarrow \text{П}$, $3 \rightarrow \text{Н}$, $1 \rightarrow \text{Н}$, $4 \rightarrow \text{Б}$, $1 \rightarrow \text{А}$, $3 \rightarrow \text{Б}$, $1 \rightarrow \text{Б}$, $5 \rightarrow \text{Н}$, $1 \rightarrow \text{А}$, $3 \rightarrow \text{Н}$, $1 \rightarrow \text{Н}$, $2 \rightarrow \text{Б}$, $6 \rightarrow \text{П}$, $2 \rightarrow \text{А}$, $4 \rightarrow \text{П}$, $2 \rightarrow \text{П}$.

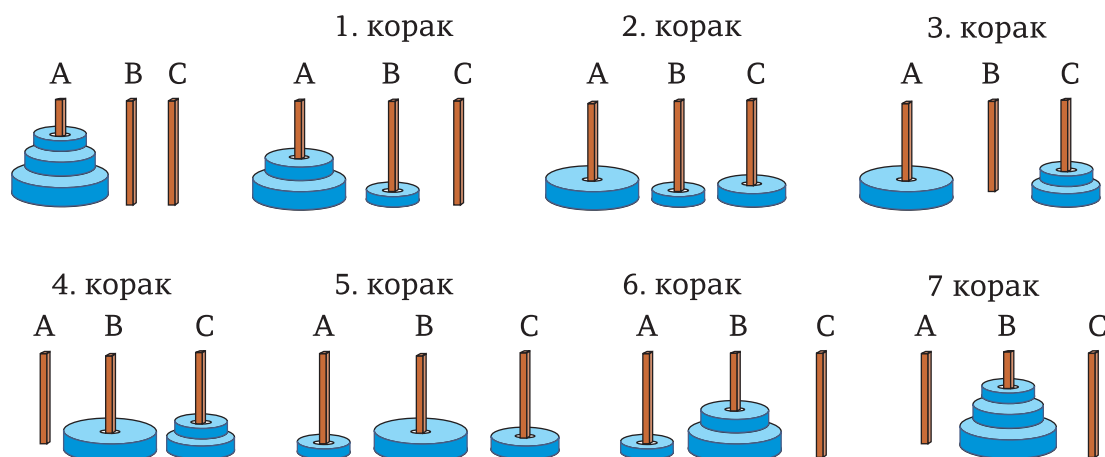
272. $(2-10)$, $(4-12)$, $(6-5)$, $(3-6)$, $(7-15)$, $(8-16, 8-7, 8-14, 8-3)$, $(1-9, 1-2, 1-11, 1-8, 1-13, 1-4)$.

273. Наводимо једно од решења. Први потез је: пас из 6. кућице иде у 9. То ћемо означити са $6 \rightarrow 9$. Даљи потези, у скраћеном запису: $1 \rightarrow 4$, $4 \rightarrow 6$, $8 \rightarrow 5$, $5 \rightarrow 2$, $13 \rightarrow 10$, $10 \rightarrow 8$, $8 \rightarrow 5$, $9 \rightarrow 12$, $12 \rightarrow 10$, $10 \rightarrow 13$, $6 \rightarrow 9$, $9 \rightarrow 12$, $12 \rightarrow 10$, $11 \rightarrow 9$, $9 \rightarrow 12$, $2 \rightarrow 4$, $4 \rightarrow 1$, $5 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 4$, $4 \rightarrow 6$, $3 \rightarrow 5$, $5 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 4$, $10 \rightarrow 8$, $8 \rightarrow 5$, $5 \rightarrow 3$, $12 \rightarrow 10$, $10 \rightarrow 8$, $4 \rightarrow 7$, $7 \rightarrow 9$, $9 \rightarrow 11$. Ради лакшег решавања користите жетоне у две боје.

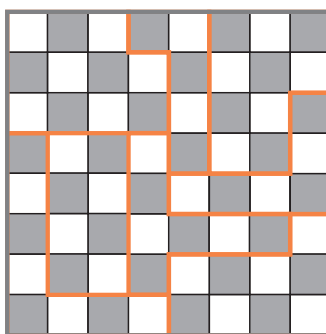
274. Препоручљиво је прво пробати са два диска, па после решавати случај са три диска. За пребацивање два диска потребно је начинити три корака.



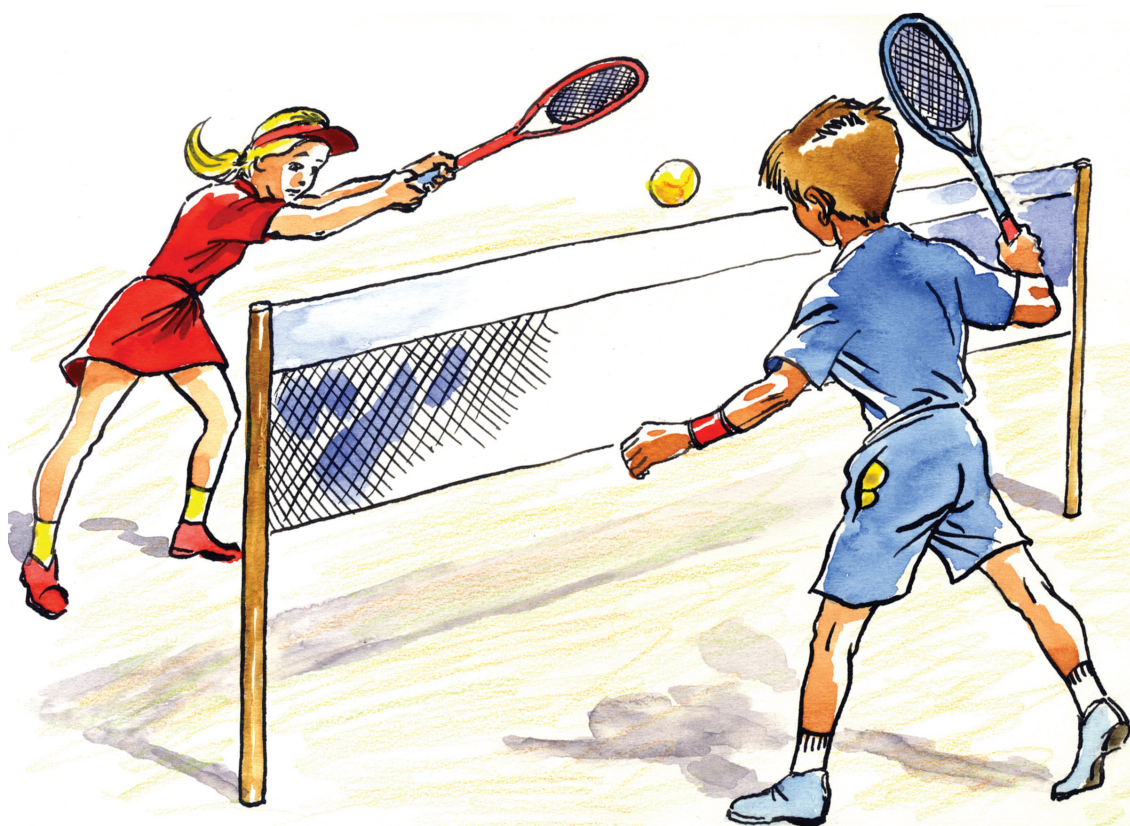
Кад имамо три диска, онда прво пребацимо два мања на стуб С, затим највећи диск на стуб В и са још три корака пребацимо остала два диска на стуб С. Треба укупно седам корака.



275. Ако ниси успео да сложиш шаховску таблу, немој очајавати. Ово није био лак задатак. Погледај на слици једно решење. Ако желиш поново да пробаш, само изволи. Поред решења које видиш на слици постоји још једно решење.



II МАТЕМАТИЧКА ТАКМИЧЕЊА



1. ШКОЛСКА ТАКМИЧЕЊА

А)

1. Напиши најмањи и највећи непарни седмоцифрени број, користећи неке од цифара 3, 5, 0, 8 и 7, број у коме се ни једна од цифара не појављује више од два пута.

2. Који је број 5 пута мањи од разлике бројева 46238 и 9393?

3. Доврши уписивање бројева у празне квадратиће, тако да зборови свака три узастопна броја буду међусобно једнаки.

	528				1477	2306		
--	-----	--	--	--	------	------	--	--

4. Колико се пута употреби цифра 4 за исписивање свих троцифрених бројева?

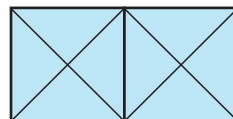
5. Обим правоугаоника, чије су странице a и b , је 2 m. Ако се странице дужине a смање за по 10 cm, а странице дужине b повећају за по 10 cm, добија се квадрат. Израчунај странице тог правоугаоника и добијеног квадрата.

Б)

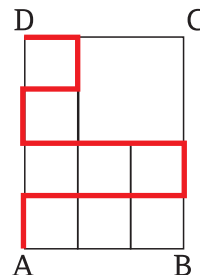
1. Ако цифре 5 и 4 замене места, који ће се од бројева 35246, 42385, 45263 и 75234 највише повећати и за колико?

2. Када је један број прво увећан за 17200, па затим умањен за 8620, добијен је број 88888. О ком броју је реч?

3. Колико троуглова можеш да уочиш на слици? Образложи одговор.



4. На слици је осам мањих (међусобно једнаких) и један већи квадрат. Ако је обим правоугаоника $ABCD$ једнак 28 cm, израчунај дужину црвено назначене изломљене линије.



