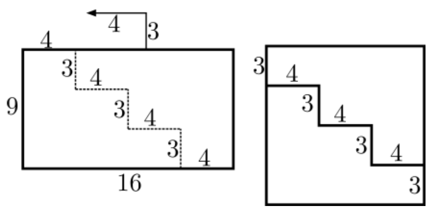
Ристо Малчески
Скопје

РАСЕКУВАЊЕ И СОСТАВУВАЊЕ НА ГЕОМЕТРИСКИ ФИГУРИ

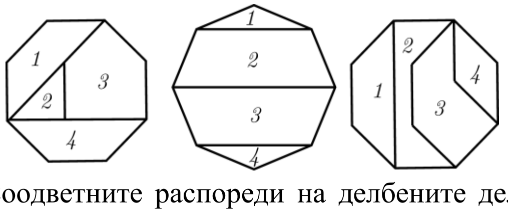
Често пати срекаваме занимливи задачи во кои се бара да се расече даена фигура на повеќе помали фигури и од добиените делови да се состави фигура со дадени својства. Најчесто ваквите задачи не се ниту малку лесни, бидејќи не постои алгоритам кој може да ги реши сите задачи од ваков вид, туку секоја задача е проблем за себе. Во ова наше дружење ќе разгледаме неколку вакви задачи.

Задача 1. Еден дрводелец сака да направи дрвен капак во квадратна форма, а има штица во форма на правоаголник со димензии 16×9. Притоа штицата треба да ја пресече само на два дела и од нив да го состави квадратот. Како ќе го направи капакот?

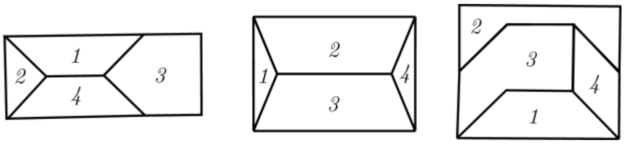
Решение. Плоштината на штицата е еднаква на $9\cdot 16=144$, па затоа должината на страната на капакот треба да биде еднаква на $\sqrt{144}=12$. Според тоа, штицата треба да ја расечеме на два дела така што нејзината должина ќе ја намалиме за 4, а по составувањето на деловите нејзината ширина треба да ја продолжиме за 3. Тоа може да се направи со скалесто расекување како што е прикажано на левиот цртеж, а потоа составување на деловите како што е прикажано на десниот цртеж.



Задача 2. На долните цртежи се дадени три различни поделби на правилен осумаголник на четири делови. За секоја поделба на осумаголникот направи нов распоред на деловите така што ќе добиеш правоаголник.

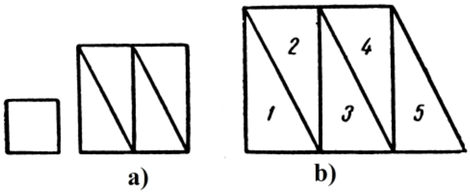


Решение. Соодветните распореди на делбените делови на секој од трите осумаголници се прикажани на следните три цртежи. При разместувањето н аистите пожелно е да се разгледаат аглите на секој од деловите и да се искористи дека правоаголникот има прави агли.



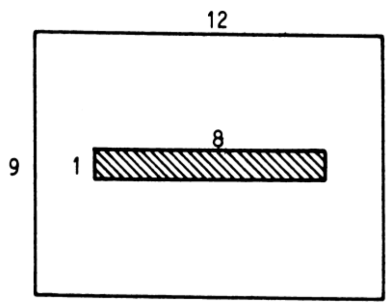
Во следните разгледувања ти предлагаме самостојно да ги репиш дадените задачи.

Задача 3. Состави квадрат ако го искористиш квадратот и четирите складни триаголници на цртежот лево а)?



