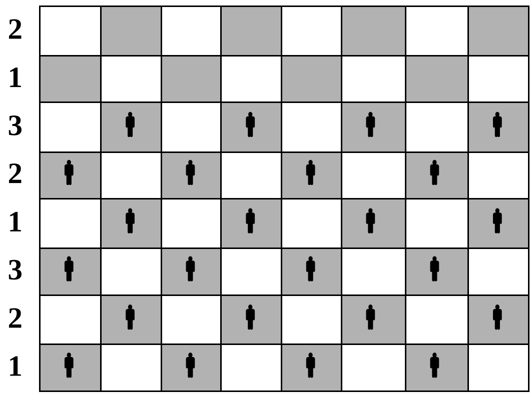
Ристо Малчески
Скопје

МАТЕМАТИЧКИ ИГРИ III

(продолжение)

13. ДРУГИ “ШАХОВСКИ” ИГРИ

Задача 1. На сите црни полиња на првите шест реда на шаховската табла се наоѓаат пешаци. Со секој потег еден пешак прескокнува соседен по дијагонала пешак и со тоа се поместува за две полиња дијагонално, а прескокнатиот пешак се отстранува од шаховската табла. Дали може да се игра така, што по извесен број потези на таблата да остане еден пешак?



Решение: Според условот на задачата, потег во оваа игра може да се одигра само ако два пешака се соседни по дијагонала. На почетокот хоризонталните редици да ги поделиме на три класи, така што во првата класа да припаѓаат првиот, четвртиот и седмиот ред, во втората класа да припаѓаат вториот, петтиот и осмиот ред, а во третата класа да припаѓаат третиот и шестиот ред. Забележуваме дека на почетокот секоја класа има по осум пешаци. При првиот потез бројот на пешаците во втората и третата класа се намалува за еден, а во првата класа бројот на пешаците се зголемува за еден. Според тоа, при првиот потег се менува парноста на бројот на пешаците во секоја класа. Но, парноста на бројот на пешаците во секоја класа се менува по секој потег. Навистина, во секој потег се менува за еден бројот на пешаците во три соседни реда (во два реда се одзема по еден пешак, а во еден ред се додава еден пешак), а три соседни реда припаѓаат на три различни класи. Освен тоа, со секој потег бројот на пешаците се намалува за еден. Значи, по 22 одиграни потези (доколку е можно тоа) на таблата остануваат точно 2 пешаци и сите класи имаат парен број пешаци. Значи, во две класи нема да имаме пешаци, а во една ќе имаме два пешаци. Значи, 23-от потег не е можен, бидејќи пешаците не се во соседни редови.

Задача 2. На шаховската табла белиот скокач - означен со Θ, треба да ја земе црната фигура - означена со ♦, а потоа да се врати на почетната положба, но не по истиот пат по кој дошол до фигурата ♦. Освен тоа не е дозволено да се движи по полињата означени со *. Одреди ја патеката по која треба да се движи белиот скокач.

(Познато е дека скокачот на шаховската табла прави скокови во облик на буквата Г, т.е. две полиња во еден смер и едно поле во нормалниот смер, во една или друга насока. Така на цртежот со броевите 1, 2, 3 и 4 се обележани полињата на кои може да скокне нашиот скокач.)

	*	*	*			*	*
*	*	*	*				*
		*	*	*	*	*	*
		*	*	*	*	Θ	*
	♦	*	*		*		
		*					*
*		*			*		

Решение. На следниот цртеж

	*	*	*	**2**	**5**	*	*
*	*	*	*	**7**	**16**	**3**	*
		8	**15**	**4**	**1**	**6**	**17**
9	**14**	*	*	*	*	*	*
		*	*	*	*	Θ	*
13	**10**	*	*		*		
		*	**11**				*
*	**12**	*			*		

со броевите 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 и 17, се означени полињата по кои последователно се движи белиот скокач во извршување на поставената задача. Имено, тој во десеттиот скок ќе ја земе црната фигура, а во осумнаесеттиот потез ќе се врати на почетната положба. При тоа, редоследот на потезите може да биде и обратен т.е. според ознаките на цртежот скокачот може да се движи последователно и по полињата 17, 16, 15, 14, 13, 12, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 и 1, при што само ќе се промени редоследот на потегот во кој ќе биде земена црната фигура.

14. ИГРА “СИМ”

Сим е игра за двајца која се игра на следниот начин:

На масата на темињата на правилен шестоаголник, на хартија, се ставаат точки и нив играчите, наизменично, две по две, ги поврзуваат со отсечки. Сите овие точки меѓусебно можат да се поврзат со 15 отсечки, а за да се разликуваат потезите на првиот играч од потезите на вториот играч, првиот своите потези ги повлекува со црвена, а вториот со сина боица. Играта ја губи оној играч што прв ќе мора да “затвори триаголник”, т.е. да повлече отсечка која со други две отсечки од истата боја што веќе ги повлекол, ќе затвори триаголник.

Во врска со оваа игра можеме да докажеме:

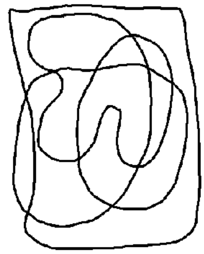
a) Играта не може да заврши нерешено, т.е. во оваа игра некој мора да загуби и

b) Во оваа игра секогаш може да победи вториот играч, независно од тоа какви потези ќе повлекува првиот играч, дури и независно од тоа каков ќе биде првиот потег на вториот играч.