5. На папиру који ћеш предати прецртај ову табелу па доврши попуњавање табеле.

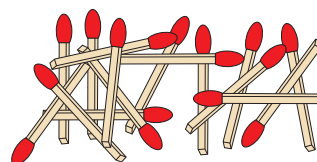
+	4080		
		10000	9000
	4980		7565
		10000	

В)

1. а) Израчунај број који је за 45568 већи од 109109.
б) Израчунај број који је за 60006 мањи од 100000.

2. Прецртај десет цифара у броју 2011201120112011 тако да шестоцифрени број који се састоји од преосталих цифара буде:
а) највећи могући; б) најмањи могући.

3. Како од 16 датих палидрваца може да се направи фигура на којој може да се уочи 5 квадрата и 10 правоугаоника (који нису квадрати)?



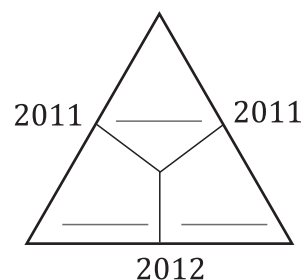
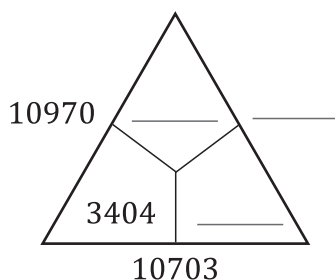
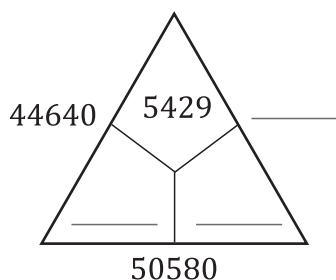
4. На колико најмање, а на колико највише делова, 4 праве могу поделити дати круг? (Свака права сече круг.)

5. Дешифруј сабирање (иста слова замени истом цифром, а различита слова различитим цифрама):

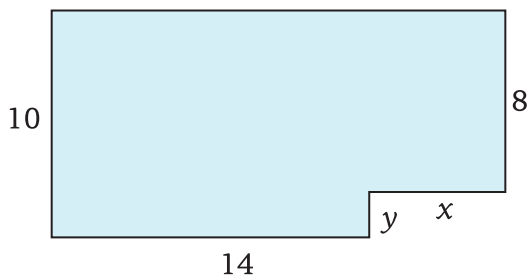
$$\begin{array}{r} \text{А А А} \\ + \text{В В} \\ \hline 4 \text{ А } 2 \end{array}$$

г)

1. Напиши број који је за 34689
 а) већи од најмањег петоцифреног броја,
 б) мањи од најмањег шестоцифреног броја.
2. Ако су у троугловима сабирци, а око њих одговарајући зборови, напиши на цртама бројеве који недостају.



3. Напиши све троцифрене бројеве чији је производ цифара једнак 27.
4. Од правоугаоника је „одсечен“ мали правоугаоник, види слику. (Дужине на слици дате су у центиметрима.) Ако је обим добијене фигуре 60 см, израчунај дужине x и y .

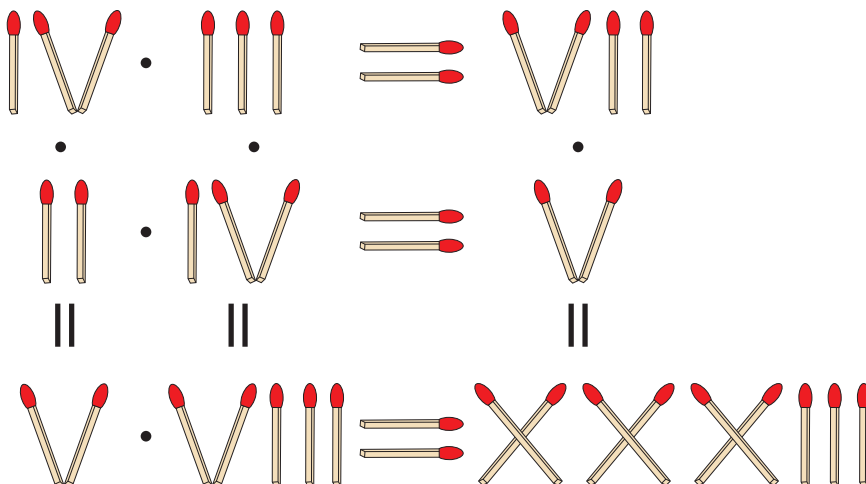
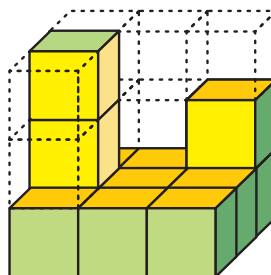


5. Да ли је могуће бројеве 1, 2, 3, ..., 10 поделити на две групе, тако да зборови у те две групе буду једнаки?

2. ОПШТИНСКА ТАКМИЧЕЊА

A)

1. Израчунај:
 $209 \cdot 208 - 208 \cdot 207 - 2 \cdot 207$.
2. Од цифара 1, 2, 3 и 4 можеш да напишеш 24 четвороцифрена броја, а да се свака од тих цифара у сваком од бројева јавља тачно једанпут. Одреди два таква броја којима је збир 7733. Колико има решења?
3. Правоугаоник је са 3 праве подељен на 6 једнаких квадрата. Ако је обим правоугаоника 120 cm, колики је обим једног од тих квадрата?
4. Велика коцка је састављена од 27 малих жутих коцки и обојена је споља зеленом бојом. Када се боја осушила, Јеротије је раздвојио све мале коцке. Колико ће малих коцки имати
 - а) 3 жуте и 3 зелене стране;
 - б) 4 жуте и 2 зелене стране;
 - в) 5 жутих и 1 зелену страну;
 - г) све стране жуте боје?
5. У сваком хоризонталном реду (врсти) премести једно палидрвце тако да добијеш шест тачних једнакости:



Б)

1. Колико има четвороцифрених бројева облика $4^{**}7$?
2. Када се једна страница правоугаоника повећа за 48 cm, добија се квадрат обима 2008 cm. Израчунај дужину странице квадрата и обим првобитног правоугаоника.
3. Ако је $x - 2009 = 3434$, колико је:
а) $(x + 2009) - 2009$, б) $(x - 2000) - 2009$?
4. Зграда има три спрата. На другом и трећем спрату живи 20 особа, а на првом и другом спрату живи 22 особе. Колико људи станује на сваком спрату, ако је број особа на другом спрату једнак укупном броју особа на првом и трећем спрату?

26		28
	29	

5. Попуни магични квадрат.

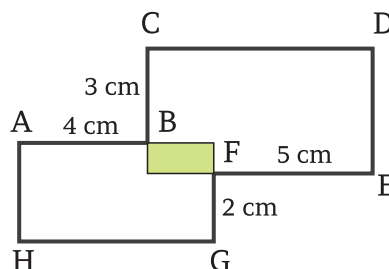
В)

1. Правоугаоник страница 44 cm и 16 cm издељен је на квадрате обима 16 cm. Колико има таквих квадрата?
2. Колико има четвороцифрених бројева са збиром цифара 4, којима је збир прве две цифре једнак збиру последње две цифре?
3. Три друга Боба, Јова и Мома скупљају сличице фудбалера. Боба има три пута више сличица од Јове, а Јова два пута више сличица од Моме. Колико сличица има сваки од њих ако Боба и Мома заједно имају 210 сличица?

•			
	25	55	
		66	42
			63

4. Доврши попуњавање табеле одговарајућим множиоцима и производима.

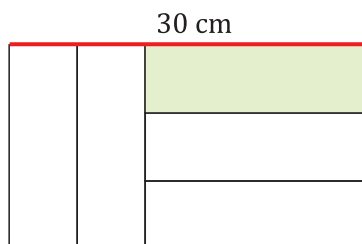
5. Два правоугаоника имају заједнички обојени део (види слику). Тај део је облика правоугаоника чији је обим 6 cm. Ако је $AB=4$ cm, $BC=3$ cm, $EF=5$ cm, $FG=2$ cm, одреди дужину затворене изломљене линије $ABCDEFGHA$.



Г)

1. Ако је $x - 2012 = 3434$, израчунај:
а) $(x + 2000) - 2012$; б) $(x - 2000) - 2012$; в) $x - (2012 - 2000)$?
2. Иста слова замени истим, а различита слова различитим цифрама, тако да сабирање $AA + A = BCD$, буде тачно. Израчунај вредност израза $A - B + C - D$.
3. Кроз неку цев истиче 54 литра воде за 6 минута. Колико литара воде истече кроз ту цев од 6 сати и 13 минута ујутру до поноћи?
4. Прецртај 6 цифара у броју 2012201220122012, тако да десетоцифрени број који се састоји од преосталих цифара буде:
а) највећи могући; б) најмањи могући.

5. Велики правоугаоник је састављен од 5 једнаких мањих правоугаоника (види слику). Ако је дужина веће стране великог правоугаоника 30 cm, израчунај обим једног малог правоугаоника.