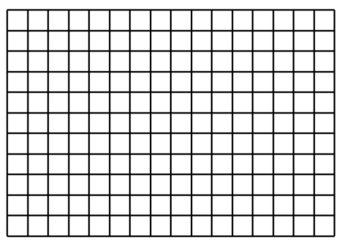
Состави квадрат користејќи ги петте складни триаголници од цртежот под б). Притоа можеш еден од триаголниците да го расечеш, но останатите четири триаголници мора да останат цели.

Задача 4. Илина имала скап персиски килим со димензии $12\times 9\,m$, кој од невнимание бил доста оштетен. За да го отстрани оштетениот дел, таа од средината на килимот исекла едно парче со големина $8\times 1\ m$ (види цртеж). Потоа го расекла килимот на два дела и со нивно спојување направила килим со големина $10\times 10\ m$. На кој начин тоа го направила Илина?



Задача 5. На часовите по геометрија на професорот Косинус може да се слушнат интересни работи. Еве една од нив:

- На цртежот е даден правоаголнок со димензии 15×11, кој е поделен на 165 единечни квадрати. Дали постои поделба на само 9 квадрати, при која што единичните квадрати нема да бидат оштетени?

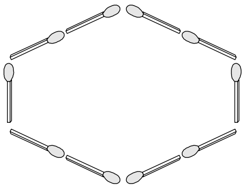


- Па тоа не е тешко! Таква поделба е еден квадрат со димензии 11×11, два 4×4 квадрати, два 2×2 квадрати и четири 1×1 квадрати. - се јави надарениот Синус.

- Точно. Но при оваа поделба неколку квадрати формираат правоаголник кој не е квадрат. Дали можете да најдете поделба во која таков квадрат не постои? Да ви помогнам, постои само една таква поделба и истата е централно симетрична . - одговори професорот Косинус.

Синус се замислил. Дали ти можеш да му помогнеш?

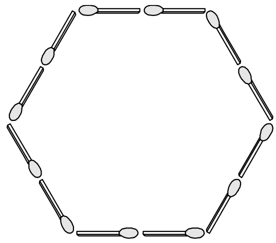
Задача 6. Таткото има четири синови и сака својот имот кој е во облик на шестаголник да им го подели. За да синовите не се караат, тој сакал парцелата да ја раздели на четири еднакви делови. Истото успеал да го направи со помош на седум кибритчиња. Како го направил тоа?



Задача 7. Правилниот шестаголник раздели го на:

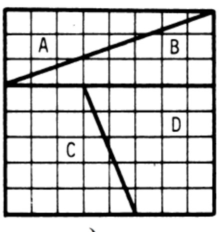
а) четири еднакви делови со помош на десет кибритчиња.

б) осум еднакви делови со помош на четиринаесет кибритчиња.

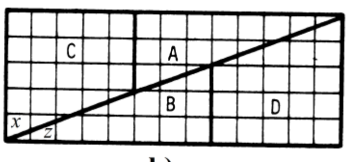


Следната задача покажува дека при расекувањето на фигурите и составувањето на нови фигури треба да бидеме особено внимателни, бидејќи понекогаш може визуелно да изгледа дека правилно сме работеле, но тоа не е математички точно.

Задача 8. Петар со помош на три прави ја расекол шаховската табла со димензии 8×8 (цртеж а), на триаголници A и B и трапези C и D. Од нив тој составил правоаголник со ширина 5 и должина 13 (цртеж b), па така добил правоаголник со димензии 5×13. Задоволен од направената работа, тој се пофалил на својот другар Марко? Марко ги погледнал цртежите и забележал дека Петар сигурно згрешил. Дали Марко е во право?



а)



b)

Решение. Шаховската табла која ја расекол Петар има $8\cdot8=64$ единечни квадратчиња, а правоаголникот кој тој го добил има $5\cdot13=65$

единечни квадратчиња. Последното значи дека Марко е во право. Ќе покажеме каде е грешката.