Решение. За да докажеме дека оваа игра не може да заврши нерешено, треба да тргнеме од кое и да е теме не таканаречениот “целосен граф” на оваа игра, т.е. од шестоаголник во кој сите страни и сите дијагонали се веќе нацртани. Бидејќи од секое теме излегуваат 5 отсечки, според принципот на Дирихле (Принципот на Дирихле - специјална форма: Нека n е природен број. Ако $n+1$ предмети се распоредени на произволен начин во n кутии, тогаш барем во една кутија има барем два предмети), барем три од нив мораат да бидат со иста боја, да речеме сина. Ако при тоа барем една од отсечките што ги поврзуваат овие три отсечки е сина, тогаш со две од нив таа ќе затвори “истобоен триаголник”, а ако ниедна не е сина, тогаш овие три отсечки ќе ограничат еден “истобоен триаголник”. Според тоа, во целосниот граф на оваа игра постои барем еден триаголник за кој сите страни се истобојни, што значи дека еден од играчите сигурно ја губи играта.

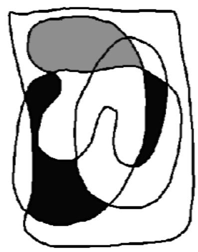
Што се однесува до второто прашање, на него одговорот бил добиен со употреба на електронски сметач.

15. ИГРИ СО БОЕЊЕ



Се црта слика од една или повеќе произволни, испреплетени затворени линии. Играта се состои во боење на површини по некои правила, при што секој играч бои со своја боја. Победник е играчот кој последен ќе обои површина. Пример за ваква слика е дадена следниот цртеж.

Задача 1. Правилото за боење е: полето кое играчот го бои не смее да има соседна линија со некое поле кое претходно самиот го обоил. На цртежот е даден еден пример од играта.



Задача 2: Правилото за боење е: полето кое играчот го бои не смее да има соседна линија со некое поле кое претходно го обоил противничкиот играч. Пример е даден на цртежот.

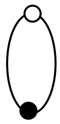
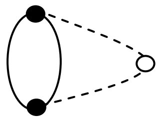
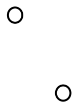
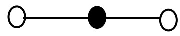
Забелешка. Иако игрите од претходните две задачи се едноставни, сепак во овие игри не е лесно да се победува. Нацртај неколку различни шеми и на секоја од нив одиграј ги овие игри со некој од своите соученици.

16. ИГРА РАСАД

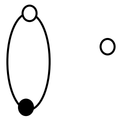
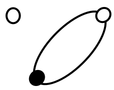
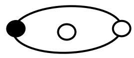
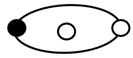
Играат двајца. На хартија се цртаат неколку крукчиња и првиот играч или поврзува со една линија (која не смее да се сече самата себе) две од тие крукчиња, или, поаѓајќи од некое крукче, опишува клучка и се враќа во истото. Освен тоа, околу некоја точка на повлечената крива треба да нацрта едно ново крукче.

Сега вториот играч постапува на сличен начин. Тој може да го земе предвид и крукчето што го нацртал првиот играч, но линијата што ќе ја повлече не смее да пресекува линија што веќе ја повлекол првиот играч, ниту таа може да минува низ некое крукче што не претставува нејзин почеток или крај. Освен тоа играчот мора да води сметка дека низ секое крукче поминуваат само три линии. Играта ја губи оној од играчите што прв не може да повлече линија.

Пробајте да најдете правила за тоа како треба да постапува играчот, ако сака во секој случај да победи во оваа игра.

Црт.1 Црт. 2 Црт. 3 Црт. 4

Црт. 5 Црт. 6 Црт. 7 Црт. 8

Решение. Оваа игра се вика расад, бидејќи нацртаните крукчиња личат на расад од кој поаѓаат фиданки. Истата лесно може да се анализира ако се тргне само од едно или две крукчиња. Така, во првиот случај, првиот играч може да нацрта само клучка, а вториот играч да ја заврши играта со тоа што ќе го поврзе почетното крукче што го нацртал првиот играч (црт. 1 и 2). Во овој случај играта ја губи првиот играч.

Ако се тргне од две крукчиња, тогаш првиот играч може својот прв потег да го повлече на 5 начини (црт. 4 до 8), од кои, меѓутоа, само два суштински се разликуваат. Потоа, ако се разгледаат сите можни варијанти на натамошниот тек на играта, лесно се констатира дека во овој случај за вториот играч постои можност сигурно да победи.

Со зголемување на бројот на дадените крукчиња анализата на оваа игра станува се посложена. Сепак, констатирано е дека, ако се дадени 3, 4 или 5 крукчиња првиот играч секогаш може да ја добие играта. За вкупниот број потези до крајот на играта, ако се дадени n крукчиња, констатирано е следното:

1) играта не може да заврши без $2n$ потези и

2) играта мора да заврши најдоцна со ($3n$-1) -от потег на играчите.

Статијата прв пат е објавена во списанието Нумерус на СММ