3. ОКРУЖНА ТАКМИЧЕЊА

А)

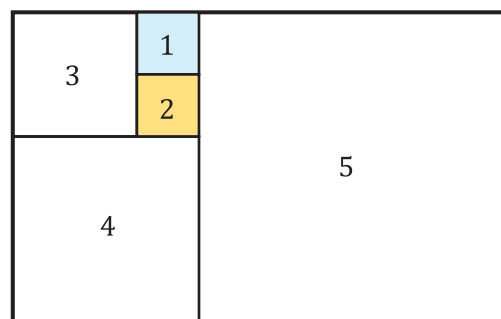
1. Допиши један пар заграда тако да буде тачна једнакост
 $6027 \cdot 287 - 2009 : 7 = 0$.

2. Дешифруј сабирање ако се оба сабирка читају исто и са леве и са десне стране (такви бројеви су, на пример: 373, 4224, 5555).

$$\begin{array}{r} * * * \\ + * * * * \\ \hline 2009 \end{array}$$

3. Маја је у башти на цвећу видела бубамаре са 4 и са 7 тачкица. Колико је најмање бубамара са 7 тачкица могло да буде, ако је Маја избројала укупно 90 тачкица?

4. На слици су бројевима од 1 до 5 означени квадрати који формирају правоугаоник (види слику). Израчунај обим правоугаоника ако је површина најмањег квадрата 4 cm^2 .



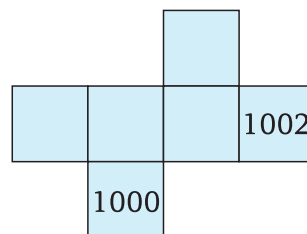
5. Две ивице квадрата су дужина 5 cm и 10 cm. Збир дужина свих ивица квадрата је 140 cm. Израчунај површину тог квадрата.

Б)

1. Збир два броја је 56, а количник 4 са остатком 1. Који су то бројеви?

2. Колико има двоцифрених бројева код којих је цифра јединица већа од цифре десетица?

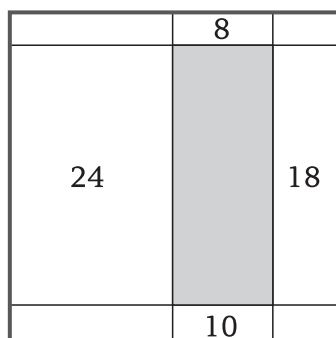
3. Дата је мрежа коцке и у два њена квадрата уписани су бројеви 1000 и 1002 (види слику). Упиши још четири различита парна четвороцифрена броја (у преостала 4 квадрата) тако да зборови бројева на супротним странама коцке (када је склопимо) буду 2010.



4. На колико начина из дате табеле можемо да прочитамо број 2010 ако можемо да се крећемо само у 3 смера: десно, доле и косо десно-доле?

2	0	1	0
0	0	0	0
1	0	1	0
0	0	0	0

5. Квадрат странице 10 cm подељен је на 9 правоугаоника као на слици. У четири правоугаоника (види слику) су записани њихови обими (у центиметрима). Израчунај обим осенченог правоугаоника.

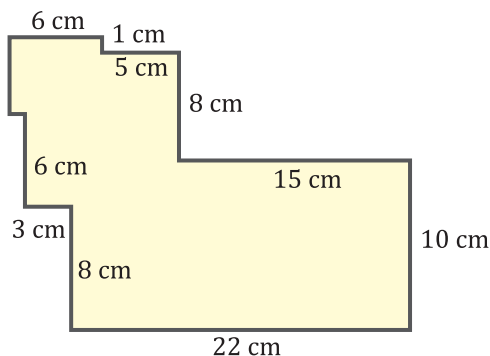


В)

1. Неким бројем треба помножити број 257, па када од добијеног производа одузмеш број 422, добијеш број 88500. Који је то број?

2. Четвороцифрен и троцифрен број у разлици $**** - *** = 2011$ имају исту вредност ако их читамо са леве или са десне стране. Одреди те бројеве.

3. Израчунај површину фигуре представљене сликом. Све странице фигуре припадају правим које су или паралелне или нормалне међусобно.



4. Од 12 истих коцки чија је ивица дужине 1 cm направљен је квадар. Који од овако добијених квадара има:

а) најмању; б) највећу површину?

Израчунај те површине.

5. Чика Ратко у џепу има 6800 динара. Тај износ има у новчаницама од 100 динара, 500 динара и 1000 динара. Број новчаница од 100 динара и од 500 динара је исти. Колико новчаница чика Ратко може да има?

Г)

1. Шта је веће $72504:36$ или $3292510:1634$ и за колико?

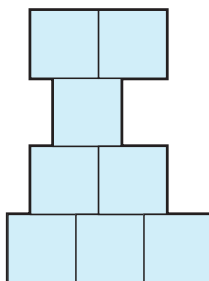
2. Дешифруј сабирање

$$ML + ML = DMS$$

ако истим словима одговарају исте цифре, а различитим словима различите цифре. Одреди сва решења.

3. Дијана је на сваком од 19 картона исписала по један од бројева од 1 до 19. Може ли Дијана поделити картоне у две групе тако да збир бројева у једној групи буде за 40 већи од збира бројева у другој групи?

4. Фигура на слици је састављена од 8 истих квадрата. Обим фигуре на слици је 32 см. Израчунај њену површину.



5. Бранко је записао број 1 и иза њега почео редом да дописује природне бројеве

123456789101112131415...99100101102...

Која цифра се налази на 2012. месту у овом Бранковом запису?



4. МИСЛИША

Задаци који се оцењују са 3 бода



1. Колико је $2+0+1+1+2011$?
(A) 2011 (B) 2012 (C) 2013 (D) 2014 (E) 2015

2. Колики је збир цифара броја 2011?
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

3. У сваком углу собе налази се по једна столица. На свакој столици седи по један дечак. Сваки дечак види 3 дечака. Колико у тој соби има дечака?
(A) 3 (B) 4 (C) 8 (D) 9 (E) 12



4. Који је то број, који увећан за 1 даје најмањи троцифрени број?
(A) 89 (B) 90 (C) 99 (D) 100 (E) 101

5. Колико има шестоцифрених бројева који су већи од 999997?
(A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3 (E) 2

6. Слика приказује 8 стабала која расту поред пута. Између свака два суседна стабла размак је 3 метра. Колико је растојање између првог и последњег стабла?



(A) 24 (B) 23 (C) 22 (D) 21 (E) 20

7. Од моје куће до библиотеке има 3 километра. На мом путу до библиотеке налази се чесма. Она је од моје куће удаљена 1 километар. Колико има од чесме до библиотеке?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
(E) не може се утврдити



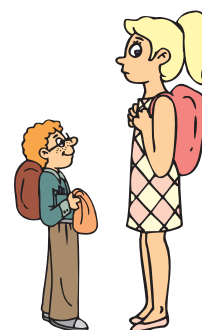
8. Коста је имао 2011 динара. Купио је књигу за 345 динара и свеску за 170 динара. Колико динара му је остало?

- (A) 515 (B) 1496 (C) 1585 (D) 1655 (E) 1825

Задаци који се оцењују са 4 бода

9. Пет година има Мирко, а петнаест Марија. Кроз колико година ће девојчица Марија од свог брата, малог Мирка, бити двапут старија?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5



(E) 6

10. Соња има 2 блузе и 3 сукње. На колико различитих начина она може да састави комплет који се састоји од једне блузе и једне сукње?



- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

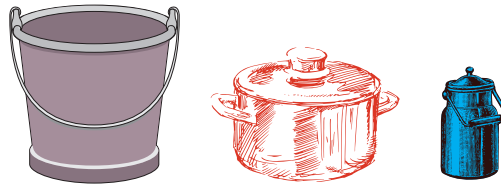
11. Најмањи четвороцифрени број коме су све цифре непарне и различите и који је већи од 2011, је:

- (A) 1735 (B) 3157 (C) 3517 (D) 3571 (E) 7531

12. Разлика два броја је за 13 мања од умањеника и за 5 већа од умањеоца. Колики је умањеник?

- (A) 5 (B) 13 (C) 18 (D) 31 (E) немогуће га је одредити

13. У кофу може да стане 10 литара воде, у шерпу 5 литара, а у кантицу 3 литра. Кофа је пуна воде, а шерпа и кантица су празне. Колико најмање пресипања треба извршити да би се одмерио тачно 2 литра воде?



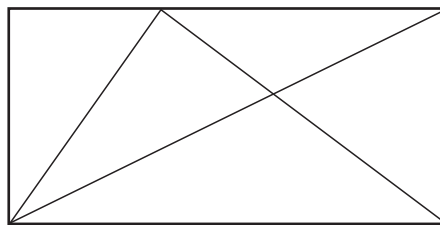
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

14. У једној улици има 50 кућа. Становници те улице одлучили су да на сваку кућу ставе нову таблицу са кућним бројем. Колико укупно цифара треба написати на новим таблицама да би се то урадило?



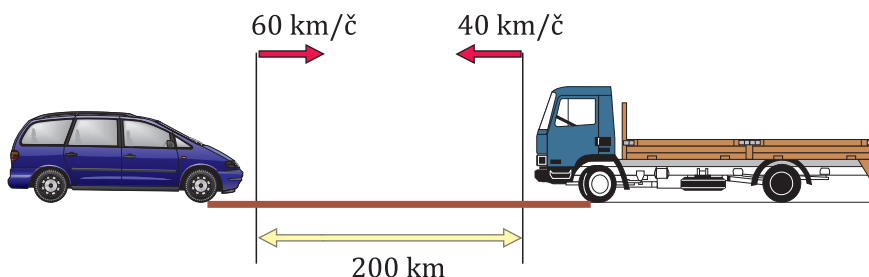
- (A) 50 (B) 59 (C) 91 (D) 100 (E) 109

15. Колико на овој слици има дужи?