Да го разгледаме збирот на аглите x и z (цртеж b). Имаме:

$$m=\sqrt{8^2+3^2}=\sqrt{73},\quad n=\sqrt{2^2+5^2}=\sqrt{29}\,,$$

па е

$$\sin(x+z)=\sin x\cos z+\cos x\sin z=\frac{3}{m}\cdot\frac{2}{n}+\frac{8}{m}\cdot\frac{5}{n}=\frac{46}{mn}=\frac{46}{\sqrt{2117}}<1.$$

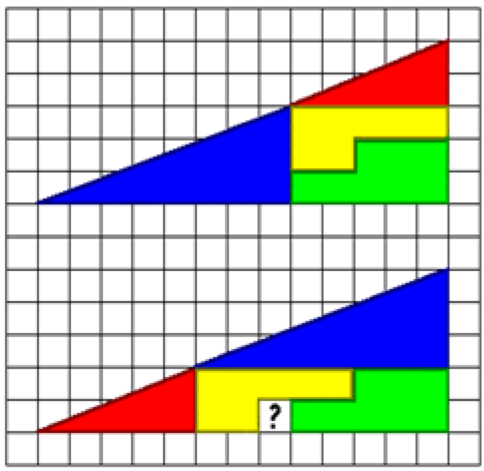
Бидејќи $\sin(x+z)<1$ заклучуваме дека $x+z<\frac{\pi}{2}$. Значи, при составувањето на правоаголникот, триаголниците A и B и трапезите C и D не го исполнуваат целиот правоаголник. Имено, иако на прв поглед тоа не може да се види, на дијагоналата имаме поставено тесен ромбоид. Да ја одредиме плоштината на овој ромбоид. Имаме:

$$\begin{aligned}P&=mn\cdot\sin\left(\tfrac{\pi}{2}-(x+z)\right)=mn\left(\sin\tfrac{\pi}{2}\cos(x+z)-\cos\tfrac{\pi}{2}\sin(x+z)\right)\\&=mn\cos(x+z)=mn\sqrt{1-\sin^2(x+z)}=\sqrt{73}\sqrt{29}\sqrt{1-\tfrac{46^2}{2117}}\\&=\sqrt{2117}\sqrt{\tfrac{2117-2116}{2117}}=1\end{aligned}$$

Присуството на овој ромбоид во правоаголникот го објаснува вишокот од едно поле.

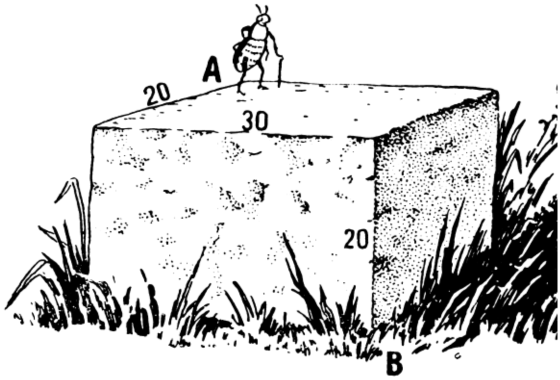
Следната задача е слична на задачата 8, па затоа ти предлагаме истата самостојно да ја решиш.

Задача 9. На цртежите имаме два складни триаголника, но изгледа дека долниот триаголник ги содржи истите фигури кои го формираат горниот триаголник и плус еден единечен квадрат. Како е тоа можно?



Следната задача не не е од видот на задачите кои претходно ги разгледавме, но истата сама по себе е интересна, па затоа ти предлагаме самостојно да ја решиш.

Задача 10. Штурецот Свирко се наоѓа во темето A на гранитен камен во форма на квадар со димензии 30 cm должина, 20 cm висина и 20 cm ширина, цртеж лево, и сака да стигне по најкраткиот пат во темето B. Јасно, Свирко не знае геометрија и затоа не може со сигурност да го определи правецот по кој треба да оди за да ја постигне саканата цел.



Дали можете да му помогнете на Свирко? Колку изнесува најкратриот пат?