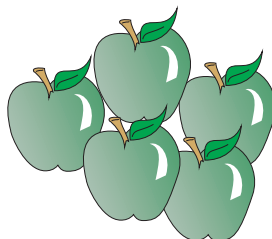
- (A) 7 (B) 8 (C) 10 (D) 13 (E) 15

16. Камион и аутомобил. Слика приказује аутомобил и камион који су удаљени један од другог 200 km. Ако истовремено крену један другом у сусрет и иду брзинама које су означене на слици, после колико сати ће се срести?



- (A) пола сата (B) 1 сат (C) 2 сата (D) 3 сата (E) 4 сата

17. Милан је имао 5 јабука. Половину свих јабука и још пола јабуке поконио је брату, а остатак је појео сам. Колико јабука је Милан појео сам?



- (A) пола јабуке (B) једну јабуку (C) две јабуке
(D) три јабуке (E) не може се израчунати

Задаци који се оцењују са 5 бодова

18. Вељко је на часу физичког васпитања, док је са друговима стајао у врсти, приметио да се лево од њега налази три пута више дечака, него десно од њега. Наставник је затим од дечака који су стајали са Вељкове леве стране издвојио 6 дечака да играју кошарку. Вељко је после тога приметио да се налази тачно у средини врсте. Колико је укупно дечака тога дана дошло на час физичког васпитања?

- (A) 12 (B) 13 (C) 15 (D) 16 (E) 24

19. Правоугаоник је састављен од 5 једнаких квадрата. Колико пута је обим тог правоугаоника већи од обима једног од квадрата?

- (A) 2 пута (B) 3 пута (C) 4 пута (D) 5 пута (E) 10 пута

20. Школски фудбалски тим је на турниру имао три пута више победа него пораза, а четири утакмице је одиграо нерешено. Укупно је одиграо 28 утакмица. Колико пута је тај тим победио?

- (A) 16 (B) 18 (C) 20 (D) 22 (E) 24



21. Питали једног учитеља колико има година, а он одговори: “Ако од броја мојих година одузмете 4, добијени број поделите са 4 и од тога онда одузмете 4, добићете опет 4. А сад рачунајте сами.”

Колико година има тај учитељ?

- (A) 35 (B) 36 (C) 40 (D) 44 (E) 48

22. Аца воли сладолед, Бане воли торту. Аца и Бане имају по 10 година. Ко је од њих двојице старији, ако је Аца ове године већ прославио свој рођендан, а Бане још није?

- (A) Аца (B) Бане (C) Саша
(D) имају једнако (E) не може се утврдити



23. Пера је на табли редом писао природне бројеве без размака: 1234567891011121314 ...

Коју ће цифру Пера написати на 100. месту?

- (A) 9 (B) 8 (C) 7 (D) 6 (E) 5

24. Мој брат сада има четири пута више година него ја. Колико је пута више година, него што ја имам сада, он имао онда, када сам се ја родио?

- (A) 2 пута (B) 3 пута (C) 4 пута (D) 5 пута
(E) не може се утврдити

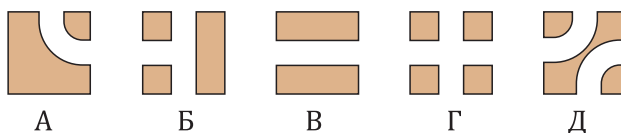
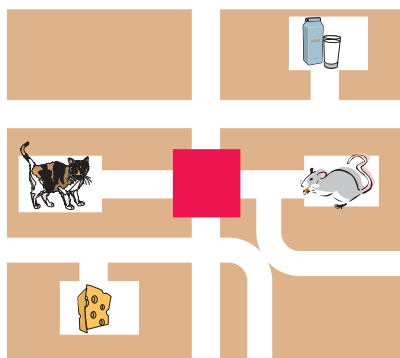
25. На столу се налазе две гомиле жетона. На свакој гомили има по 7 жетона. Играју два играча на смену (један па други, наизменично). У једном потезу један играч узима произвољан број жетона (бар један), али само са једне гомиле. Затим игра други играч и тако редом. Победник је играч који са стола узме и последњи жетон. Ко ће победити ако сваки играч игра на најбољи начин: онај играч који игру почиње, или онај који игра као други?

- (A) Увек побеђује први (B) Увек побеђује други
(C) Не може се утврдити (D) Други никад не може да победи
(E) Први, ако у првом потезу узме све жетоне са једне гомиле.

5. КЕНГУР БЕЗ ГРАНИЦА

Задаци који вреде 3 поена

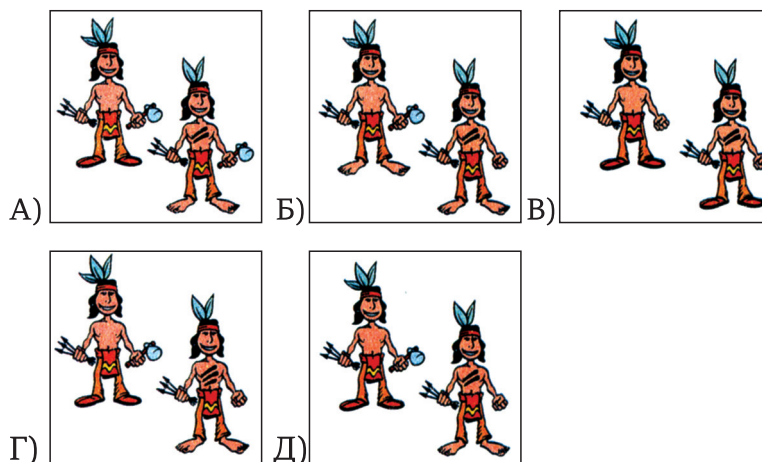
1. Мачка и миш на слици треба да прођу кроз лавиринт. Мачка треба да дође до боце са млеком, а миш до сира, али мачка и миш се никада не смеју срести. Како изгледа сакривени део лавиринта?



2. Четрдесетоминутни час почиње у 11:50. Тачно на средини часа, птица је улетела кроз прозор. Када се то десило?

А) у 11:30; Б) у 12:00; В) у 12:10; Г) у 12:20; Д) у 12:30.

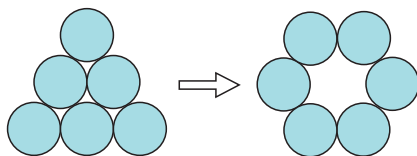
3. Индијански поглавица Велики Медвед има три пера, секиру, стреле и мокасине на ногама. Његов син, Бели Гепард, има два пера, нема секиру, босоног је и има две траке нацртане на грудима. На којој слици су заједно приказани Велики Медвед и Бели Гепард?



4. У ресторану предјело кошта 4 €, главно јело 9 € и десерт 5 €. Комплетан мени, који се састоји од предјела, главног јела и десерта, кошта 15 €. Колико се уштеди ако се уместо три одвојене наруџбине наручи комплетан мени?

А) 3 €; Б) 4 €; В) 5 €; Г) 6 €; Д) 7 €.

5. Шест новчића лежи у троуглу као на слици лево. Потребно је померити неколико новчића да би они били распоређени као на слици десно. Колико најмање новчића се мора померити?



А) 1; Б) 2; В) 3; Г) 4; Д) 5.

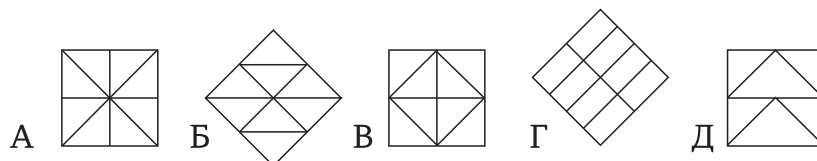
6. Четири пријатеља су јела сладолед.

- Миша је појео више од Филипа;
- Јован је појео више од Воје;
- Јован је појео мање од Филипа.

Поређати их у низ према томе колико су појели, почев од оног који је појео највише, до оног који је појео најмање.

- А) Миша, Јован, Воја, Филип; Б) Воја, Миша, Филип, Јован;
 В) Миша, Филип, Јован, Воја; Г) Јован, Воја, Миша, Филип;
 Д) Јован, Миша, Воја, Филип.

7. Користећи само плочице облика  за покривање пода собе, који од следећих мозаика није могуће добити?

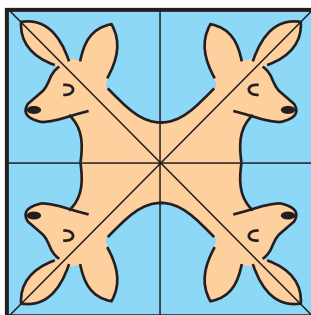


8. Стонога Ева има 100 ногу. Јуче је купила и обула 16 пари нових ципела. Упркос томе, 14 њених ногу су и даље биле босе. На колико ногу је имала ципеле пре куповине?

- А) 27; Б) 40; В) 54; Г) 70; Д) 77

Задачи који вреде 4 поена

9. Марија је пресавила и развила папир четири пута, као што је приказано на слици. Колико пута су се кенгури преклопили када је папир био пресавијен?

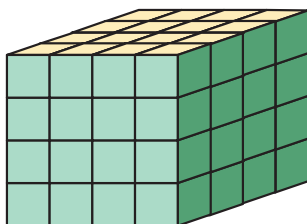


- А) 0; Б) 1; В) 2; Г) 4; Д) бесконачно много.

10. Марко и Лара станују у истом солитеру. Лара станује 12 спратова изнад Марка. Једног дана Марко је ишао степеницама да посети Лару. На половини свог пута био је на 8. спрату. На ком спрату Лара станује?

- А) 12; Б) 14; В) 16; Г) 20; Д) 24.

11. Велика коцка састављена је од 64 мале беле дрвене коцке истих димензија. Пет страна велике коцке обојено је у зелено. Колико малих коцки има три зелене стране?



- А) 4; Б) 8; В) 16; Г) 20; Д) 24.

12. Трајект може одједном да превезе преко реке 10 аутомобила или 6 камиона. У среду је трајект прешао 5 пута пун преко реке и укупно превезао 42 возила. Колико аутомобила је превезено трајектом?

- А) 10; Б) 12; В) 20; Г) 22; Д) 30.

13. Квадрат је подељен на четири мања једнака квадрата. Сви мањи квадрати су обојени или црном или плавом бојом. Четири бојења квадрата са слике се не разликују. Колико различитих бојења је могуће?



- А) 5; Б) 6; В) 7; Г) 8; Д) 9.

14. Јован је започео слање писама. Он је послао писмо свом другу Петру. Петар је морао да пошаље писмо другим двома особама. Свако ко је примио писмо, морао је да га пошаље другим двома особама. После два круга укупно $1 + 2 + 4 = 7$ особа је примило писмо. Колико укупно особа је примило писмо после четири круга?

- А) 15; Б) 16; В) 31; Г) 33; Д) 63.

15. Деца су мерила дужину пешчаног игралишта корацима. Ана је направила 15 једнаких корака, Бојана 17, Дејан 12 и Иван 14. Ко од њих има најдужи корак?

А) Ана; Б) Бојана; В) Дејан; Г) Иван; Д) Немогуће је одредити.

16. Ако је збир бројева у обе врсте једнак, коју вредност има симбол *?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	199
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	*

А) 99; Б) 100; В) 209; Г) 289; Д) 299.

Задаци који вреде 5 поена

17. Производ $60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 7$ једнак је

- А) броју минута у 7 седмица; Б) броју сати у 60 дана;
 В) броју секунди у 7 сати; Г) броју секунди у једној седмици;
 Д) броју минута у 24 седмице.

18. Свако поље табеле 4×4 садржи по једну карту (њихове боје су приказане на слици). Један потез дозвољава замену позиција било које две карте. Колико најмање потеза треба извршити тако да свака врста и свака колона садржи све боје?

♥	♥	♦	♣
♦	♠	♠	♥
♣	♦	♠	♣
♠	♣	♥	♦

А) 1; Б) 2; В) 3; Г) 4; Д) 5.

19. Пре две године мачке Цица и Цара имале су у збиру 15 година. Сада Цица има 13 година. За колико година ће Цара имати 9 година?

А) 1; Б) 2; В) 3; Г) 4; Д) 5.

20. Кристина је исписала природне бројеве од 1 до 100 редом у табели са 5 колона. Део те табеле дат је на слици. Њен брат је исекао део табеле, а затим обрисао неке бројеве. Која слика представља део некомплетне табеле?

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20

А)

	43			
		48		

Б)

		58		
	52			

В)

			69	
	72			

Г)

	81			
	86			

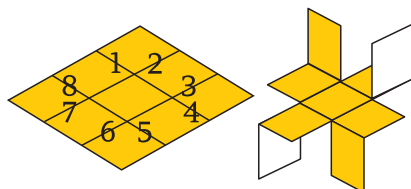
Д)

	90			
			94	

21. Библиотека у школи у коју иду Ана, Биљана и Владимир има пуно књига. „Има приближно 2010 књига“, рекао је учитељ и позвао ученике да погоде тачан број. Ана је рекла да има 2010 књига, Биљана 1998 и Владимир 2015. Учитељ је рекао да су разлике између тачног броја књига и бројева који су они рекли једнаке 12, 7 и 5, али не истим редом којим су они погађали број. Колико књига има у библиотеци?

А) 2003; Б) 2005; В) 2008; Г) 2020; Д) 2022.

22. Неке дужи на картону су обележене бројевима 1, 2, ..., 8 као што је приказано на слици доле лево. Ина је расекла дуж четири од њих да би добила фигуру приказану на слици десно. Колики је збир бројева којима су обележене дужи које је Ина расекла?



А) 16; Б) 17; В) 18; Г) 20; Д) 21.

23. Андреја, Стефан, Роберт и Марко су се срили на концерту у Загребу. Они су дошли из различитих градова: Париза, Дубровника, Рима и Берлина. Познате су следеће информације о овим људима:

– Андреја и момак из Берлина дошли су у Загреб рано ујутру на дан концерта. Ниједан од њих никада није био у Паризу и Риму.

– Роберт није из Берлина, а стигао је у Загреб у исто време када и момак из Париза.

– Марку и момку из Париза се концерт јако допао.

Одакле је Марко дошао?

А) из Париза;

Б) из Рима;

В) из Дубровника;

Г) из Берлина;

Д) из Загреба.

24. Сви Бранкови пријатељи су сабрали број дана и број месеца свог рођења и добили збир 35. Њихови рођендани су различитих дана. Који је максимално могући број Бранкових пријатеља?

А) 7;

Б) 8;

В) 9;

Г) 10;

Д) 12.

IV

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА



1. ШКОЛСКА ТАКМИЧЕЊА

A)

1. Највећи број који задовољава дате услове је 8877553, а најмањи 3003557.

2. $(46238 - 9393) : 5 = 36845 : 5 = 7369$.

3. Нека је у квадрату лево од 1477 и 2306 број a , а десно број b .

	528			a	1477	2306	b	
--	-----	--	--	-----	------	------	-----	--

Тада је по услову задатка $a + 1477 + 2306 = 1477 + 2306 + b$, одакле закључујемо да је $a = b$. Посматрајмо сада бројеве лево и десно од a и 1477. Као и раније закључујемо да су ти бројеви једнаки.

	528		2306	a	1477	2306	a	
--	-----	--	------	-----	------	------	-----	--

Дакле, у датој траци сви бројеви између којих су друга два поља су једнаки, па траку треба попунити овако

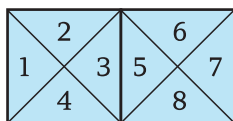
2306	528	1477	2306	528	1477	2306	528	1477
------	-----	------	------	-----	------	------	-----	------

4. Као цифра јединица у једној стотини, цифра 4 се употреби 10 пута, а у 9 стотина укупно 90 пута. Као цифра десетица, цифра 4 се у једној стотини употреби 10 пута, а у 9 стотина 90 пута. Као цифра стотина, цифра 4 се употреби 100 пута. Дакле, цифра 4 се укупно употреби 280 пута.

5. Ако повећамо дужине једног пара наспрамних страница за по неки број, а дужине другог пара наспрамних страница смањимо за по исти тај број, обим се неће променити, па је и обим квадрата $2 \text{ m} = 20 \text{ dm}$. Одатле имамо да су странице квадрата 5 dm . Странице правоугаоника су за $10 \text{ cm} = 1 \text{ dm}$ мање, односно веће, па су оне 4 dm и 6 dm .

Б)

1. 35246 се смањује за 990, 42385 се повећа за 9999, 45263 се повећа за 9000, 75234 се смањи за 999. Дакле, највише ће се повећати број 42385.
2. Тражени број добијамо тако што 88888 најпре увећамо за 8620 и добијемо број 97508, а затим овај број умањимо за 17200 и добијемо тражени број 80308.
3. Ако означимо „мале“ троуглове бројевима од 1 до 8, онда можемо уочити 8 „малих“ троуглова, 8 „средњих“ (12, 43, 14, 23, 56, 78, 58, 67) и 2 „велика“ (2356, 3458). Дакле, укупно их је 18.



4. Мали квадрат има страницу дужине 2 cm, па је дужина назначене изломљене линије $12 \cdot 2 \text{ cm} = 24 \text{ cm}$.

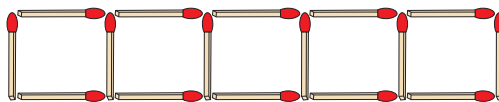
5.

+	4080	7665	6665
2335	6415	10000	9000
900	4980	8565	7565
2335	6415	10000	9000

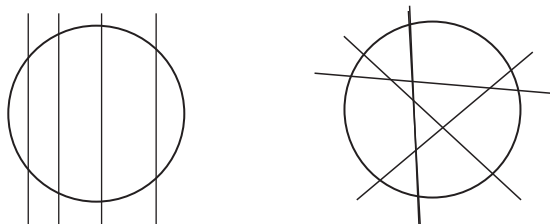
В)

1. а) $109109 + 45568 = 154677$;
б) $100000 - 60006 = 39994$.
2. а) 222211;
б) 100011.

3. Решење је дато на слици.



4. Најмање на 5 делова, слика лево, а највише на 11 делова.

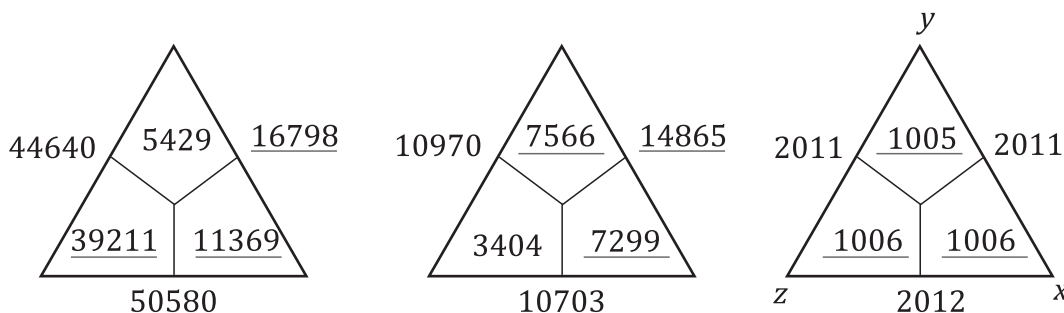


5. Лако се види да A не може бити веће од 4. За $A=4$, рачун није тачан, јер је тада први сабирак већи од збира. Како је и $A > 2$, мора бити $A=3$. Тада је $B=9$.

Г)

1. а) То је број $34689 + 10000 = 44689$.
 б) То је број $100000 - 34689 = 65311$.

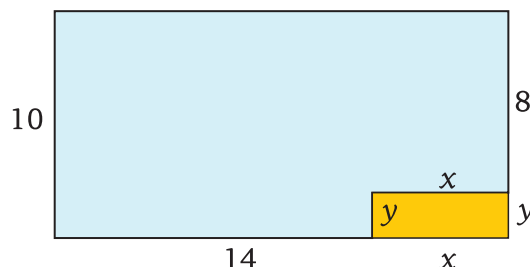
2. У првом троуглу рачунамо: $44640 - 5429 = 39211$ и $50580 - 39211 = 11369$. Затим, $5429 + 11369 = 16798$. Добијене бројеве упишемо на предвиђена места. Слично одредимо и бројеве у другом троуглу.



У трећем троуглу је мало сложенија ситуација. Ако су x , y и z тражени бројеви, као означена темена на слици десно, онда је: $x+y=2011$, $y+z=2011$, и $x+z=2012$. Саберемо ове три једнакости и добијемо $2(x+y+z)=6034$, па је $x+y+z=6034:2=3017$. Онда је $x=3017-2011=1006=z$ и $y=3017-2012=1005$.

3. Како је $27 = 1 \cdot 3 \cdot 9 = 3 \cdot 3 \cdot 3$, имамо бројеве 333, 139, 193, 319, 391, 913 и 931.

4. Ако дату фигуру допунимо до правоугаоника, као на слици, видимо да је обим дате фигуре једнак обиму правоугаоника. Онда је $y = 2$ cm. Из обима налазимо да је $14 + x + 10 = 30$ cm, па је $x = 6$ cm.



5. Збир датих бројева је $1 + 2 + 3 + \dots + 9 + 10 = 55$, а то је непаран број и не може да се напише као збир два једнака броја. (Збир два једнака броја је паран број.) Тражена подела на две групе није могућа.

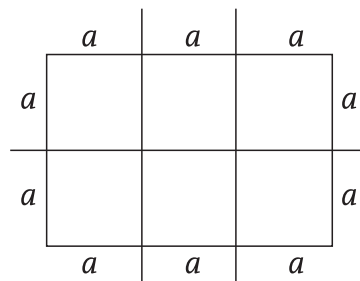
2. ОПШТИНСКА ТАМИЧЕЊА

A)

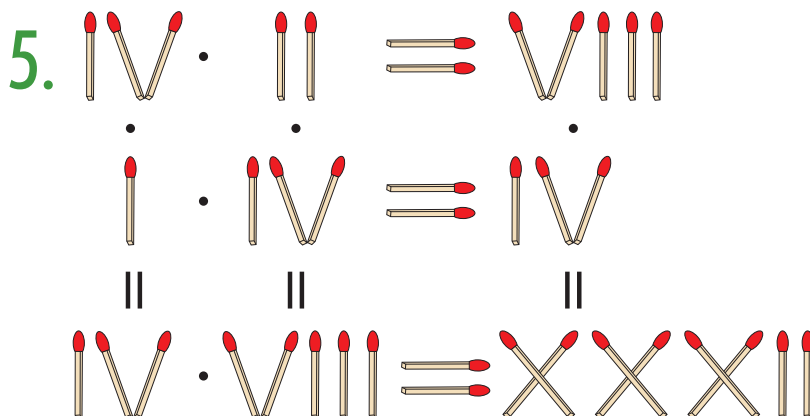
1. $208 \cdot (209 - 207) - 2 \cdot 207 = 208 \cdot 2 - 2 \cdot 207 = 2(208 - 207) = 2 \cdot 1 = 2$.

2. Како при било ком сабирању два броја од 1 до 4 нема прелаза преко десетице, то 3 можемо добити као $1 + 2$, а 7 као $3 + 4$. Одатле су могућа два решења: $4312 + 3421$ и $4321 + 3412$.

3. Поделом са 3 праве на 6 квадрата добијамо фигуру као на слици. Одавде видимо да је обим правоугаоника једнак збиру 10 страница квадрата. Дакле, $10 \cdot a = 120$, тј. $a = 12$ cm. Обим квадрата је $4 \cdot a = 48$ cm.



4. а) 8; б) 12; в) 6; г) 1.



Б)

1. Има 100 таквих бројева, јер уместо ** можемо ставити редом: 00, 01, 02, ..., 98, 99.

2. Страна квадрата је дужине $2008 : 4 = 502$ cm, а обим почетног правоугаоника је 1912 cm (то је $2 \cdot 502 + 2 \cdot 454$).

3. а) $(x + 2009) - 2009 = (x - 2009) + 2009 = 3434 + 2009 = 5443$
 б) $(x - 2000) - 2009 = (x - 2009) - 2000 = 3434 - 2000 = 1434$.

4. Ако са P, D и T обележимо број особа које живе на првом, другом и трећем спрату, редом, тада је: $P + D = 22$, $D + T = 20$. Закључујемо да је $P + D + D + T = 42$, а како је $P + T = D$, то је $3D = 42$. Значи $D = 14$, $P = 8$ и $T = 6$.

5. Збир бројева у осенченим пољима из прве врсте мора бити једнак збиру осенчених бројева из друге колоне па је у средини број 25 ($26 + 28 = 25 + 29$). Радећи на сличан начин добијамо:

26	x	28
	29	

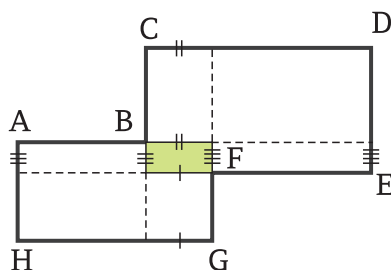
26	21	28
27	25	23
22	29	24

B)

1. Страница квадрата је 4 cm. Правоугаоник је подељен на $11 \cdot 4 = 44$ квадрата.
2. Збир прве две цифре је 2 (као и друге две) и таквих бројева има 6: 2020, 2011, 2002, 1120, 1111, 1102.
3. Ако Мома има M сличица, Јова има $2M$ сличица, а Боба три пута више, односно $6M$. Дакле, $6M + M = 210$, одакле закључујемо да Мома има 30 сличица, Јова 60 сличица, а Боба 180 сличица.
4. Очигледно да је $25 = 5 \cdot 5$, а $25 = 1 \cdot 25$ не може да се уклопи у остале производе. Решење видимо у табели.

•	5	11	7
5	25	55	35
6	30	66	42
9	45	99	63

5. Дужина изломљене линије ABCDEFGHA је према слици:
 $2 \cdot (AB + FG + FE + BC) + 6 \text{ cm} = 34 \text{ cm}.$



Г)

1. а) $(x+2000)-2012=(x-2012)+2000=3434+2000=5434$;
 б) 1434; в) 5434.

2. Како је збир двоцифреног и једноцифреног броја који се пишу истом цифром троцифрен број, једина могућност је $A=9$. Како је $99+9=108$, то је $B=1$, $C=0$, $D=8$ и $A-B+C-D=0$.

3. У једном минути кроз цев истече 9 литара воде. Како од 6h 13min до поноћи протекне $17\text{ h }47\text{ min}=1067\text{ min}$, то за тражено време истече $1067\cdot 9=9603$ литара воде.

4. а) 2222222012; б) 1010122012.

5. Ако краћу страницу малог правоугаоника обележимо са x , онда је дужа страница мањег правоугаоника $3x$. Дужа страница већег правоугаоника је онда $5x$, па је $5x=30$ cm, тј. $x=6$ cm. Дакле, странице мањег правоугаоника су 6 cm и 18 cm, па је његов обим 48 cm.

x	x	$3x$
		x
		x
		x

3. ОКРУЖНА ТАКМИЧЕЊА

А)

1. $6027\cdot(287-2009:7)=0$, јер је $2009:7=287$.

2. Прва цифра четворооцифреног броја мора бити 1, да би збир био 2009, па је и последња цифра 1. Последња цифра троцифреног броја мора бити 8, а самим тим и прва. Како се

$$\begin{array}{r} 898 \\ +1111 \\ \hline 2009 \end{array}$$

збир броја 8 и неког броја завршава на 0, тај број мора бити 2 или 1 (ако постоји пренос при претходном сабирању). Дакле, могући четвороцифрени бројеви су 1221 или 1111. Ако је четвороцифрени број 1221, тада је $2009 - 1221 = 788$, а ово не може бити тражени троцифрени број. Ако је четвороцифрени број 1111, тада је тражени троцифрени број $2009 - 1111 = 898$, што јесте решење.

3. Ако је била једна бубамара са 7 тачкица, тада је укупан број тачкица на бубамарама са 4 тачкице 83, што је немогуће. Ако су биле две бубамаре са 7 тачкица тада је укупан број тачкица на бубамарама са 4 тачкице 76 што је могуће. Најмање је могло да буде две бубамаре са 7 тачкица.

4. Ако је површина најмањег квадрата 4 cm^2 , онда је његова страница 2 см. Страница квадрата 3 је два пута већа од странице квадрата 1 и она је 4 см. Страница квадрата 4 једнака је збиру дужина страница квадрата 3 и 2 и она је 6 см. Страница квадрата 5 једнака је збиру страница квадрата 1, 2 и 4 и она је 10 см. Дакле, ширина правоугаоника једнака је страници квадрата 5, а дужина је једнака збиру дужина страница квадрата 4 и 5, а то је 16 см. Обим правоугаоника је 52 см.

5. Нека је $a = 5 \text{ cm}$ и $b = 10 \text{ cm}$. Како је збир свих ивица $4 \cdot (a + b + c)$, имамо да је $4 \cdot (a + b + c) = 140$, односно $a + b + c = 35 \text{ cm}$. Одавде добијамо да је $c = 20 \text{ cm}$. Како је $P = 2 \cdot (ab + bc + ac)$, то је $P = 700 \text{ cm}^2$.

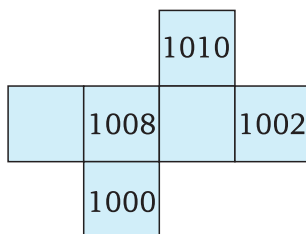
Б)

1. Мањи број: $\overline{\quad x \quad}$: x ,
 Већи број: $\overline{\quad \quad \quad \quad \quad 1 \quad}$: $4x + 1$,
 Њихов збир: $\overline{\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 1 \quad}$: $5x + 1$,
 Збир умањен
 за остатак: $\overline{\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 1 \quad}$: $5x = 55$,
 $x = 11$
 $55 : 5 = 11$; $11 \cdot 4 = 44$; $44 + 1 = 45$;
 Дакле, један број је 45, а други 11.

2. Посматрамо редом цифре јединица. Ако је цифра јединица једнака 0 или 1, тражени двоцифрени бројеви не постоје. Ако је цифра јединица једнака 2, постоји један двоцифрен број (12). Ако је цифра јединица једна-

ка 3, постоје два броја (13, 23).... Ако је цифра јединица једнака 9, постоје осам бројева (19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89). Према томе, тражених бројева има $1+2+3+4+5+6+7+8=36$.

3. Бројеви 1008 и 1010 су фиксирани као на слици. На преостала два места уписујемо бројеве 1004 и 1006.



4. Број 2010 се може прочитати на 9 начина. Прве три цифре (201) можемо добити на три начина, као на сликама. Онда, сваки пут четврту цифру „0“ читамо на три начина.

2	0	1	0
0	0	0	0
1	0	1	0
0	0	0	0

2	0	1	0
0	0	0	0
1	0	1	0
0	0	0	0

2	0	1	0
0	0	0	0
1	0	1	0
0	0	0	0

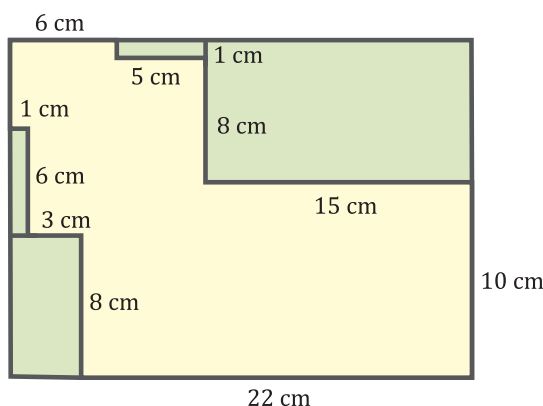
5. Обим осенченог правоугаоника је једнак разлици збира датих обима четири означена правоугаоника и обима почетног квадрата то јест $O = (8 + 18 + 10 + 24) - 4 \cdot 10 = 20$, $O = 20$ см. (До тога долазимо сабирањем и одузимањем страница ових четвороуглова).

В)

1. $x \cdot 257 - 422 = 88500$, а одавде је $x = 346$. То је тражени број

2. Четвороцифрени број је облика $abba$, а троцифрени cdc . Сада је $abba = 2011 + cdc$. Ако је $a = 2$ имамо: $2bb2 = 2011 + cdc$, односно $b \cdot 100 + b \cdot 10 + 2 = c \cdot 100 + (d + 1) \cdot 10 + c + 1$. Одавде је $c = 1$, $b = 1$ и $d = 0$. За $a = 3$ не постоје тражени бројеви. Дакле, $2112 - 101 = 2011$.

3. Ако дату фигуру допунимо до правоугаоника (види слику), његове стране су дужине 26 cm и 19 cm. Површина фигуре је онда $26 \cdot 19 - (15 \cdot 9 + 5 \cdot 1 + 6 \cdot 1 + 8 \cdot 4) = 316$. Дакле, $P = 316 \text{ cm}^2$.



4. Од 12 коцкица могу да се направе 4 квадра, типа:

$$12 \times 1 \times 1, 6 \times 2 \times 1, 4 \times 3 \times 1 \text{ и } 3 \times 2 \times 2.$$

а) Најмању површину има квадрат типа $3 \times 2 \times 2$ и то 32 cm^2 .

б) Највећу површину има квадрат типа $12 \times 1 \times 1$ и то 50 cm^2 .

5. Има $n \cdot (100 + 500) = n \cdot 600$ динара. У збиру добијамо последње три цифре 800 само ако је $n = 3$ или $n = 8$. Чика Ратко у џепу може да има:

а) 11 новчаница: три од 100, три од 500 и пет од 1000 динара;

б) 18 новчаница: осам од 100, осам од 500 и две од 1000 динара.

Г)

1. Како је $72504 : 36 = 2014$ и $3292510 : 1634 = 2015$, то је други количник већи од првог и то за 1.

2. Збир два двоцифрена броја је увек мањи од 200 па је $D = 1$. Како је цифра десетица сабирака једнака цифри десетица збира, то је могуће само ако постоји пренос са места јединица сабирака (дакле $L > 4$) и ако је $M = 9$.

Дакле, имамо да је $9L + 9L = 19S$. Провером добијамо да су сва решења $95 + 95 = 190$, $96 + 96 = 192$, $97 + 97 = 194$, $98 + 98 = 196$.

3. Збир бројева на свим картонима је $1+2+3+\dots+18+19=190$. Ако са x означимо збир бројева на картонима у једној групи, онда је $x+40$ збир бројева на картонима у другој групи. Како је $x+(x+40)=190$, закључујемо да су зборови на картонима у групама 75 и 115. Како је $1+2+3+17+18+19+15=75$, то је могуће поделити картоне у две групе са траженом особином.

4. Означимо страницу квадрата са a . Обим дате фигуре састоји се од 16 страница квадрата, па је $16a=32$ cm, одакле добијамо да је страница квадрата 2 cm. Како се фигура састоји од 8 квадрата, то је тражена површина $8 \cdot a \cdot a=32$ cm².

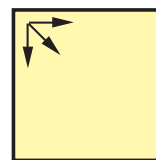
5. Када је записао све једноцифрене бројеве, Бранко је записао 9 цифара. Када је записао све двоцифрене бројеве записао је још 180 цифара. Дакле, за све једноцифрене и двоцифрене бројеве Бранко је записао 189 цифара. До 2012 места, остало је да запише још 1823 цифре. Како је за запис троцифреног броја потребно 3 цифре, Бранко ће на преосталих 1823 места записати 607 троцифрених бројева и још 2 цифре 608 броја (јер је количник при дељењу броја 1823 са 3 једнак 607 и остатак је 2). Троцифрени број 608. је 707, а његова друга цифра у запису је 0, па је тражена цифра 0.

4. МИСЛИША

1. (E) 2015.

2. (E) 4,
јер је $2+0+1+1=4$.

3. (B) 4.
Сваки дечак из свог угла види осталу тројицу!



4. (C) 99,
јер је $99+1=100$.

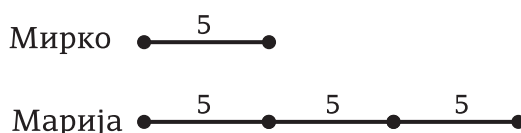
5. (E) 2.
То су бројеви 999998 и 999999

6. (D) 21.
Међу 8 овако посађених стабала има 7 размака од по 3 метра, па је $7 \cdot 3 \text{ m} = 21 \text{ m}$.

7. (B) 2,
јер је $3 - 1 = 2$.

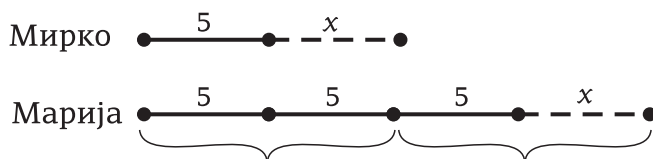
8. (B) 1496,
јер $2011 - (345 + 170) = 2011 - 515 = 1496$.

9. (D) 5.
Послужићемо се цртежом и приказати најпре колико данас година имају Мирко и Марија:



Дакле, Марија је старија 10 година. Та разлика у годинама увек остаје иста, тј. ма колико година још да прође, Марија ће увек бити 10 година старија од свог брата.

Приказаћемо сада њихове године кроз x година:



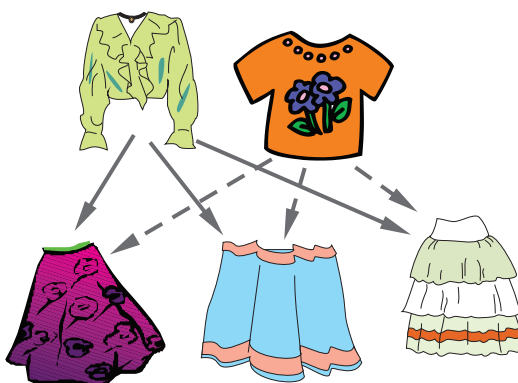
И Марија и Мирко „добили” су још по x година. Разлика треба да остане и даље 10 година, али број Маријиних година је сада 2 пута већи него број Миркових година.

Са слике постаје очигледно да ће се постављени услов задатка испунити кроз 5 година, тј. $5 + 5 = 5 + x$, што значи да је $5 = x$. Задатак се може решити и применом једначине: $(5 + x) \cdot 2 = 15 + x$:

10. (E) 6.

Пажња, пажња! За један комплет, тј. једну комбинацију, Соња употреби једну сукњу и једну блузу.

Помоћу једне блузе може да направи 3 комбинације, а помоћу друге блузе такође 3 комбинације. Сликаом то можемо, на пример, овако приказати:



Одговор је, дакле, $3 \cdot 2 = 6$.

11. (B) 3157.

12. (D) 31.

Ради се о рачуну: $31 - 13 = 18$.

Заиста, кад кажемо да је разлика за 13 мања од умањеника, ми смо у суштини казали колики је умањилац. Дакле, умањилац знамо, он износи 13, па сада из другог податка (да је разлика за 5 већа умањιοца) израчунавамо разлику, тј. $13 + 5 = 18$. Тако смо одредили умањилац и разлику, па умањеник лако израчунавамо: $13 + 18 = 31$.

13. (A) 2.

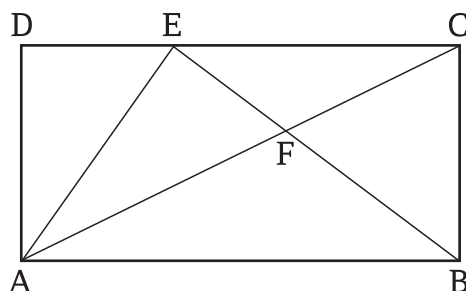
Првим пресипањем напунимо шерпу ($10 - 5 = 5$). У кофи остаје 5 литара воде, а и у шерпи има 5 литара воде. Затим из шерпе (а може и из кофе) одлијемо воду у кантицу ($5 - 3 = 2$). У кантицу може да стане тачно 3 литра воде, па ће у шерпи (или кофи) остати тачно 2 литра, што нам је и био циљ! Као што видимо, довољно је извршити само два пресипања.

14. (C) 91.

Да би се написало првих 50 природних бројева (на 50 таблица), треба написати 9 једноцифрених и $50 - 9 = 41$ двоцифрени број. За писање тих двоцифрених бројева потребне су нам $41 \cdot 2 = 82$ цифре. Дакле, то је укупно $9 \cdot 1 + 41 \cdot 2 = 9 + 82 = 91$ цифра.

15. (D) 13, јер је $3 \cdot 3 + 4 = 13$.

Кад посматрамо посебно дужи AC, BE и CD, на свакој од њих видимо по 3 дужи. Осим њих видимо још 4 дужи (AB, BC, AE, AD).



16. (C) 2 сата.

За 1 сат растојање међу њима се смањи за 100 км ($60 \text{ км} + 40 \text{ км}$). Значи, да ће до сусрета доћи после тачно 2 сата вожње.

17. (C) две јабуке.

Половина свих јабука у овом случају су две и по јабуке, али кад се то сабере са још пола јабуке, то је тачно три јабуке. Значи, Милан је дао брату три јабуке, па су му остале тачно две и он их је појео.

18. (B) 13.

Приказаћемо врсту у којој стоји Вељко на почетку часа на следећи начин:



а када је 6 ученика отишло на кошарку Вељко је видео следеће:



То значи да је 6 ученика који су отишли на кошарку, на слици представљено са две једнаке дужи,

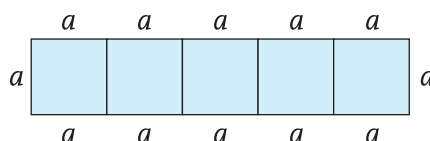


тј. да је $2x = 6$, одакле је $x = 3$. Посматрајући прву слику закључујемо да је на почетку часа у врсти било $4x + 1 = 13$ ученика.

А може и овако:

Разлика броја ученика са леве и броја ученика са десне Вељкове стране била је $2x$ (разлика између x и $3x$). После одласка 6 ученика, разлике више није било. Значи $2x = 6 \Rightarrow x = 3$. То значи да је у почетку у врсти било $9 + 1 + 3 = 13$ ученика.

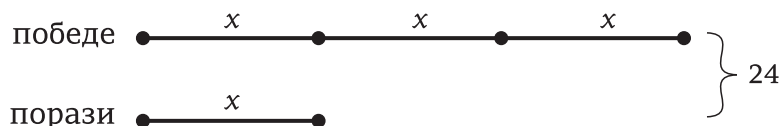
19. (В) Три пута.



Као што видимо, ради се о правоугаонику чији се обим састоји из 12 једнаких делова – страница квадрата. Како је обим једног квадрата $4a$, а обим правоугаоника $12a$, закључујемо да је обим правоугаоника 3 пута већи од обима квадрата.

20. (В) 18.

Укупан број победа и пораза је $28 - 4 = 24$, јер су 4 утакмице биле нерешене), а однос броја победа и броја пораза може се представити цртежом:



21. (В) 36.

Према условима задатка поставимо и решимо једначину:

$$(x-4):4-4 = 4$$

$$(x-4):4 = 8$$

$$x-4 = 32$$

$$x = 36$$

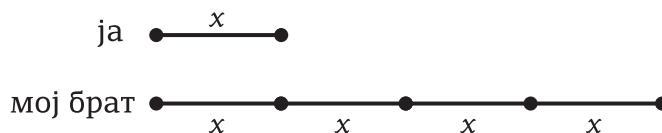
22. (В) Бане.

Из текста задатка најпре закључујемо да су и Аца и Бане прославили свој десети рођендан („имају по 10 година“). Али, следећа реченица објашњава даље шта је било у овој години. Наиме, Аца је у овој години већ славио рођендан и то је био његов десети рођендан. У овој години Бане још није славио рођендан, а он већ има 10 година, значи у овој години ће славити свој једанаести рођендан - значи Бане је старији!

23. (Е) 5.

До 100-тог од места у низу, тј. до 100-те те цифре (а не до 100-тог броја), Пера ће стићи тако што ће најпре написати све једноцифрене бројеве и за њих употребити 9 цифара, а затим ће наставити да пише двоцифрене бројеве. За писање двоцифрених бројева остала му је још 91 цифра ($100 - 9 = 91$). Сад треба да израчунамо колико двоцифрених бројева је Пера могао да напише помоћу 91 цифре. Како је $91 = 45 \cdot 2 + 1$, значи да ће Пера моћи да напише 45 двоцифрених бројева и почети да пише 46. двоцифрени број, али ће имати на располагању само једну цифру и помоћу ње моћи да напише само цифру десетица 46. двоцифреног броја. Сад имамо још један проблем. Да одредимо који је 46. двоцифрени број у низу свих двоцифрених бројева. Да бисмо до њега дошли, треба да пређемо преко 9 једноцифрених бројева, а затим још и преко 46 двоцифрених бројева. Како је $9 + 46 = 55$, значи да је Пера стигао до двоцифреног броја 55, написао његову цифру десетица, дакле цифру 5, и ту је морао да стане јер је „потрошио“ свих 100 цифара, тј. стигао на 100. место.

24. (В) 3 пута.



Пре x година ја сам се родио, а мој брат је имао $3x$ година (и мени и њему се број година умањило за x), дакле био је 3 пута старији него што сам ја данас ($4 - 1 = 3$).

25. (В) Увек побеђује други.

Размотримо случај када први играч узме све жетоне са једне гомиле. Да ли му то одговара? Наравно да не, јер ће онда други играч узети целу другу гомилу и тако победити.

Дакле, први играч мора на гомили са које узима жетоне оставити бар неки жетон. После тога на столу остају две гомиле са различитим бројем жетона.

У чему је сада мајсторија другог играча? Он узима исто толико жетона, али не са исте гомиле, већ са оне друге. На тај начин он на гомилама поново изједначава број жетона. Сад је опет први играч на потезу. Он се налази пред сличним проблемом као уочи првог потеза. Не сме да узме све жетоне!

Тако ће бити све док први играч не „потроши” све жетоне са једне гомиле, тј. док не узме и последњи жетон са једне гомиле. Другом играчу тада остаје да и он узме последњи жетон са „своје” (друге) гомиле и тако постане победник.

5. КЕНГУР БЕЗ ГРАНИЦА

ДВДАБ

ВГВВБ

АДБВВ

АГБВВ

АГГБ